島根大学教育学部紀要（自然科学）第20巻　1～3頁　昭和61年12月

ある種の需要予測と供給に関する一考察

福　田　悌　次　郎*

Teijiro FUKUDA

A Study on a Supply and Demand Forecast for an Agricultural Crop

1. はじめに

次のような一種の生産計画問題を考える。

ある作物の栽培に際して，品種 $A_j(j=1,\ 2,\ \cdots,\ s)$ については，栽培を開始してから商品として完熟するまでに r_j 回の作業工程を必要とするとしよう。この作業工程とは，例えば，施肥であったり，薬剤散布であったり，または除草などであると考えていただきたい。

少量栽培の場合は，品種が多くても，1つの作物ごとに必要回数の作業工程を確実に実施して完熟させることができるが，多量栽培の場合には，広範囲な耕地全体に画一的な方法で一斉実施（例えば，薬剤の空中散布など）を行う関係上，1回の作業の実施で，1つの作物に確実にその作業工程が実施されるとは限らない。

つまり，栽培地における気象や地形，その他の諸条件は考慮せずに，これらのすべてが均一であるという理想的な場合を想定して，最も経済的と思われる方法により実施することになるから，所によってはその作業工程が実施されない作物も出て来る可能性がある。したがって，この作業工程は栽培されている作物ごとにそれぞれある確率を伴って実施されるものと考えられる。

この実施確率はおのおのの作物によって，また，何回目の作業かという作業回数によっても異るであろうが，ここでは，それらには無関係な一定値 p であると仮定する。

さて，r_j の値の大きい品種のみを栽培すると，完熟に時間が掛り過ぎ，初期の需要に応じ切れないし，一方この値の小さい品種のみ栽培すると，早い時期に完熟してしまい，供給の方が需要を上廻って市場価値が下ったり，保管料が嵩んで不経済になることも考えられる。さらに，生鮮食料品の場合などは腐敗などの現象が起きて商品価値が零になってしまい，生産者が大打撃を受けるなとになるかもしれない。そこで，いろいろの品種をとり混ぜて栽培し，いつでも一定の供給料を確保できる方式がないものか考察してみた。なお，品種による栽培の難易差や栽培に要する費用の差，さらに，製品の品種による価格の差異等はないものとする。また，この作物は四季を問わず栽培でき，需要も年間を通じて変化ないものと仮定する。品種 A_j の必要作業工程数 r_j も任意の自然数でよいが，問題を簡単にするため，$r_j=j(1,\ 2,\ \cdots,\ s)$ として扱うことにする。

* 島根大学教育学部数学教育研究室

2. 解　　析

n 回の作業試行において，品種 A_j の作物が完熟する確率は

$$ {}_nC_j\, p^j\, (1-p)^{n-j} \qquad (2.1)$$

であるから，その栽培個数を x_j とすると，品種 A_j の作物が n 回の作業試行で完熟する個数の期待値は

$$ x_j\, {}_nC_j\, p^j\, (1-p)^{n-j} \qquad (2.2)$$

である。したがって，n 回の作業試行の結果，この作物の完熟する個数の期待値は

$$ f(n) = \sum_{j=1}^{s} x_j\, {}_nC_j\, p^j (1-p)^{n-j} \qquad (2.3)$$

ということになる。(2.3) を書き下すと次のようになる。

$$\left\{\begin{array}{l} f(1) = x_1 p \\ f(2) = x_{12}C_1 pq + x_{22}C_2 p^2 \\ f(3) = x_{13}C_1 pq^2 + x_{23}C_2 p^2 q + x_{33}C_3 p^3 \\ \quad\vdots \qquad\quad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \ddots \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} \vdots \\ f(s)=x_{1s}C_1pq^{s-1}+x_{2s}C_2p^2q^{s-2}+\cdots\cdots+x_{ss}C_sp^s \\ \vdots \\ f(n)=x_{1n}C_1pq^{n-1}+x_{2n}C_2p^2q^{n-2}+\cdots+x_{sn}C_sp^sq^{n-s} \\ \vdots \end{cases}$$

ただし，$q=1-p$ である。

よって，n の値には無関係に，f(n) の値が一定の正整数 k（必要供給量）に等しくなるよう，非負整数 $\{x_1, x_2, \cdots, x_s\}$ を定めればよいことになる。

ところで，$f(n)=k(n=1, 2, \cdots, s, \cdots)$ という連立方程式には非負の整数解が要求されるが，n を $1\leqq n\leqq s$ に限定しても，$f(1)=f(2)=\cdots\cdots=f(s)=k$ という方程式は可解ではあるが，非負の解が，任意の確率 p と自然数 s に対して存在するという保証はない。

さて，(2.1) で表わされる2項確率を

$$B(j,n,p)={}_nC_jp^j(1-p)^{n-j}$$

で表わすと，

$$\frac{B(j,n,p)}{B(j,n+1,p)}=\frac{n+1-j}{(n+1)(1-p)}$$ となるから，

$$\begin{cases} j=(n+1)p\text{のとき}\quad B(j,n,p)=B(j,n+1,p) \\ j>(n+1)p\text{のとき}\quad B(j,n,p)<B(j,n+1,p) \\ j<(n+1)p\text{のとき}\quad B(j,n,p)>B(j,n+1,p) \end{cases}$$

である。よって，$p>0.5$ ならば，$n=1$ のとき $(n+1)p=2p>1=j$ となり，ある自然数 s に対しては，$f(1)=f(2)=\cdots=f(s)$ となる非負の解 $\{x_1, x_2, \cdots, x_s\}$ を求めることができる。

しかし，$n>s$ となると，ある自然数 n_0 から先の n に対して，$f(n)>f(n+1)$ となり，f(n) の値を一定値 k に保たせることができなくなる。

したがって，作業工程数 n がある程度大きくなり，f(n) の値の下降が始まる段階で，第2回目の追加植えつけを第1回目と同じ要領で実行すると，初回植えつけの残存効果と合わせて，必要供給料をほぼ一定に維持することが可能になる。以下その一例を述べる。

3. 例

$p=0.7$; $j=1,2,3,4,5(s=5)$; $k=50$

とし，1回の作業工程実施に要する日数は1週間とする。最良の生産計画を求めたい。

(2.3) 式の係数を計算すると

$$\begin{aligned}
f(1)&=0.70x_1 \\
f(2)&=0.42x_1+0.49x_2 \\
f(3)&=0.19x_1+0.44x_2+0.34x_3 \\
f(4)&=0.08x_1+0.26x_2+0.41x_3+0.24x_4 \\
f(5)&=0.03x_1+0.13x_2+0.31x_3+0.36x_4+0.17x_5 \\
f(6)&=0.01x_1+0.06x_2+0.19x_3+0.32x_4+0.30x_5 \\
f(7)&=\qquad\quad 0.03x_2+0.10x_3+0.23x_4+0.32x_5 \\
f(8)&=\qquad\quad 0.01x_2+0.05x_3+0.14x_4+0.25x_5 \\
&\cdots\cdots
\end{aligned}$$

となる。

f(7) と f(8) の対応する項の係数を比較すると，すべての項において前者の方が後者のそれよりも大であるから，$f(7)>f(8)$ である。

また，$f(5)=f(6)=f(7)$ とおくと

$f(6)=f(7)$ より $x_5=0.50x_1+1.50x_2+4.50x_3+4.50x_4$,

$f(5)=f(6)$ より $x_5=0.15x_1+0.54x_2+0.92x_3+0.31x_4$

この両式の右辺の係数を比較することにより，$f(5)=f(6)=f(7)$ を満足する非負解も存在しないことがわかる。よって，$f(j)=k$ となるように $x_j(j=1,2,3,4,5)$ を定めると，f(n) の値は $n\geqq 7$ に対して次第に減少することになる。

実際には，$f(j)=50(j=1,2,3,4,5)$ とおくと，$x_1\doteqdot 71$, $x_2\doteqdot 41$, $x_3\doteqdot 54$, $x_4\doteqdot 48$, $x_5\doteqdot 50$ という非負整数解が得られ，この解に対して $f(6)\doteqdot 44$, $f(7)\doteqdot 34$, $f(8)\doteqdot 22$ と f(n) の値は単調減少する。

（解法1）

そこで，第2回目の追加補充植えつけの効果を考え合わせて，次のような改良計画を考える。

$$\begin{cases} f(2)=f(3)=f(4)=f(5)=50 \\ f(1)+f(6)=50 \end{cases} \qquad (3.1)$$

(3.1) の最後の条件式は，最初に植えつけ後5週間経過の時点で追加植えつけを行うと，n=6 の時点での完熟

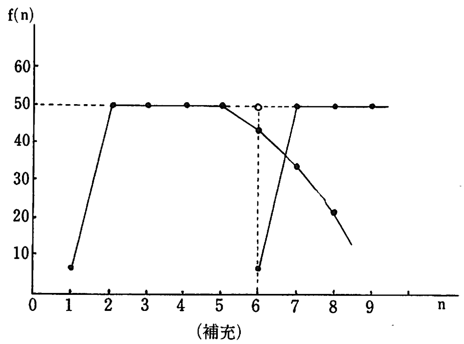

図 1

数は最初の植えつけによる効果 f(6) と，追加植えつけ後の n=1 のときの効果 f(1) との和が目標値の50に達することを示している。

連立方程式 (3.1) を解くと，$x_1 \fallingdotseq 9$, $x_2 \fallingdotseq 94$, $x_3 \fallingdotseq 20$, $x_4 \fallingdotseq 69$, $x_5 \fallingdotseq 37$ という近似整数解が得られる。よって，これら5品種の合計229個の栽培を開始した後，5回の作業工程終了ごとに，つまり，5週間ごとに上記の割合いで合計229個の追加栽培を継続して行けば，常時50個の完熟品が維持されることになる。

しかしながらこの場合，$f(7) \fallingdotseq 33$, $f(8) \fallingdotseq 21$ となるので，n=7, 8 に対しては追加補充の効果を考え合わせると，$f(2)+f(7) \fallingdotseq 83$, $f(3)+f(8) \fallingdotseq 71$ となり，必要供給量50を越えてしまい，やや不経済である。

（解法２）

解法１で示した方法を少し修正して，次の連立方程式を考える。

$$\begin{cases} f(4)=f(5)=50 \\ f(1)+f(6)=50 \\ f(2)+f(7)=50 \\ f(3)+f(8)=50 \end{cases} \qquad \text{(3.2)}$$

(3.2) の後半の３つの条件式は，前と同様に，最初の植えつけと追加補充の効果の合成を意味している。

これを解くと，$x_1 \fallingdotseq 16$, $x_2 \fallingdotseq 38$, $x_3 \fallingdotseq 47$, $x_4 \fallingdotseq 83$, $x_5 \fallingdotseq 2$ となり，$\sum_{j=1}^{5} x_j = 186$。

（判定）

これら２つの解法を比較すると，最初の方法では n=2，つまり，２週間後から必要量を供給することができるのに対し，第２の方法ではそれが４週間後からになるので，やや初期効果の点で劣る。

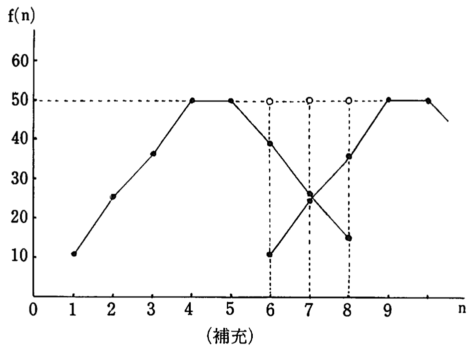

図　2

しかし，前者では第７週，第８週辺りでは供給量が必要量を上廻り不経済であるのに反し，後者は大体コンスタントに必要量50を維持しているので無駄がない。また，５週間ごとの植えつけ個数も前者の229に対し後者は186で済み，より経済的な方式であると思われる。

なお，本例の解析に当っては，以上２つの手法以外にも解法は考えられると思うが，一種の（非負）整数計画法という意味で最適解の探索は必ずしも容易ではないように思われる。事実，上記２つの手法の中間に相当する条件：

$$\begin{cases} f(3)=f(4)=f(5)=50 \\ f(1)+f(6)=50 \\ f(2)+f(7)=50 \end{cases} \qquad \text{(3.3)}$$

の下で解いてみたが，$x_1 \fallingdotseq 2$, $x_2 \fallingdotseq 20$, $x_3 \fallingdotseq 120$, $x_4 \fallingdotseq -19$, $x_5 \fallingdotseq 99$ となり，負の解が出現して不適であることが判ったことを付言しておく。