

離散渦法における計算パラメータと非定常圧力について

林 隆 一*

Ryuichi HAYASHI

On Effects of Numerical Parameters and Estimation of
Unsteady Pressure in a Discrete Vortex Method.

Abstract: This paper reports the numerical results on the effects of numerical parameters and the numerical methods of unsteady pressure in a discrete vortex method combined with a panel one. Calculations are carried out for a separated flow around a two-dimensional square cylinder. Results are as follows: Global flow characteristics are little affected by the shedding time interval of nascent vortex and the length of panel. In unsteady pressure calculation, it is important to estimate the effect of nascent vortex.

1. はじめに

流れ場にある渦度分布を離散的な渦要素で置き換え、各渦要素の運動をラグランジュ的に追跡する離散渦法は、高レイノルズ数の非定常非圧縮流れの数値計算法の一つとして開発され、流体力学的に興味深い流れや流体工学における複雑な流れの解明に用いられてきた^{1~3)}。特に、物体まわりの流れの解析における離散渦法とパネル法の併用は、ナビエ・ストークス方程式の差分法等による他の数値計算法に比べて簡便な手続きでかつ少ない計算量で工学的精度が得られることから、実用計算法の一つとして注目されている⁴⁾。しかし、この方法は他の数値計算法と同様に種々の問題点が指摘されている。例えば、技巧的であり、正しく流れを表現できているのか？設定する計算パラメータによって流れはどの様に影響されるのか？渦の生成についてどの様にモデル化するのが適切か？これまで、離散渦法とパネル法の併用の適用例として、最も基礎的な二次元正方形柱まわりの剝離流れの数値シミュレーションが数多くなされているが⁵⁾、この流れにおいてすら計算パラメータの流れへの影響についての詳細な報告は見当たらない。また、この計算法においては、非定常圧力の計算に速度ポテンシャルの時間

変化を見積もる必要があるが、これは必ずしも容易ではなく、具体的な計算法の比較も見当たらない。筆者^{6,7)}も、走行時のACV (Air Cushion Vehicle) の外部流れの解析を離散渦法とパネル法を併用して試みている。しかし、ACVの外部流れは、噴流に対向する流れと順向する流れさらには剝離流れが共存する複雑な流れであるため、計算パラメータによってどの様に流れが影響されるのかを比較することは困難である。

以上のような背景から、本報は離散渦法とパネル法を併用した数値計算法の計算パラメータによる流れへの影響を調べることに、非定常圧力の計算法の比較をすることを目的としている。物体としては最も基本的な正方形柱を取り上げる。本来、四角形柱からの剝離流れはカルマン渦を形成し、流れ特性は周期的な変動をする。計算手続き上は何らかの外乱を与えることによって早期にカルマン渦を発生させる。この場合、計算パラメータの変化による流れ特性を比較するには、数周期にわたっての統計的な平均で比較することになり、多大な計算量が必要となる。そこで、本報では外乱を与えなく中心軸に関して対称な流れで比較する。

* 島根大学教育学部技術研究室

2. 剥離渦の導入と非定常圧力計算法

離散渦法の基本的な計算スキームについては数多く解説されているので^{例え、4)}、ここでは省略する。また、剥離渦および物体を表現する束縛渦はすべて渦点で離散化するものとする。

2.1. 剥離渦の導入法

これまでの離散渦法とパネル法の併用による四角形柱まわりの剥離流れの数値シミュレーションでは、剥離渦の導入法は大別して二つの方法に分けられる。

(I) 剥離点である角部に束縛渦を置き、この束縛渦をそのまま流れ場に放出する。この方法の物理的な解釈は次の様に言われている⁸⁾。剥離点近傍の1パネル長さの物体表面渦層(境界層)を剥離せん断層の外縁付近に導入することに対応する。したがって、剥離渦導入時間間隔 ΔT と物体上の1パネル長さ Δl を調整して剥離渦の導入位置と1パネル長さが等しくなる様に設定すると、剥離せん断層においても渦層が過不足なく連続し、束縛渦の循環と発生剥離渦の強さとの物理的な整合性が得られる。この方法の利点としては、流れの状態から自動的に発生剥離渦の強さと導入位置が決まることである。欠点としては、物理的な整合性がとりにくいことである。

(II) 物体から剥離するせん断層外縁付近の固定した位置に剥離渦を導入し、その強さ Γ_j は

$$\Gamma_j = \frac{1}{2} U_S^2 \Delta T \quad (1)$$

から計算する。ここで、 U_S は剥離せん断層外縁の

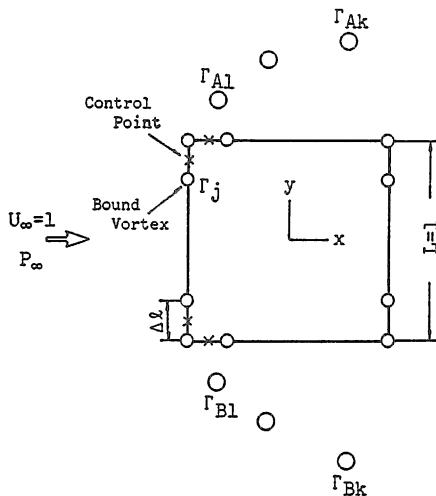


図1 数値計算モデル

接線速度である。剥離渦を導入する固定位置、速度 U_S を計算する位置はそれぞれの研究者によって違う。この方法の利点としては、剥離渦の循環強さを境界層理論の概念を適用して求めるので物理的な理解が得やすいことである。欠点としては、剥離渦の導入位置を固定してしまうことである。

本報では、(I)の剥離渦導入法がより汎用性があると思われるので、(I)の方法で計算パラメータの流れへの影響を調べる。

2.2. 非定常圧力の計算法

離散渦法とパネル法を用いる非粘性流れでは、非定常ベルヌーイの定理が成り立つ。

$$\frac{P}{\rho} + \frac{1}{2} V^2 + \frac{\partial \phi}{\partial t} = f(t) \quad (2)$$

ここで、 ρ は流体密度、 P は圧力、 V は速度、 ϕ は速度ポテンシャルである。物体より十分上流における圧力 P_∞ 、速度 U_∞ を基準にして圧力係数 C_p を定義すると

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} = 1 - \left(\frac{V}{U_\infty} \right)^2 + \frac{2}{U_\infty^2} \left(\frac{\partial \phi_\infty}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \quad (3)$$

となる。(3)式における速度 V は束縛渦、剥離渦からの誘導速度と一様流 U_∞ から容易に求められる。一方、速度ポテンシャル ϕ の中で時間的に変化するものは、物体を表現する束縛渦の循環と剥離渦の位置であるから、非定常圧力項 $\partial \phi / \partial t$ は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} = & \text{①剥離渦の移動による項} \\ & + \text{②束縛渦の強さの変化による項} \end{aligned} \quad (4)$$

に分けて考えられる。②を見積もる時には2通りの考え方があり。

[ケース1]

剥離渦を導入する前後で流れが不連続的に変化している状態を考え、発生剥離渦による圧力変動を含める⁹⁾。

[ケース2]

剥離渦の発生後、流れが連続的に変化している状態を考える¹⁰⁾。

したがって、圧力係数 C_p は

$$\begin{aligned} C_p = & \text{定常項} \\ & + \text{①剥離渦の移動による項} \\ & + \text{②束縛渦の強さの変化による項} \end{aligned}$$

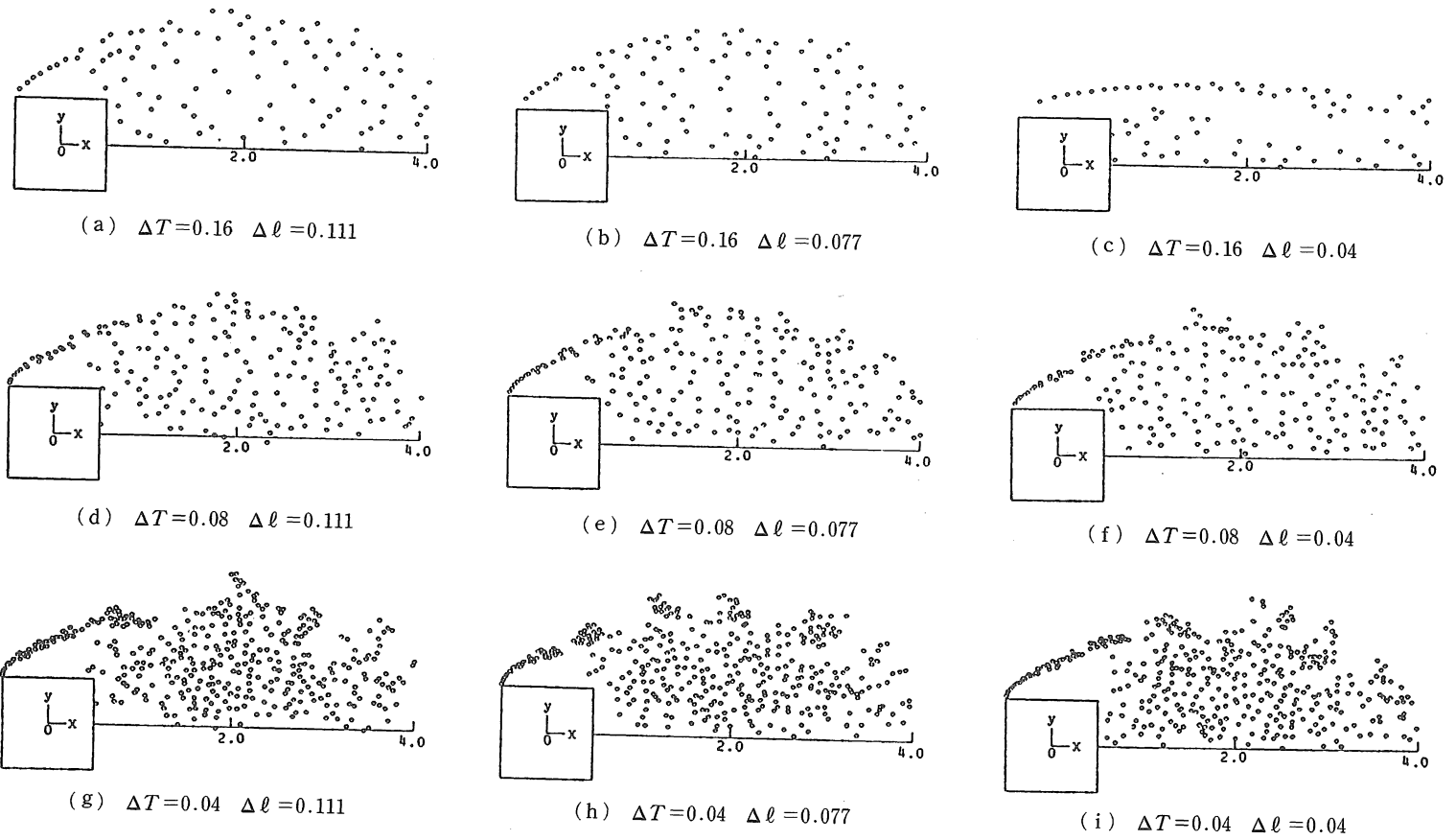


图2 渦点分布 ($T=16$)

+③剝離渦発生による項 (5 a)

と表せ、[ケース 2] は③の項を除いて圧力係数を求めることになる。図 1 の様に正方形柱の前方角部だけから剝離がおこるとし、 ϕ_∞ が一定になる様に偏角をとれば、(3) 式は次式の様に近似できる。

$$C_p = 1 - \left(\frac{V}{U_\infty} \right) + \frac{2}{U_\infty} \left\{ \text{Real} \left\{ \frac{i}{2\pi} \sum_{\ell=A}^B \sum_{k=1}^{K_\ell} \Gamma_{\ell k} \left(\frac{1}{z - z_{\ell k}} \right) \frac{dz_{\ell k}}{dt} \right\} \right. \dots\dots\dots ①$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^N \frac{\Gamma_j(t) - \Gamma_j(t - \Delta T)}{\Delta T} \arg(z - z_j) \dots\dots\dots ②$$

$$\left. + \frac{1}{2\pi} \sum_{\ell=A}^B \frac{\Gamma_{\ell 1}}{\Delta T} \arg(z - z_{\ell 1}) \dots\dots\dots ③ \right\} \quad (5 b)$$

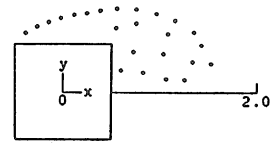
ここで、 $z(=x+iy)$ は複素変数であり、 $z_{\ell k}$ 、 z_j はそれぞれ剝離渦、束縛渦の位置である。 ΔT は剝離渦導入時間間隔である。

3. 計算結果

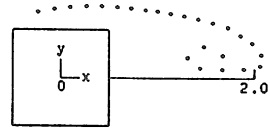
以下に示す量は、速度は一樣流 U_∞ 、長さは正方形柱の 1 辺の長さ L 、時間は L/U_∞ で無次元化されている。剝離渦は、図 1 に示す様に、正方形柱の前方角部だけから放出されるものとする。剝離渦の導入は 2.1 節(I)の方法を用いるが、剝離点の両隣の標点の速度の合速度で角部の束縛渦の循環をそのまま放出する。この場合、主な計算パラメータは剝離渦導入時間間隔 ΔT とパネル長さ $\Delta \ell$ であるので、 $\Delta T=0.16, 0.08, 0.04, \Delta \ell=0.111, 0.077, 0.040$ の 3 通りを用い、合計 9 通りの組合せで比較した。

3.1. 大局的な流れ特性

大局的な流れ特性として、フローパターンおよび抗力に剝離渦導入時間間隔 ΔT とパネル長さ $\Delta \ell$ が及ぼす影響を調べる。図 2 に ΔT と $\Delta \ell$ の 9 通りの組合せの渦点分布を示す。図 2 (c) の $\Delta T=0.16, \Delta \ell=0.04$ のケース以外は、物体後面にひっかかるような大きな渦塊が形成され、大局的にはほぼ同じフローパターンとみなせる。 $\Delta T=0.16, \Delta \ell=0.04$ 以外のケースでは、図 3 (a) に示す様に初期の剝離渦は物体上面に出発渦を形成し、出発渦は時間とともに大きな渦塊へと成長しながら下流へ流される。しかし、 $\Delta T=0.16, \Delta \ell=0.04$ では、図 3 (b)



(a) $\Delta \ell = 0.111$



(b) $\Delta \ell = 0.04$

図 3 渦点分布 ($\Delta T=0.16, T=4$)

に示される様に出発渦が形成されないため、時間の経過後も渦集中がおこらなく明白な渦塊は形成されない。もう少し詳細にみると違いがある。発生剝離渦の導入位置は、 ΔT が小さくなるほど角部の真上に放出される傾向がある。この様にわずかな差はあるけれど、大局的に見れば、 $\Delta T=0.16, \Delta \ell=0.04$ のように $\Delta \ell / \Delta T$ の極端なケースを除いて、 ΔT と $\Delta \ell$ のフローパターンへの影響は少ない。以後の比較では、 $\Delta T=0.16, \Delta \ell=0.04$ のケースは例外として取り扱う。

図 4 は物体表面上の速度を示したもので、それぞれ標点での値である。 $\Delta \ell$ の値により角部近くの数値分布の形状に違いがあるように見えるが、 $\Delta \ell$ が小さい場合には角部近くに標点があることを注意する必要がある。前面での速度分布は、 ΔT と $\Delta \ell$ にかかわらずほぼ同じであるといえる。次に後面を調べる。 ΔT =一定のもとで比較すれば、 $\Delta \ell$ の影響はほとんどない。 $\Delta \ell$ =一定のもとでの ΔT による差は、 ΔT を大きくするほど後面の速度が大きくなる。これは、 ΔT が大きい場合には放出剝離渦の数が少なく空間的精度の影響であろう。

次に物体上の圧力分布を図 5 に示す。●は[ケース 1] から求めた圧力係数で C_p と表す。○は[ケース 2] から求めたもので(5)式の③剝離渦発生による項を除いて計算した圧力係数であり C_{pu} と表す。△は(5)式の定常圧力成分であり C_{ps} と表す。したがって、●と○の差は(5)式の③発生剝離渦の圧力変動による成分を意味する。○と△の差は(5)式の①+②項の非定常圧力成分であるが、②項は小さいのでほぼ①項の剝離渦の移動による非定常圧力成分とみなせる。 C_{ps} と C_p や C_{pu} の差は、どのケースにおいてもほぼ同じである。したがって、(5)式の①項と③項は ΔT と $\Delta \ell$ によってほとんど影響を受けないことがわか

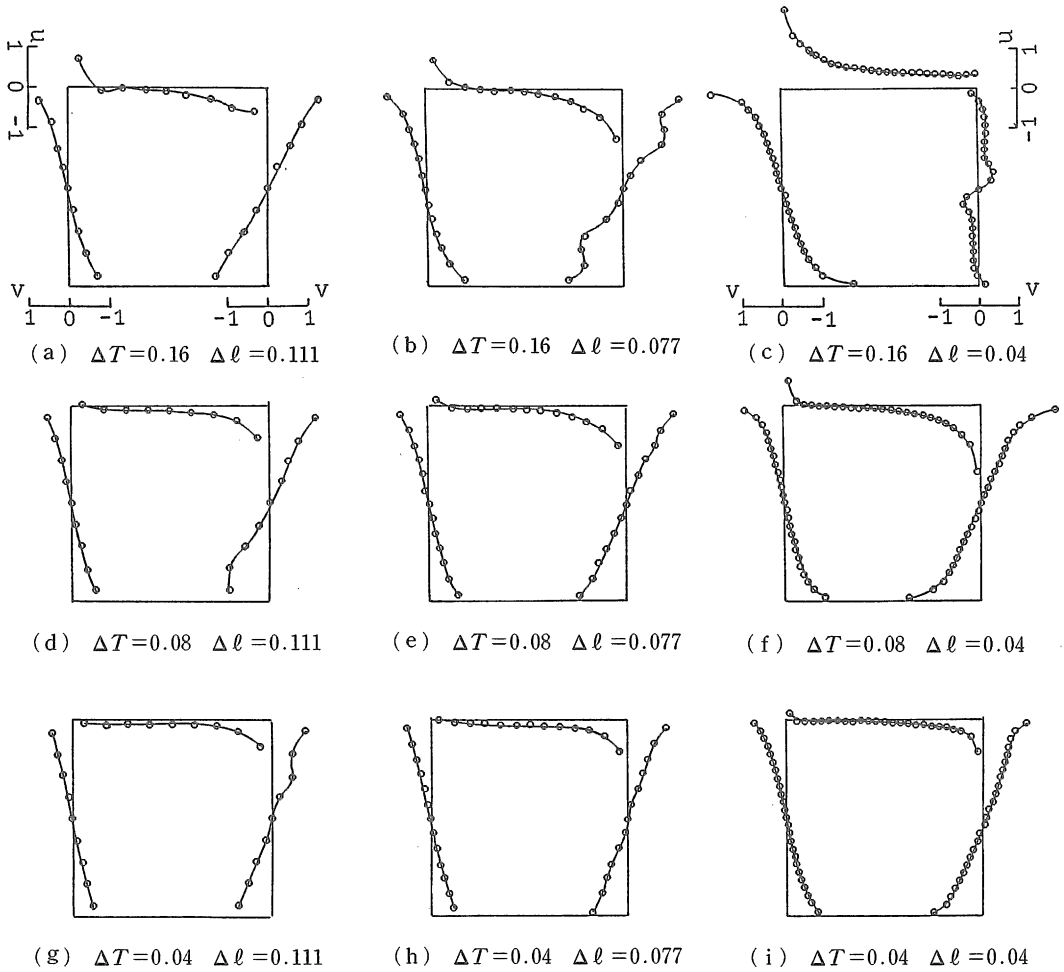


図4 物体表面上の速度分布 ($T=16$)

る。また、(5 b) 式の③項の $\Gamma_{\ell 1} / \Delta T$ ($\ell = A, B$) の値は圧力成分の中で大きく影響することがわかる。もう少し大局的に見るために、これらの圧力係数を積分して求めた抗力係数 C_D の時間変化を図6に示す。●, ○, △印は、図5のそれぞれの圧力係数に対応しており、 C_D , C_{Dn} , C_{Ds} で表す。[ケース1]での抗力係数 C_D と [ケース2]の抗力係数 C_{Dn} には大きな差がある。 $\Delta T=0.16$ において C_{Ds} が時間的に変動しているのは、後面の速度が変動することによる。これは、 ΔT が大きい場合には剥離渦が物体に孤立的に接近したり離れたたりし、大きな速度変化をもたらすためである。 $\Delta T=0.04$ では C_D , C_{Dn} が他のケースに比べて少し小さいが、これは定常抗力係数 C_{Ds} が小さいためである。すなわち、前述した様に後面の速度が小さいためである。

一般に正方形柱まわりの流れの平均抗力係数は2.2、前面の平均圧力係数は1.0であるといわれており⁴⁾、図5と図6から [ケース1] で非定常圧力を計算した方が妥当であるといえる。また、極端な ΔT と $\Delta \ell$ の組合せ(特に ΔT が大きい場合)を除けば、渦点分布や抗力等の大局的な流れ特性は、 ΔT と $\Delta \ell$ にあまり影響されないことが明らかとなった。

3.2. 発生剥離渦の特性

3.1節から大局的な流れ特性は、発生剥離渦の性質にあまり影響されないことがわかったが、剥離点近くの流れが問題となる場合を想定して、計算パラメータが剥離渦の特性に与える影響について調べる。

表1に発生剥離渦の循環強さを示す。 $\Delta \ell$ によってはほとんど変化しないが、 ΔT が小さくなるほど発生剥離

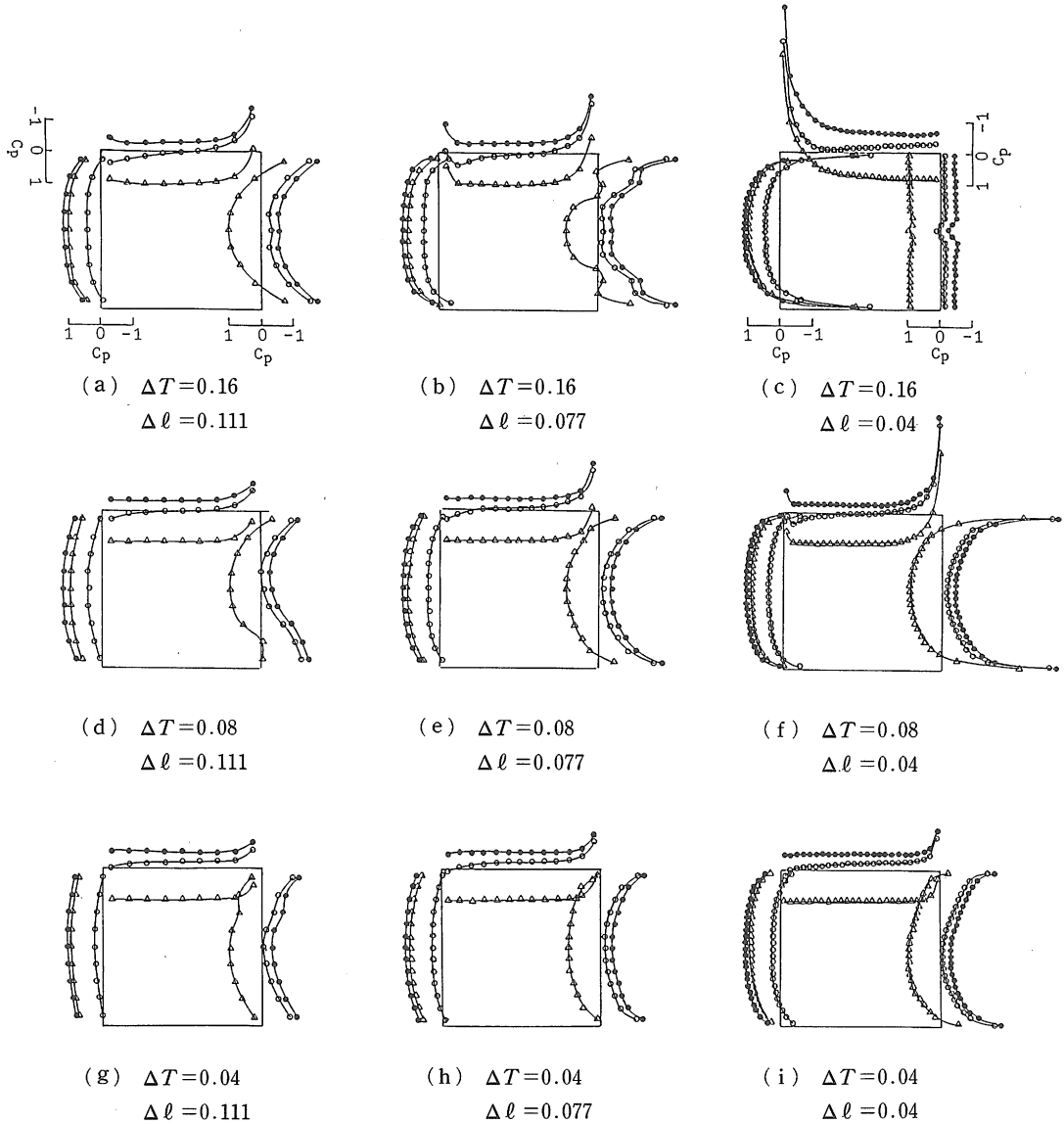


図5 物体表面上の圧力係数分布 ($T=16$, ●: C_p , ○: C_{pw} , △: C_{ps})

渦の循環強さ Γ_{A1} は減少する。(5 b) 式の③項に関連する単位時間当たりの循環強さ $\Gamma_{A1}/\Delta T$ の値を表2に示す。 $\Delta \ell$ によってこの値は変化しないが、 ΔT に関しては、 ΔT が小さくなるにつれて大きくなる。Pullin¹¹⁾は無有限長さの楔の頂点からの出発渦を解析し、頂点が直角の楔の場合は $\Gamma_{A1}/\Delta T$ は $(\Delta T)^{-1/2}$ に比例することを導出しており、本数値計算結果は傾向的に一致する様に見える。 $\Delta T \rightarrow 0$ の時、 $\Gamma_{A1}/\Delta T \rightarrow 0$ となれば、[ケース1]と[ケース2]の圧力は一致するものと思われるが、今

回の数値実験ではその傾向は見当らなく、この点については今後の検討課題である。表3に発生剥離渦の放出速度 V_s を示す。 $\Delta \ell$ が小さいほど放出速度は大きくなる。本計算スキームでは、角部の両隣の標点での速度の合速度を放出速度として用いている。 $\Delta \ell$ が小さい場合には標点が角部に近いため、 $\Delta \ell$ が小さくなるにつれて放出速度 V_s が大きくなるものと考えられる。 ΔT に関しては、 ΔT が大きいほど放出速度は大きくなっている。これは図2の渦点分布に見られる様に、 ΔT が大きい場合に

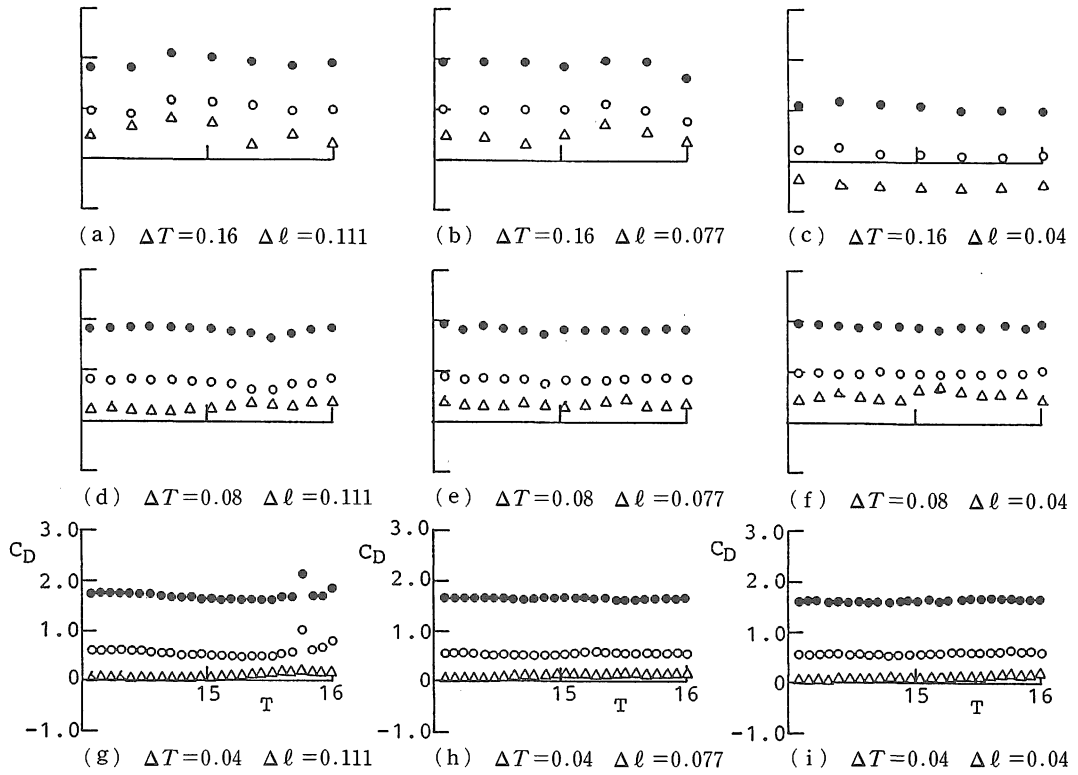


図6 抗力係数 (●; C_D , ○; C_{Dn} , △; C_{Ds})

表1 発生剥離渦の循環強さ Γ_{AI}

$\Delta T \backslash \Delta \ell$	0.111	0.077	0.040
0.16	0.118	0.117	0.126
0.08	0.064	0.062	0.058
0.04	0.034	0.034	0.033

表4 発生剥離渦の導入距離 ΔS

$\Delta T \backslash \Delta \ell$	0.111	0.077	0.040
0.16	0.065	0.098	0.219
0.08	0.024	0.029	0.048
0.04	0.010	0.012	0.017

表2 単位時間当たりの発生剥離渦の循環強さ

$$\Gamma_{AI} / \Delta T$$

$\Delta T \backslash \Delta \ell$	0.111	0.077	0.040
0.16	0.738	0.731	0.787
0.08	0.805	0.775	0.725
0.04	0.850	0.850	0.825

表5 発生剥離せん断層の強さ $\gamma = \Gamma_{AI} / \Delta S$

$\Delta T \backslash \Delta \ell$	0.111	0.077	0.040
0.16	1.815	1.194	0.575
0.08	2.667	2.138	1.208
0.04	3.400	2.833	1.941

表3 発生剥離渦の放出速度 V_s

$\Delta T \backslash \Delta \ell$	0.111	0.077	0.040
0.16	0.812	1.220	2.736
0.08	0.602	0.728	1.197
0.04	0.507	0.601	0.828

は角部近くに剥離渦が少ないのが原因と思われる。表4には、剥離点から発生剥離渦が放出された位置までの距離 ΔS を示す。 ΔS は表3の放出速度 V_s に ΔT を掛ければ求まるが、実際には剥離渦移動時間間隔 Δt を $\Delta T/2$ に設定しているため、 $(V_s \Delta T)/2$ の値が表4に示されている。表5には、発生剥離渦のせん断層強さ $\gamma (= \Gamma_{AI} / \Delta S)$ を示す。この剥離せん断層強さ γ は、表5のそれぞれの対角線上でほぼ一定となっている。筆者は剥離せん断層強さの適否を判断するデータを持ち合せていないが、本報の剥離渦導入の物理的解釈からは次の様にいえる。2.1節(I)で述べた様に、 $\Delta S = \Delta \ell$ となれば剥離点近くの渦層が Δt の間に過不足なく放出されることになる。この観点からは、表4と5を参照して、 $(\Delta T, \Delta \ell) = (0.16, 0.077), (0.08, 0.04)$ の組合せ、すなわち $\Delta \ell / \Delta T = 0.5$ ($\Delta \ell / \Delta t = 1.0$)あたりが適切と判断できる。

4. 結 論

限られた範囲での数値実験であり、また対象とした流れは単純な正方形柱まわりの流れではあるが、離散渦法とパネル法を併用して複雑な流れを解析する場合に、計算パラメータの設定や非定常圧力の計算に本数値実験結果は役立つものと思われる。得られた結果を要約する。

- (1) 非定常圧力の計算においては、[ケース1]の流れ状態を想定するのが妥当である。
- (2) 大局的な流れ特性は、極端な $\Delta \ell / \Delta T$ の値の場合を除けば、 ΔT と $\Delta \ell$ にほとんど影響されない。
- (3) 本計算スキームの物理的整合性の観点からは、 $\Delta \ell / \Delta T = 0.5$ ($\Delta \ell / \Delta t = 1.0$)あたりが適切な組合せで、必ずしも ΔT や $\Delta \ell$ を小さくすることによって精度を上げることができるとは限らない。

参 考 文 献

- 1) Leonard, A., J. Comput. Phys., **37**(1980), pp. 289-335.
- 2) Leonard, A., Ann. Rev. Fluid Mech., **17**(1985), pp. 523-559.
- 3) Sarpkaya, T., Trans. ASME, J. Fluids Eng., **111** (1989), pp. 5-52.
- 4) 日本機械学会編, 流体工学における特異点法に関する研究分科会成果報告書 (1990).
- 5) 日本機械学会編, 第1回CFDワークショップ成果報告書 (1987), pp. 89-122.
- 6) 林 隆一, 木田輝彦, 安富善三郎, 日本機械学会論文集 (B編), **53** (1987), pp. 2460-2467.
- 7) 林 隆一, 木田輝彦, 安富善三郎, 日本航空宇宙学会誌, **37** (1989), pp. 39-46.
- 8) 近江和生, 今市憲作, Coutanceau, M., 日本機械学会論文集 (B編), **56** (1990), pp. 2257-2267.
- 9) 蔦原道久, 木村雄吉, 盧 基徳, 日本航空宇宙学会誌, **36** (1988), pp. 473-479.
- 10) Kiya, M., Sasaki, K., and Arie, M., J. Fluid Mech., **120**(1982), pp. 1959-1966.
- 11) Pullin, D. I., J. Fluid Mech., Part 3, **88**(1978), pp. 401-430.