

三次元渦糸法による横断流中噴流の数値解析

林 隆 一*

Ryuichi HAYASHI

Numerical Simulations for a Jet in a Crossflow by Three-Dimensional Vortex Filament Method

Abstract

This paper reports on the simulations of a round jet issuing vertically into a crossflow by a three-dimensional vortex filament method. The flow is modeled by a series of vortex rings emitted from the jet source. The mechanism of the formation of counter-rotating vortex pair is presented: the lateral sides of each vortex ring are strongly stretched in the axial direction of jet and coalesce into two line vortices. The vortex hairpin removal algorithm proposed by Chorin (1993) is partially implemented and its effectiveness is preliminarily investigated.

[Key words: Jet in crossflow, Vortex structures, Vortex method, Hairpin removal]

1. 緒言

横断流中へ噴流が噴き出す流れ場は、煙突からの煙、川や海に流し込まれる汚水、垂直短距離機からの噴流、タービン翼の膜冷却などに見られ、工学的に重要である。静止流体中への噴流と違い、この流れ場は噴流と横風が干渉し複雑な渦構造を形成する。初期の研究は噴流軸の軌道を求めるのが主眼であったが、Fric & Roshko⁽³⁾以降、図1に示すような四つの大きな渦構造に整理され、これらの渦構造についての研究が中心となってきている⁽³⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁹⁾。CVP (Counter-rotating Vortex Pair) は、噴流の中心軸に平行な軸を持つ反対方向に回転する一対の渦であり、渦中心軸は噴流中心軸より下方に形成される。その他の渦構造は、最近の可視化実験技術の進歩によって、その存在が確認されたもので、呼び方はまだ統一されていない。CVPは連行流量 (entrainment) などに大きく影響すると考えられ、古くから実験的、理論的、数値計算から研究されてきた。現在、CVPの噴流軸方向 (縦方向) の渦度の発生源は、噴流出口からの噴流せん断層による渦度であると共通認識され始めた。

しかし、噴流出口での周方向の渦度から噴流軸に平行なCVPの渦度が形成されるメカニズムについては、未だ十分に理解されていない。このCVP形成メカニズムを概念的に説明あるいは解釈する際に渦輪を用いる場合が多い。Andreopoulos⁽¹⁾は、実験データから次のような仮説を立てている。渦輪のサイドは強く引き伸ばされ、下流側の渦度は歪速度により消去され、下流側が開いた渦糸となり、その渦糸のサイドがCVPを形成する。Sykesら⁽⁷⁾は、差分法を用いた数値解析から、渦輪の下流側渦度は先行している渦輪の上流側と干渉することにより消去され、サイドの渦度だけが残りCVPを形成するというメカニズムを提案している。Kelsoら⁽⁵⁾は、可視化実験から、渦輪の上流側は噴流軸に対し傾き、下流側が噴流軸に平行になるように折れ曲ることによってCVPを形成すると解釈している。しかし、著者の知る限り、実際に渦輪を用いた数値シミュレーションは見当らない。

渦度場を直接に扱う計算法の代表的なものとして渦法がある。渦法は、渦度をもつ流体粒子 (渦要素) をラグランジュ的に追跡することによって、渦度のある領域の

* 島根大学教育学部技術教育研究室

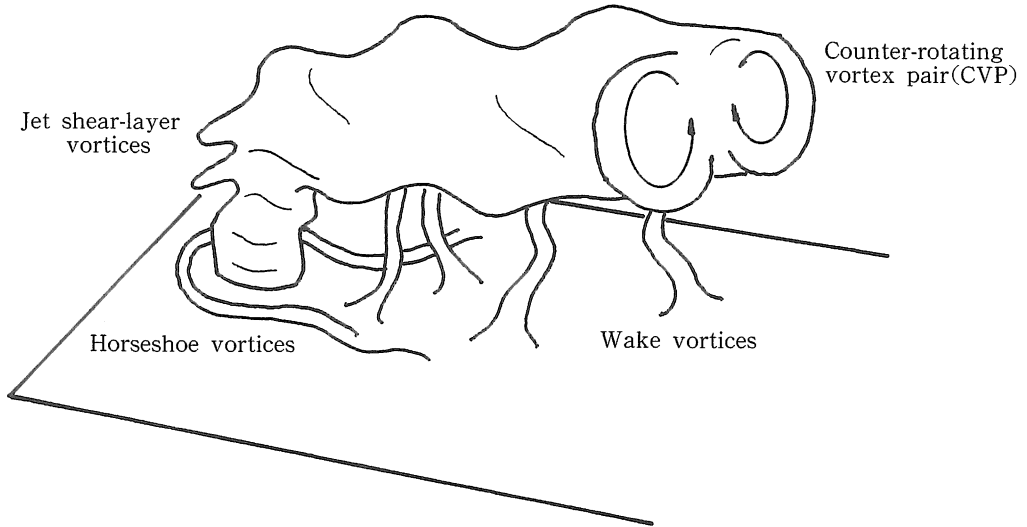


図1 横断流中噴流の渦構造

運動を計算する方法である。渦構造の発達過程を直接に計算できるので、渦構造の解析および物理的解釈に有効である。二次元渦法に関しては工学的応用が可能な程度までに発展してきているが、三次元渦法は実用レベルには達していない。二次元では、渦度は増減しない。三次元では、渦度は流体粒子とともに運ばれながら増減する。この点をどのように計算するかが数値計算では問題となり、流れ場の渦度を離散化する際の基本渦要素の取り方によって、次のような二つの方式に大別される。

(a) 渦糸法：連続した細い渦糸群によって渦度場を表す。ただし、数値計算上は一本の渦糸を多数に分割し、連続性を保ちながら変形させる。

(b) パーティクル法：連続性を前提にしない方式で、渦度場を微小な離散渦要素群によって表す。

(b)の方式では、粘性効果の導入や渦度の発生などを局所的に扱えるので、複雑な流れを比較的柔軟に取り扱える利点がある。しかし、本来連続であるはずの渦度場をさらに離散化しているため、渦要素には物理的な意味がなく、渦要素の集合としてマクロ的に流れ場を解釈することになる。一方、(a)の方式は上述の柔軟性に欠ける。また、三次元渦糸は本来不安定であり、連続した渦糸は複雑に変形するとともに絡み合うため、特別なモデル化や工夫が必要となる。しかし、(b)の方式に比較して流れ場の物理的解釈は直接的である。

本報の目的は、前述のCVPの形成メカニズムを数値

計算から把握することである。そのために、噴流の基本渦要素として渦輪を採用し、噴流開始からの初期過渡状態の流れ場の数値シミュレーションを試みる。併せて、三次元渦法の実用化に向けての課題の一つである渦要素増加の抑制方策についても予備的な検討をする。なお、(b)の方式で予備的なシミュレーションを試みたが、渦要素は乱雑となり、CVP形成メカニズムを直接的に把握するのは困難であった。

2. 流れのモデル化

流れ場は図2に示すようにモデル化する。噴流は、壁上に置かれた円形オリフィスから横断流に垂直に噴出するとし、渦輪の集合でモデル化する。実際には、壁上に境界層ができ、図1のHorseshoe vorticesやWake vorticesのような渦構造が現れる。本報では、壁から離れたCVPを対象としており、境界層の影響は少ないと考えられるので壁上に境界層はできないものとする。つまり、壁上ではすべり速度を許している。壁上の境界条件は鏡像を置くことによって満足させる。また、噴流の初期過渡状態のシミュレーションを試みるので、噴流への粘性効果も無視する。

このように単純化した流れ場は、多数の渦輪の相互干渉のモデルとして流体力学的にも興味がある。

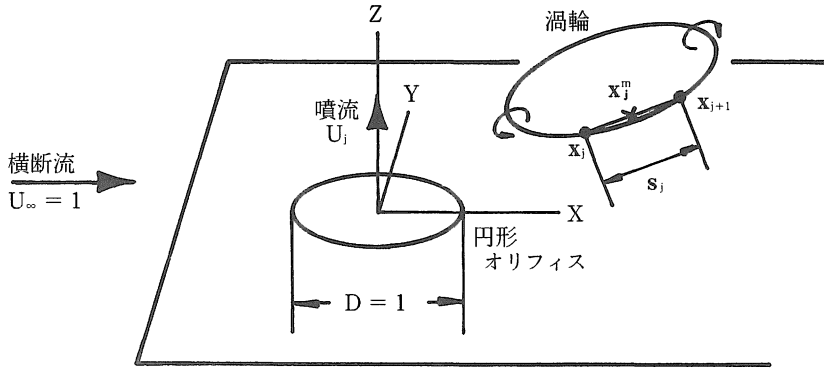


図2 流れ場の構成図

3. 数値解法

以下の各量は、速度は横断流 U_∞ 、長さは円形オリフィスの直径 D 、時間は D/U_∞ で無次元化されているとする。

3.1. 渦法

オイラー方程式に対応する渦法の基礎式は

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{u}, \quad \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} = (\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla) \mathbf{u} \quad (1), (2)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = -\frac{1}{4\pi} \int dx' \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} (\mathbf{x} - \mathbf{x}') \times \boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}') + \nabla\phi \quad (3)$$

となる。ここで、 $\mathbf{x} = (X, Y, Z)$ は座標、 \mathbf{u} は速度ベクトル、 $\boldsymbol{\omega}$ は渦度ベクトル、 ∇ はナブラ演算子、 ϕ は速度ポテンシャルである。式(3)はビオ・サバルの式である。渦法は、渦度を離散化するとともに式(1), (2), (3)を離散化して、渦要素の位置と渦度の変化を求める。本報の計算手法は、基本的に Chorin⁽²⁾ の方法に基づいているので概略を述べる。渦輪は直線状のセグメントに分割し、セグメントの両端を式(1)に基づいて時間ステップ Δt 毎に移動させる。したがって、渦輪は変形するが常に連続に保たれる。この方法はセグメントの伸縮から渦度が求まるので、式(2)を直接計算しなくてよい。渦輪の循環を Γ として渦度を次のように離散化する。

$$\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}) = \Gamma \sum_j \mathbf{s}_j \frac{1}{\delta^3} f\left(\frac{|\mathbf{r}_j|}{\delta}\right) \quad (4)$$

ここで、 \mathbf{x}_j をセグメントの端点とすれば、 $\mathbf{s}_j = \mathbf{x}_{j+1} - \mathbf{x}_j$ である。 j 番目のセグメントの中心 $\mathbf{x}_j^m = (\mathbf{x}_{j+1} + \mathbf{x}_j)/2$ を用いて、 $\mathbf{r}_j = \mathbf{x} - \mathbf{x}_j^m$ と定義されている (図2 参照)。 $f(\rho)$ は渦度分布関数を表し、渦度の誘導速度計算の精度を上げるために導入され、スムージング関数とも呼ばれている。 δ はカットオフ半径であり、渦輪の太さの代表長さを表すと考えられる。 $\delta \rightarrow 0$ の時、渦度はデルタ分布となる。本報では、Winckelmans & Leonard⁽⁶⁾ によって提案された渦核構造を採用する。

$$f(\rho) = \frac{15}{8\pi} \frac{1}{(\rho^2 + 1)^{7/2}} \quad (5)$$

式(4)を式(3)に代入し、積分を離散化すると、一つの渦輪による誘導速度 \mathbf{u}_ω は

$$\mathbf{u}_\omega(\mathbf{x}) = -\frac{\Gamma}{4\pi} \sum_j \frac{\mathbf{r}_j \times \mathbf{s}_j}{|\mathbf{r}_j|^3} g\left(\frac{|\mathbf{r}_j|}{\delta}\right) \quad (6)$$

$$g(\delta) = \frac{\rho^3(\rho^2 + 5/2)}{(\rho^2 + 1)^{5/2}}$$

として求まる。円形オリフィス上の吹出しによる誘導速度の導出は、Hess & Smith 法⁽⁴⁾ を用いた。式(1)の時間進行には2次精度の Adams-Bashforth 法を用いる。渦度が集中する場では、セグメントが伸ばされ計算精度が劣化する。そのため、初期長さ $|\mathbf{s}_{j0}|$ より2倍以上伸びたセグメントは、二つに等分割する。

3.2. 噴流源と初生渦輪のモデル化

噴流の供給源は、円形オリフィス上に257個の等面積のパネルを配置し、パネルに一様分布吹出しを置くこと

によって表現する。円形オリフィス上の噴流速度分布は一様とする。つまり、各パネルの吹出し強さは等しい。円形オリフィス（噴流出口）から時間ステップ Δt 毎に渦輪を放出し、ラグランジュ的にそれらの渦輪を追跡するが、初生渦輪の循環 Γ と放出位置を決める必要がある。渦輪の循環 Γ は、吹出しによる噴流速度 U_j を用い

$$\Gamma = \frac{1}{2} U_j^2 \Delta t \quad (7)$$

として求めた。粘性を導入していないので、 Γ は時空間的に一定である。静止流体中への噴流と違い、横断流があるために、噴流出口での渦度の方向は全周に沿って変化するものと推察される。したがって、初生渦輪の放出位置は噴流出口に平行とならない。初生渦輪の位置と噴流出口の中間に標点を設け、流出入速度が零になるように初生渦輪の放出位置を決める方法が考えられる。放出位置を未知数とする非線形連立方程式となる。標点近くの渦輪を直線渦で近似した線形計算によって、初生渦輪を噴流出口に傾けて放出する予備計算を行ったが、CVPの形成に関しては、平行に放出する場合とほとんど変わらなかった。ここでは、簡便さのため、噴流出口の外周に沿って、上方 $U_j \Delta t / 2$ の位置に円形初生渦輪を平行に放出し、この位置は時間的に変わらないとする。

3.3. ヘアピン状セグメントの消去

三次元渦法の実用化に向けての課題の一つは、渦要素増加の抑制である。渦度の集中が起ると、渦要素は急激に増加し、カオス状態になるとともに膨大な計算時間を要し、長時間のシミュレーションが困難となる。この解決法の一つとして、流れ場に格子を配置し、渦要素を格子上に再配置する方法がある。この手法は渦法の格子を必要としない長所をそこなう。また、渦糸法に適用するのは困難である。Chorin⁽²⁾ は、統計乱流理論とくりこみ群に基づいて、渦糸にヘアピン状の折れ曲りが起った時、それらを取り去るアルゴリズムを提案している。数値計算上は、渦度素増加の抑制と渦糸のスージング化の効果がある。本報でもこの手法を採用する。一つの渦輪上の隣り合ったセグメント間の角度 θ は、セグメントベクトルを \mathbf{s}_j 、 \mathbf{s}_{j+1} とすれば、

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{s}_j \cdot \mathbf{s}_{j+1}}{|\mathbf{s}_j| |\mathbf{s}_{j+1}|} \quad (8)$$

と表せる。 θ があらかじめ与えられた最大値 θ_{\max} （以後、最大セグメント角度と呼ぶ）より大きくなれば、図3の点線に示すように、 \mathbf{s}_j の始端と \mathbf{s}_{j+1} の終端を連結することにより、ヘアピン状の折れ曲りを取り除く。なお、

本報では、渦輪間のつなぎ換えや渦輪の分割は考慮していない。

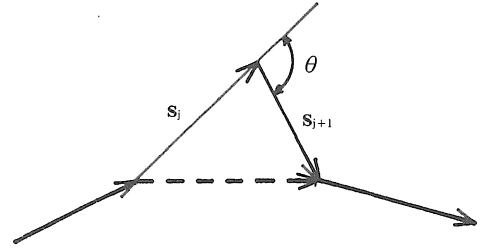


図3 ヘアピン状セグメントの消去

4. 計算結果と考察

以下の計算例では、円形初生渦輪は等長に32個のセグメントに分割しており、初期セグメント長さ $|s_{j0}|$ は0.098である。

図4と図5に、噴流速度 $U_j = 2.0$ と 4.0 の渦輪分布を示している。カットオフ半径 $\delta = 0.15$ 、最大セグメント角度 $\theta_{\max} = 110^\circ$ として計算している。時間ステップ Δt は、 $U_j = 2.0$ では $\Delta t = 0.05$ 、 $U_j = 4.0$ では $\Delta t = 0.0125$ に設定しており、放出渦輪の循環 Γ はいずれも0.1になる。X-Y断面に投影した渦輪分布にみられるように、渦輪はX軸上 ($Y = 0$) で切れている。計算上は連続として扱っているが、渦輪の識別と変形の把握のし易さということから、渦輪の後端の一つのセグメントを除いて描いているためである。図4と図5には、流れ場のすべての渦輪を投影しているので、個々の渦輪の変形は識別できない。図6と図7に代表的な渦輪を抽出して示す。種々の線種を用いて描いてあるが、単に渦輪間の識別をしているだけである。 $U_j = 2.0$ と $U_j = 4.0$ における渦輪分布の特徴の違いは、 $U_j = 4.0$ においては $X = 1.0 \sim 1.5$ 付近で渦輪の合体が現れることである。しかし、図6と図7から明らかのように、渦輪の変形についての大きな違いは認められない。そこで、 $U_j = 4.0$ を例にとり、さらに詳細に渦輪の時間的変化を調べる。

同じ向きに回転する二つの円形渦輪が同軸上に前後平行に並んでいる場合は、後の渦輪のつくる流れのため前の渦輪は半径を増しながら前進速度が小さくなる。一方、後の渦輪は前の渦輪のつくる流れのため半径を縮小しながら速度を増して前の渦輪を通り抜ける。この現象は、

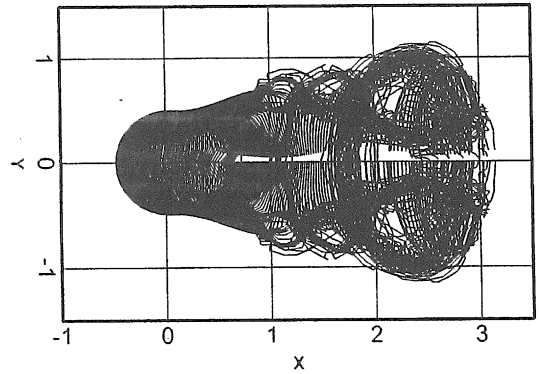
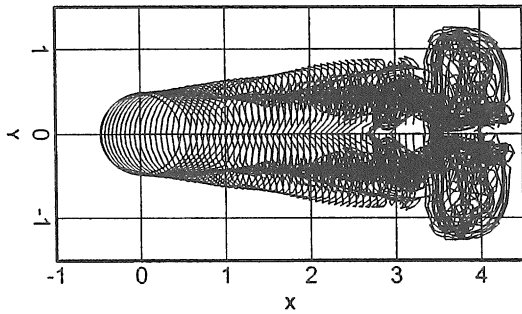
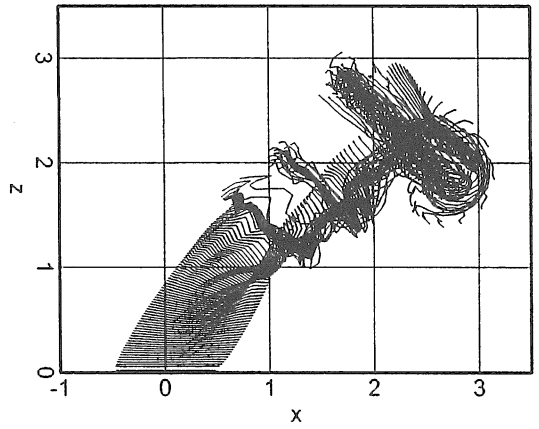
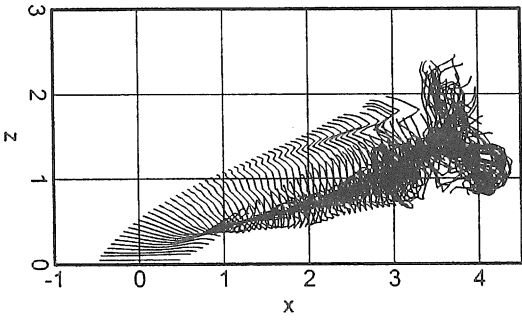
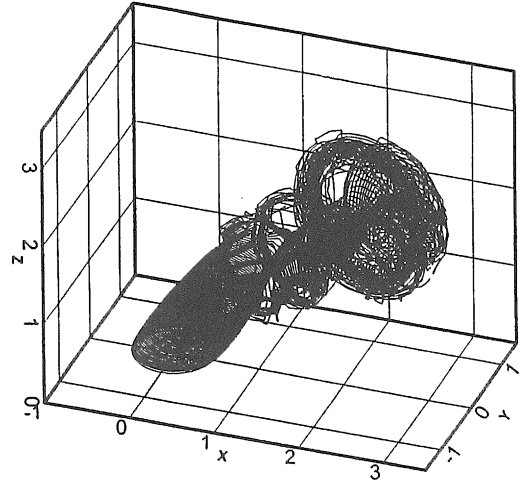
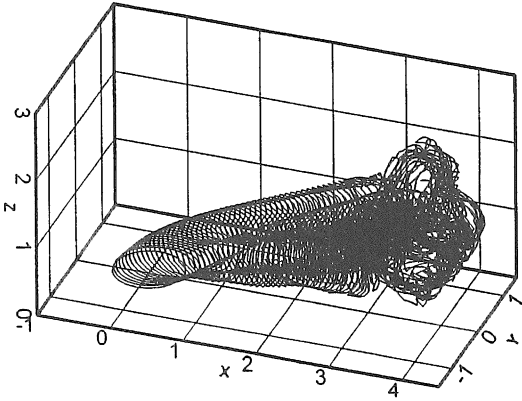


图 4 渦輪分布 ($U_j = 2.0$; $\Delta t = 0.05$; $T = 3.5$)

图 5 渦輪分布 ($U_j = 4.0$; $\Delta t = 0.0125$; $T = 1.875$)

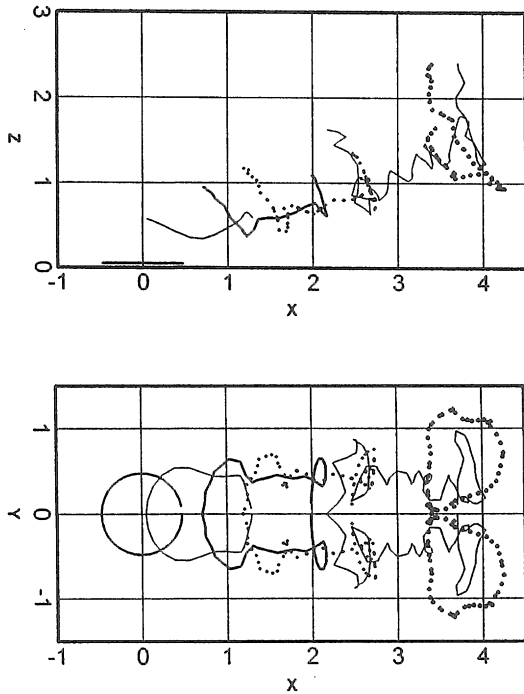


図6 図4の代表的な渦輪

渦輪の通り抜け運動あるいは蛙跳び運動としてよく知られており、渦輪間の相互作用の基本的な流れである。本報では、渦輪はそれぞれ平行でもなく、同軸上にもないため複雑に変形する。図8には、図5と同じ計算条件のもとでの渦輪分布の時間的变化を示す。図8(a)は噴流噴出開始直後の渦輪分布である。渦輪は横断流によりほぼ壁に平行に流される。噴流出口近くに多くの渦輪があるために、先に放出された渦輪は全周にわたって引き伸ばされ巻き上がる。それらの渦輪は、上流側が上がり後流側が下がる渦塊を形成する（以後、この渦塊を先端噴流渦と呼ぶ）。これは複数の渦輪の追い抜き運動と考えられる。時間が経過すれば図8(b), (c)に示すように、先端噴流渦は成長し、新しく放出された渦輪の後流側がその先端噴流渦の中心に吸い込まれる。この時、吸い込まれた渦輪のサイドは引き伸ばされ、下方に引き下げられるとともに横方向には縮められる（図6, 7参照）。その後、先端噴流渦を通り抜けた渦輪は集中し、それらの後流側は先端噴流渦の後流側に巻きつく。一方、新たに先端噴流渦に吸い込まれた渦輪の後流側は立ち上がる（図8(d)参照）。さらに時間が経過した図5の状態では、 $X=1.0\sim 1.5$ 付近で渦輪の合体が起こり、引き伸ばされた

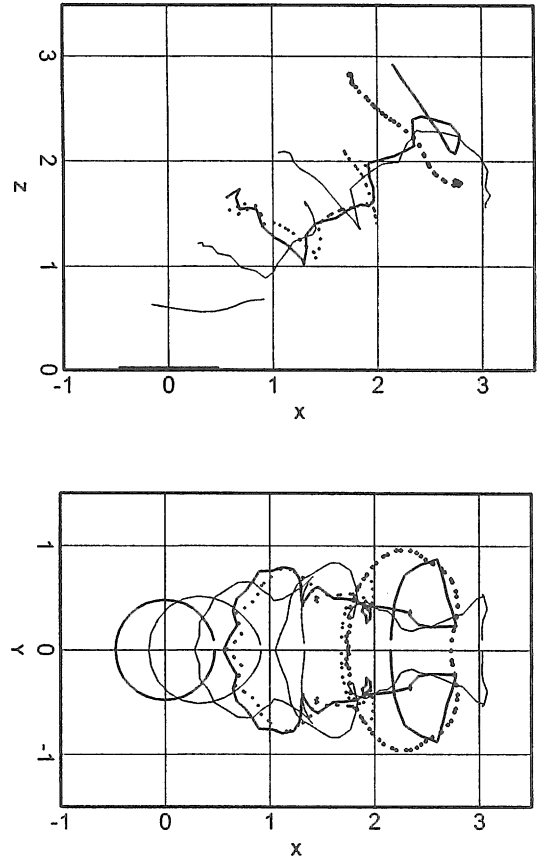


図7 図5の代表的な渦輪

渦輪のサイドが集中する。このように渦輪のサイドが引き伸ばされ集中することによって、CVPが形成されると推察される。このことは、図5の流れ場から求めた速度ベクトルと渦度の等高線からも確認できる。図9は $X=1.75$ における $Y-Z$ 断面の速度ベクトル図を示しており、 $Z=1.5$ 付近に反対方向に回転する一対の流れがみられる。図10には、同じ $X=1.75$ における渦度の等高線図を示す。図10(a)は X 方向渦度 ω_x の等高線図であり、点線は負値を示す。図10(b)には、より噴流軸に近い渦度方向の $\sqrt{\omega_x^2 + \omega_z^2}$ についての等高線図を示す。いずれも $Z=1.5$ 付近に渦度が集中しており、引き伸ばされた渦輪のサイドが集中している位置と一致している。横断流に対面する噴流せん断層は、ケルビン・ヘルムホルツ不安定性により、図1に示すように巻き上がる。図5にみられる渦輪の上流側が合体した二つの渦塊は、

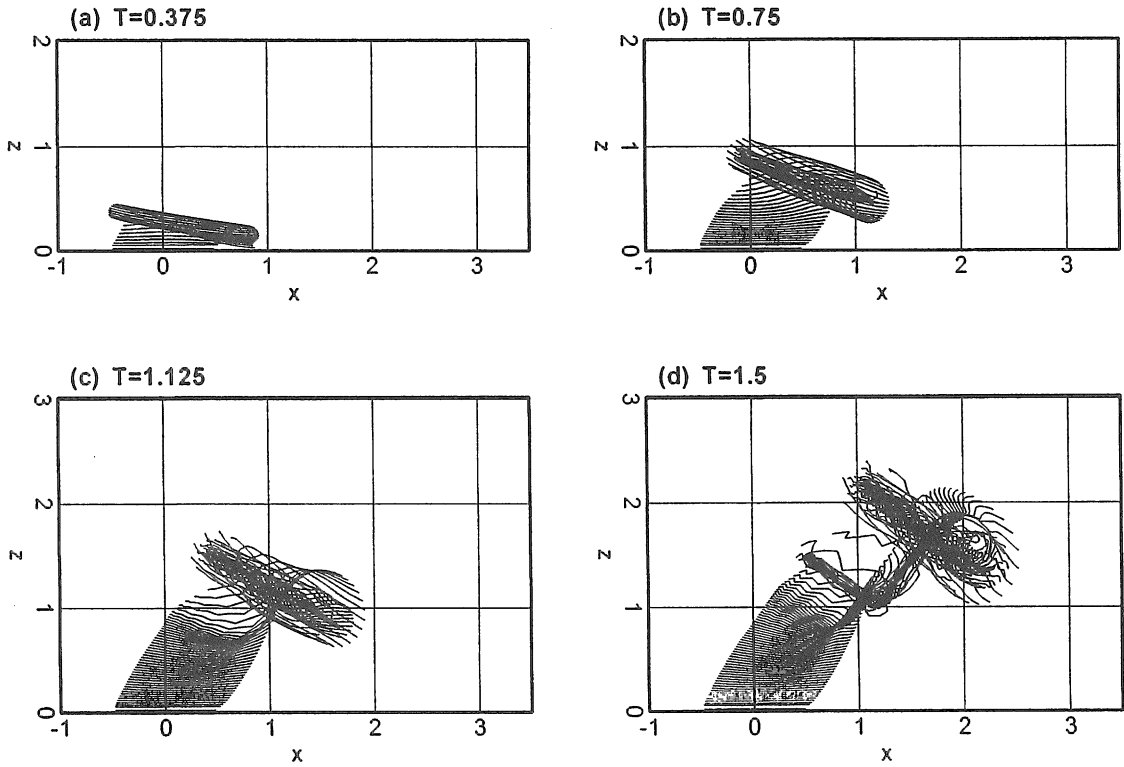


図8 渦輪分布の時間変化 (図5と同じ計算条件)

この Jet shear-layer 渦構造に近いものを表現している。図4の $U_j = 2.0$ では、Jet shear-layer 渦構造に相当するものは出現していないが、長時間の計算をすれば不安定性が大きくなり出現すると推察される。

本計算では、粘性効果を導入していないので、時間とともに先端噴流渦が成長し、セグメント数増加の原因となっている。粘性を考慮しなかったのは、渦糸法に粘性を導入すること自体簡単ではないこともあるが、以下に述べるヘアピン状セグメント消去の手法の効果を検討するために、数値解法のパラメータの数をできるだけ少なくしたいことも一つの理由である。上述の $U_j = 4.0$ の計算例では、小さな時間ステップ $\Delta t = 0.0125$ を採用しているためヘアピン状の折れ曲りは少ない。図5の計算では、セグメント数は8961個、取り除かれたセグメント数は261個とヘアピン消去の効果は現れていない。そこで、 $\Delta t = 0.025$ として最大セグメント角度 θ_{max} 、カットオフ半径 δ の影響を調べた。図11に渦輪分布を示す。図11(a)は $\delta = 0.15$ 、 $\theta_{max} = 110^\circ$ 、(b)は $\delta = 0.15$ 、

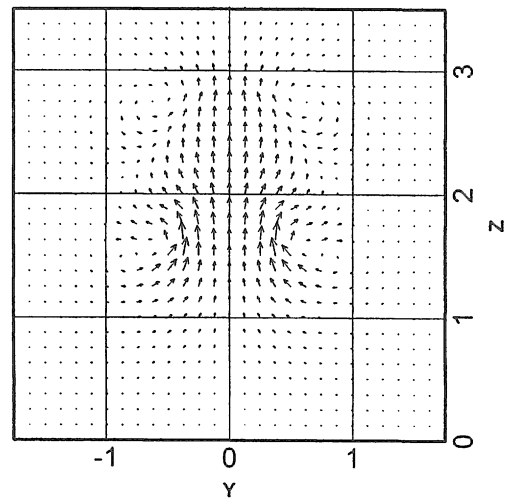


図9 図5の流れ場の速度ベクトル図 ($X = 1.75$)

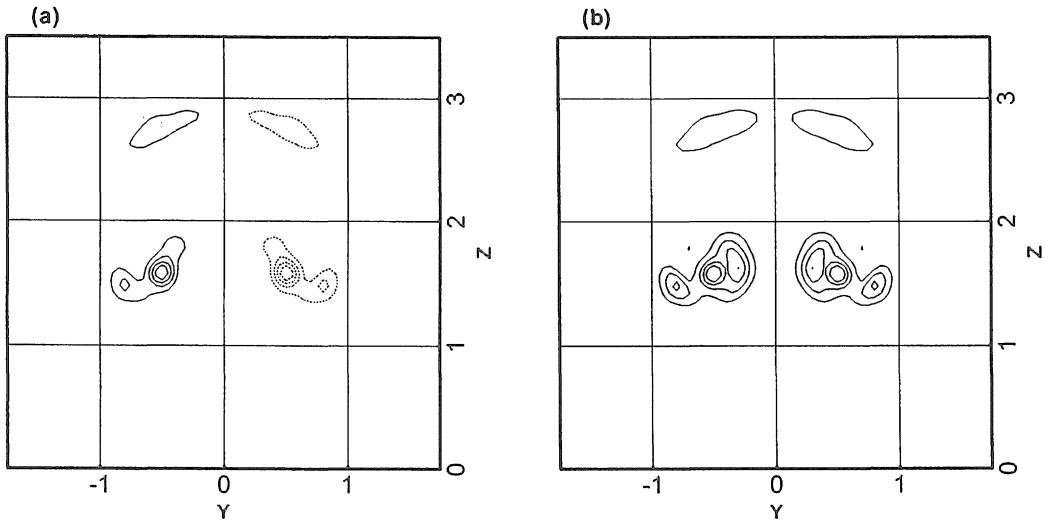


図10 図5の流れ場の渦度等高線図 ($X = 1.75$; (a)、 ω_x ; (b)、 $\sqrt{\omega_x^2 + \omega_z^2}$)

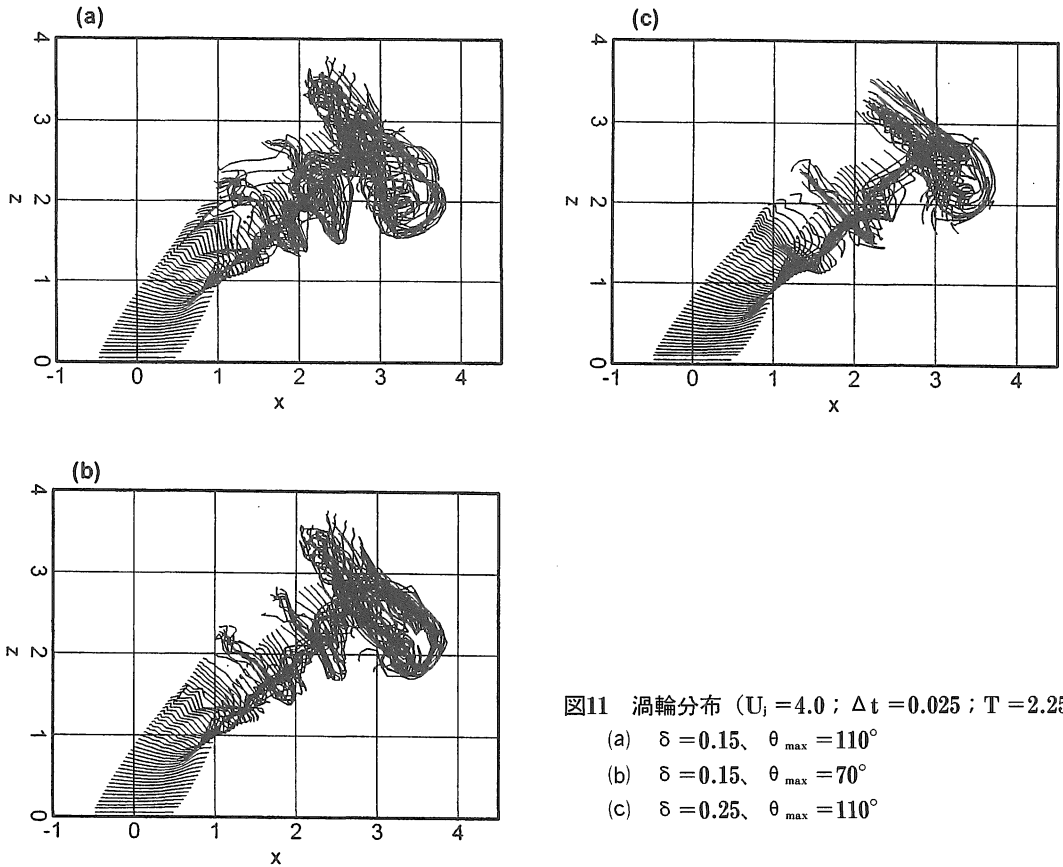


図11 渦輪分布 ($U_j = 4.0$; $\Delta t = 0.025$; $T = 2.25$)

(a) $\delta = 0.15$ 、 $\theta_{\max} = 110^\circ$

(b) $\delta = 0.15$ 、 $\theta_{\max} = 70^\circ$

(c) $\delta = 0.25$ 、 $\theta_{\max} = 110^\circ$

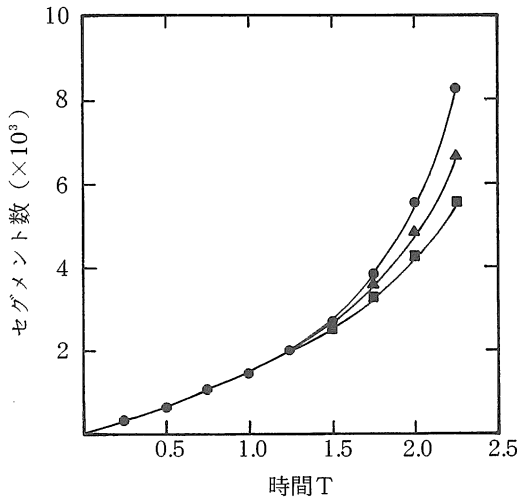


図12 図11のセグメント数の時間変化 (●、図11(a) ; ▲、図11(b) ; ■、図11(c))

$\theta_{\max} = 70^\circ$, (c)は $\delta = 0.25$, $\theta_{\max} = 110^\circ$ のケースを示している。消去されたセグメント数は, (a)761個, (b)2329個, (c)94個である。図11(a)と(b)比較すれば, 二箇所に渦輪の合体が出現するという点からは, 大きな違いはない。図11(c)では, 渦輪の合体は一箇所にしかなく, 渦輪は滑らかに変形する。図12には, それぞれのケースでのセグメント数の時間変化を示す。図11からカットオフ半径 δ は誘導速度の平滑化作用があり, 大きくすれば小さなスケールを表現できないことが分る。最大セグメント角度 θ_{\max} を小さくすれば同じ効果となるが, カットオフ半径は流れ場全体の平滑化であり, ヘアピン状セグメントの消去は局所的な平滑化に関係するという点に違いがある。したがって, 高レイノルズ数流れでは, 小さなスケールまでの精度が必要なために δ を大きくできない。ヘアピン消去の手法は, 高レイノルズ数流れ場での渦要素増加抑制という観点から有効な手法であろう。本報では, ヘアピン状渦消去の物理的影響までは検討することができなかった。ヘアピン渦が発生し易い流れ場を設定し, Δt , δ , θ_{\max} の影響を把握するのは今後の課題である。

4. 結言

横断流中噴流の渦構造の一つであるCVPの形成メカニズムを把握すること及び渦法の複雑な流れ場への適用を主目的とし, 渦輪を基本渦要素とした渦糸法により数値シミュレーションを行った。得られた知見を以下に要

約する。

- (1) CVPは, 渦輪群の相互作用により渦輪のサイドが噴流方向に引き伸ばされ, それらが集中することによって形成される。
- (2) 最近, Yuanら⁽⁹⁾は, 大規模なラージ・エディ・シミュレーションの計算結果から, 噴流出口近傍では渦輪が形成されないと主張している。しかし, 渦輪によるモデル化は, CVPの形成メカニズムを大局的に把握するための基礎として重要である。
- (3) セグメント (渦要素) の急激な増加のため, ごく初期の過渡状態までしか計算できなく, 時間ステップ Δt , カットオフ半径 δ , 最大セグメント角度 θ_{\max} の流れ場への影響については十分に検討できなかった。その過程で, ヘアピン状渦消去の手法は, 高レイノルズ数流れでの渦要素増加の抑制及び渦法への乱流効果の取り込みなどの観点から検討に十分値する課題であることが分かった。

参考文献

- (1) Andreopoulos, J., *J. Fluid Mech.*, **157** (1985), 163-193.
- (2) Chorin, A. J., *J. Comp. Phys.*, **107** (1993), 1-9.
- (3) Fric, T. F. & Roshko, A. R., *J. Fluid Mech.*, **279** (1994), 1-47.
- (4) Hess, J. L. & Smith, A. M. O., Pergamon Press, New York, (1966), 1-138.
- (5) Kelso, R. M., Lim, T. T. & Perry, A. E., *J. Fluid Mech.*, **306** (1996), 111-144.
- (6) Smith, S. H. & Mungal, G. M., *J. Fluid Mech.*, **357** (1998), 83-122.
- (7) Sykes, R. I., Lewellen, W. S. & Parker, S. F., *J. Fluid Mech.*, **168** (1986), 393-413.
- (8) Winckelmans, G. S. & Leonard, A., *J. Comp. Phys.*, **109** (1993), 247-273.
- (9) Yuan, L. L., Street, R. L., & Ferziger, J. H., *J. Fluid Mech.*, **379** (1999), 71-104.