

# カタナリー炉内の帯鋼の横振動

野坂 弥蔵\*・永川 精一\*\*

Yazo NOZAKA and Seiichi NAGAKAWA

## Lateral Vibration of Band Steel in a Catenary Furnace

**Abstract :** When a band steel is heated and successively cooled, moving with no support under it, in a long horizontal furnace called a catenary furnace, it deflects like a catenary because of the weight of itself. In some cases, the deflection of the band steel increases and then decreases periodically. This is called the lateral vibration of a band steel.

In this paper, the vibration system is simulated with a simple experimental system using a paper-tape for computers instead of a band steel. It is found that the vibration is a kind of relaxation oscillations due to the fluctuation of the friction force among the draw-outer (a reel which draws out the coiled paper-tape) and the brake band which brakes the draw-outer in order to reduce the deflection of the paper-tape.

### 1. ま え が き

カタナリー炉内で熱処理を受ける長い帯鋼はコイル状に巻かれて巻出機に装着され、一端は水平に長く伸びて炉の中を通った後、巻取機で巻取られる。長さ約 10m の炉の中では帯鋼を支持するものは何もないので自重のためカタナリー状に撓む。その撓み量が一定なら問題ないが、実際には絶えず多少の変動を繰返しているし、時によると周期的に大きく増減し、甚だしい時は炉床に触れて傷がつくことがある。このようになれば大問題であるが、日常の多少の変動でも、炉への入口、出口の狭い開口部へ触れる心配があるので、開口部の上下方向の寸法を 10mm 位にしなければならない。ここから炉内の高温ガスが流出するので、できれば最大 2mm 位に押えたい。このような要望はカタナリー炉の使用者は皆持っているが、現在まだこの撓み振動を押える低コストで

有効な方法は見当たらない。振動の原因については、巻出し側に使用されているブレーキの摩擦力に変動があるためであろうと考えられているが、これを確めた研究は見当たらない。そこで帯鋼の代りに電子計算機用紙テープを使用した実験装置を作り、この考えを確認するための実験ならびに考察を行ったので報告する。

### 2. カテナリー炉内の帯鋼の撓み振動

図1はカタナリー炉の概要を示したものである。 $O_1$ は巻出機であって、コイル状に巻かれた帯鋼が水平軸の周りに回転するリールに装着されている。コイルの直径は最大約 800mm である。 $O_2$ は巻取機であって、油圧モータで回転され、カタナリー炉を出た帯鋼を約 2.5m/秒 の速度で巻取る。炉内の帯鋼の撓みを少なくするために、巻出機の軸には摩擦ブレーキが取り付けられ、帯鋼には 3~4kg の引張力が作用している。ところが、時によ

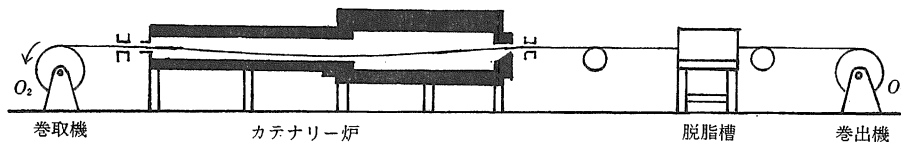


図1.

\* 島根大学教育学部技術研究室

\*\* 米子工業高等専門学校機械工学科

ると巻取機は一樣な速さで巻取っているのに巻出機の回転に斑を生じ、 $3^{\circ}\sim 4^{\circ}$  回転しては停止を繰返すことがある。そのような時には、巻出機に近い側の帯鋼の移動速度にも斑ができ、 $15\sim 20\text{mm}$  位進んでは停止することを繰返すし、横方向（即ち上下方向）には撓み振動を生じ、甚だしい時には等間隔の炉床傷がつく。速度変化の回数が1分間101回の時、帯鋼についての炉床傷のピッチは約  $23\text{mm}$  である。巻取り速度が約  $2.4\text{m/分}$  であるから  $2400/23=104\text{回/分}$  となり、 $101\text{回/分}$  の速度変化とほぼ一致するので、この傷は帯鋼が撓んで中央部が炉床を擦るためにつくものであり、このような横振動の原因は巻出機のブレーキ力の不連続な変動にあると予想される。

### 3. 巻出機の運動方程式と帯鋼の横振動

図2は図1の系を簡単にしたもので、巻出機  $O_1$  と巻

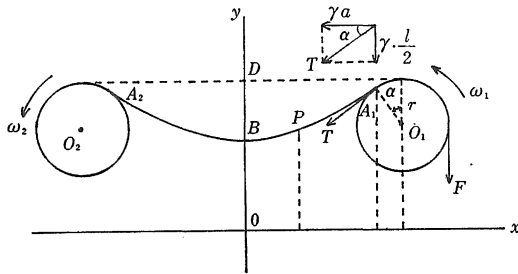


図2.

取機  $O_2$  と帯鋼 だけからできている。巻出機の回転部分の慣性モーメントを  $J_1$ 、半径を  $r_1$ 、回転角速度を  $\omega_1$ 、帯鋼の張力を  $T$ 、ブレーキの摩擦トルクを  $F \cdot r_1$  とすると運動方程式は

$$J_1 \frac{d\omega_1}{dt} = (T - F)r_1 \dots \dots (1)$$

となる。もし常に  $T=F$  なら  $\omega_1$  は一定となり振動は生じない筈であるが、 $T$  は帯鋼の撓み状態によって変るし、 $F$  もブレーキの状態で変化するので、 $T > F$  となる時がある。すると  $\omega_1$  は急に大きくなる。一方巻取機はほぼ一定の角速度  $\omega_2$  で回転しているので  $\omega_1 - \omega_2 > 0$  となり帯鋼は撓みを増す（図3の曲線  $AB$ ）。撓みを増すと後で述べるように張力が減るので（図3の曲線  $PQ$ ）、やがて張力がブレーキ力と等しくなり巻出機の回転は停止する。一方巻取機は一定の速さで回転し続けているので、巻出機の回転が止ると共に撓みは減り

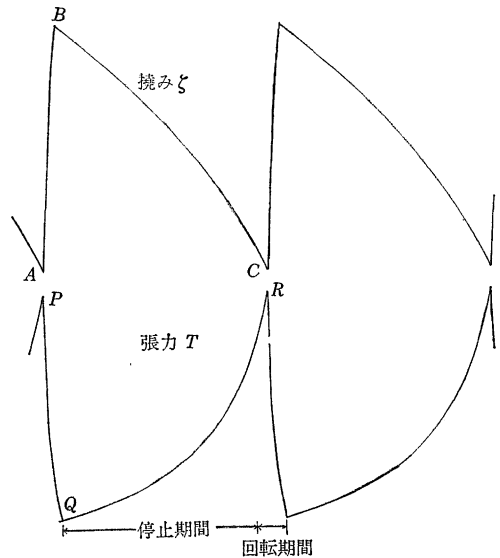


図3.

始め（図3の  $BC$ ）、張力は増し始める（図3の  $QR$ ）。ところが巻出機は停止しているので、張力  $T$  が増すと共に摩擦  $F$  も増し  $T=F$  の状態が暫く保たれるが、やがて  $F$  が最大静止摩擦力  $F_s$  に達すると  $F$  の増加は止むため  $T$  がそれより大きくなる。すると式(1)より分るように途端に  $\frac{d\omega_1}{dt} > 0$  となり巻出機は回転を始める。と同時に  $F$  の値は  $F_s$  から急に動摩擦力  $F_D$  になるので  $(T - F_D)$  が大きくなり、従って  $\omega_1$  も急に大きくなり、再び撓みが増すことになる。撓みが増すと  $T$  が下るのでやがて  $T = F_D$  となって  $\omega_1 = 0$  即ち巻出機は止る。このようなことを繰返して横振動となるのであるとすれば、これが起る原因は  
①ブレーキの最大静止摩擦力  $F_s$  と動摩擦力  $F_D$  との差が大きいこと。  
②張力  $T$  が大きくなると撓みが小さくなり、 $T$  が小さくなると  $T$  が大きくなること。  
に帰せられる。

### 4. 巻出機停止期間中の帯鋼の運動

図2で巻出機  $O_1$  は停止し、巻取機  $O_2$  は一定の角速度  $\omega_2$  で回転しているとする。時刻  $t$  において帯鋼は  $A_1 B A_2$  で示されるカタナリーをなしておると仮定する。 $O_1, O_2$  の半径をいずれも  $r$ 、接点  $A_1, A_2$  はいずれも垂直方向と角  $\alpha$  をなしており、カタナリー中央部の撓み  $\overline{DB}$  を  $\zeta$ 、中心間距離  $\overline{O_1 O_2}$  を  $2b$ 、点  $A_1$  の

$x, y$  座標を夫々  $(x_1, y_1)$ , カテナリー上の任意の点  $P$  の座標を  $(x, y)$ ,  $B$  点の  $y$  座標を  $a$  とすると,

$$y = a \cosh\left(\frac{x}{a}\right) \dots\dots\dots(2)$$

となる。ここで  $a$  は帯鋼の単位長さ当りの重量を  $\gamma$  で表わした時、帯鋼に作用する張力の水平方向成分が  $\gamma a$  に等しいような長さであって、時間  $t$  と共に変化する量である。図2から明らかに、

$$x_1 = b - r \sin \alpha \dots\dots\dots(3)$$

でありまた

$$\tan \alpha = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=x_1}$$

であるから(2)より

$$\tan \alpha = \sinh\left(\frac{x_1}{a}\right) \dots\dots\dots(4)$$

$$\therefore \sec \alpha = \cosh\left(\frac{x_1}{a}\right) \dots\dots\dots(5)$$

カタナリー  $A_1 B A_2$  の長さを  $l$  とすると

$$l = 2 \int_0^{x_1} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

であるから、(2)と(4)を使うと

$$l = 2a \tan \alpha \dots\dots\dots(6)$$

を導くことができる。また図2から明らかに、

$$\zeta = (r - r \cos \alpha) + y_1 - a$$

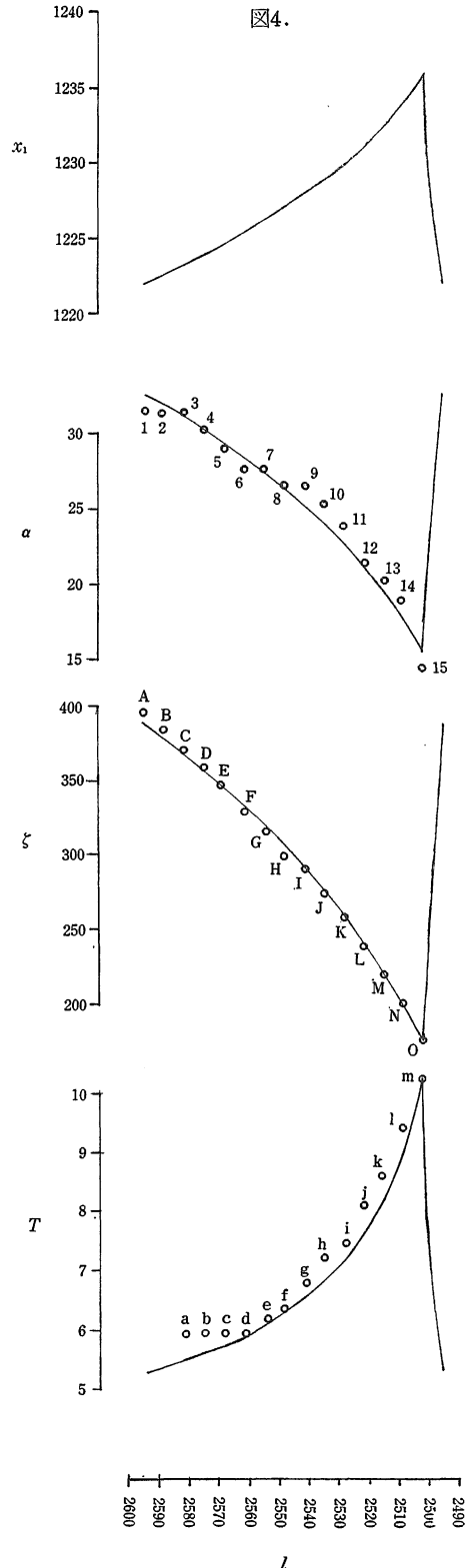
であるが、(2)と(5)を使って変形すると

$$\zeta = (1 - \cos \alpha)(r + a \sec \alpha) \dots\dots\dots(7)$$

を得る。 $A_1$  点において帯鋼に作用する張力を  $T$  とすると図2から分るように

$$T = \sqrt{(\gamma a)^2 + \left(\gamma \cdot \frac{l}{2}\right)^2} = \gamma a \sec \alpha \dots\dots\dots(8)$$

となる。また



$$\frac{dl}{dt} = -r\omega_2 \dots\dots\dots(9)$$

厳密に云えば  $r$  は時と共に変わるが帯鋼は厚さが 0.25m m 位なので、 $r$  は一定と考えてもよいだろう。 $b$  と  $\gamma$  は勿論定数である。その他の量  $x_1, \alpha, a, \zeta, T, l$  はいずれも時間の関数であるが、(9)より分るように  $\omega_2$  が一定ならば  $\frac{dl}{dt}$  は一定である。つまり  $l$  は時間に比例して減少する。このことから、 $l$  を時間の代りに使うことができる。図4の曲線は、 $\alpha$  の色々な値に対して  $x_1$  の値を式(3)から求め、この  $\alpha$  と  $x_1$  の値を式(4)へ入れ、両辺が等しくなるように試行錯誤によって  $a$  を定め、この  $a$  と  $\alpha$  を使って式(6)より  $l$  を、式(7)より  $\zeta$  を求め、 $l$  を横軸に、 $x_1, \alpha, \zeta, T$  を縦軸にとって描いたものである。ただし  $b = 1250\text{mm}, r = 52\text{mm}, \gamma = 2.19 \times 10^{-3}\text{gr/mm}$  としてある。また横軸の  $l$  は右に行くほど小さくなるようにとっている。このため横軸は正の方向に時間をとってあると考えてよい。なお、図中の○印は後述の実験によって得た実測値である。

[注] 帯鋼の巻取速度  $V = r\omega_2$  と水平方向の移動速度  $\frac{dx}{dt}$  との関係 (図5参照)

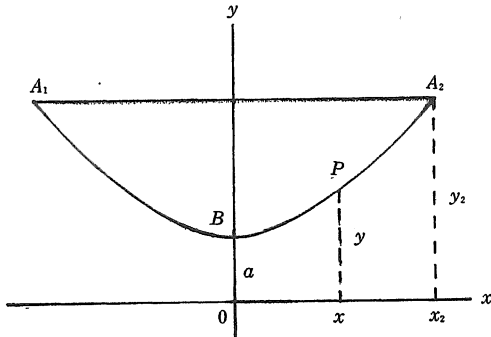


図5.

図5で曲線  $A_1 B A_2$  はカタナリーとする。このカタナリーの  $A_1$  端は固定し、 $A_2$  端より巻取速度  $V$  で巻取って行くものと考え。カタナリーの一部  $P A_2$  の長さを  $s$  とすると

$$s = a \left[ \sinh\left(\frac{x_2}{a}\right) - \sinh\left(\frac{x}{a}\right) \right]$$

と表わされるので、

$$\frac{ds}{dt} = -V$$

へ代入して計算すると

$$\frac{dx}{dt} = V \operatorname{sech}\left(\frac{x}{a}\right) + \left[ \frac{x}{a} - \tanh\left(\frac{x}{a}\right) - \left\{ \frac{x_2}{a} \cosh\left(\frac{x_2}{a}\right) - \sinh\left(\frac{x_2}{a}\right) \right\} \operatorname{sech}\left(\frac{x}{a}\right) \right] \frac{da}{dt}$$

を得る。特に  $B$  点では  $x = 0$  であるから

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{x=0} = V - \left\{ \frac{x_2}{a} \cosh\left(\frac{x_2}{a}\right) - \sinh\left(\frac{x_2}{a}\right) \right\} \frac{da}{dt} \dots\dots\dots(10)$$

一方式(6)より

$$l = 2a \sinh\left(\frac{x_2}{a}\right)$$

であるから

$$\frac{dl}{dt} = 2 \left\{ \sinh\left(\frac{x_2}{a}\right) - \frac{x_2}{a} \cosh\left(\frac{x_2}{a}\right) \right\} \frac{da}{dt}$$

また  $\frac{dl}{dt} = -V$  であるから

$$\frac{da}{dt} = \frac{V}{2 \left\{ \frac{x_2}{a} \cosh\left(\frac{x_2}{a}\right) - \sinh\left(\frac{x_2}{a}\right) \right\}} \dots\dots\dots(11)$$

式(11)を(10)へ代入すれば

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{x=0} = \frac{V}{2} \dots\dots\dots(12)$$

を得る。つまりカタナリーの中央部  $B$  点での水平方向の移動速度は、巻取速度  $V$  の $\frac{1}{2}$ である。

### 5. 巻出機回転期間中の帯鋼の運動

巻出機回転期間中も帯鋼はカタナリーになっているとすれば式(1)~(8)はそのまゝ成立つ。式(9)だけは

$$\frac{dl}{dt} = r(\omega_1 - \omega_2) \dots\dots\dots(13)$$

に変わる。ブレーキの摩擦力  $F_s$  と  $F_D$  の差が大きいときは  $\omega_1$  が大きくなり  $\omega_1 - \omega_2 > \omega_2$  となるので式(9)と(10)を比較して分かるように全長  $l$  の変化速度は巻出機回転期間中が大きい。つまり急速に撓むことになる。図4中の巻出機回転期間中の曲線は、縦方向の大きさは停止期間のものと同じで、横方向つまり  $l$  の寸法（即ち時間）を  $1/4$  に縮めて描いたものである。（14にしたのは実測値では  $\frac{dl}{dt}$  が、回転期間では停止期間の場合の14倍になっていたからである。）

6. 撓みと張力の関係

$x_1$ ,  $\zeta$ ,  $T$  と  $l$  の関係は前述のように巻出機が停止しているか回転しているかによっては変らないので撓み  $\zeta$  と張力  $T$  の計算値を使って描いた図6は停止時

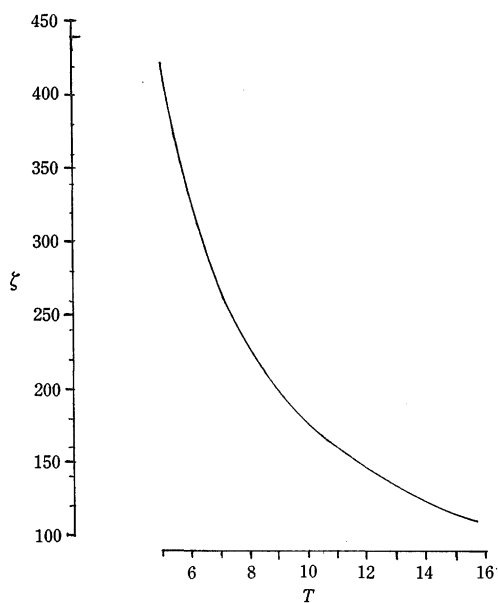


図6.

でも回転時でも成立つ（但し、 $b$  と  $r$  の値によっては少し変わるが曲線の傾向は変らない）。図6から

- ㊸  $T$  を大きくすれば  $\zeta$  を小さくすることができる。
- ㊹ しかし  $T$  が大きくなる程、 $T$  を増しても  $\zeta$  は余り小さくならない。

ことが分る。

7. 実 験

以上の所論を検証するために帯鋼の代りに電算機用の紙テープを用いて実験した。巻出機、巻取機は電算機用テープワインダとほぼ同じ寸法、形状に作り、球軸受を使用したので軽く回転する。巻取機（図7）は整流子電

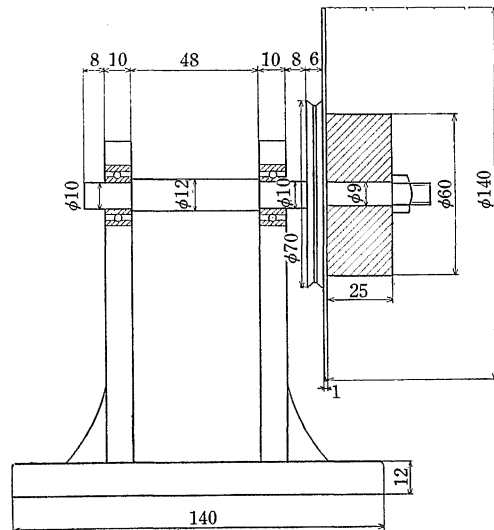


図7.

動機から減速装置を経てベルトでゆっくりと回転するように作ったが、今回の実験では電動機は使わず、手で10度ずつ回転させ、その都度撓みやブレーキ力などを測定した。ブレーキとしては図8に示すように回転軸に研磨紙を貼り、そこに薄いブリキ板製のブレーキをばねで押しつけるようにし、ブリキ板の底部に抵抗線を貼りつけてブレーキ力を検出することにした。図9は、長さ

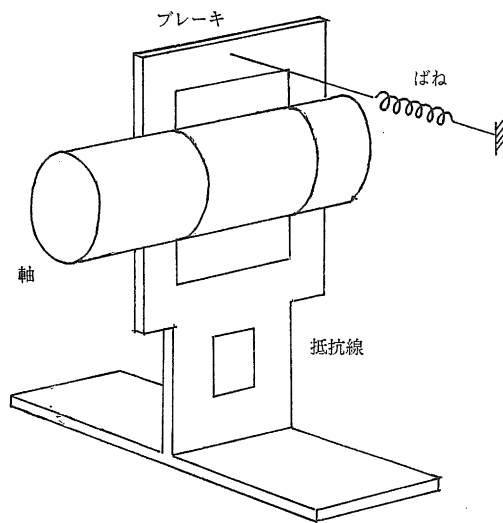


図8.

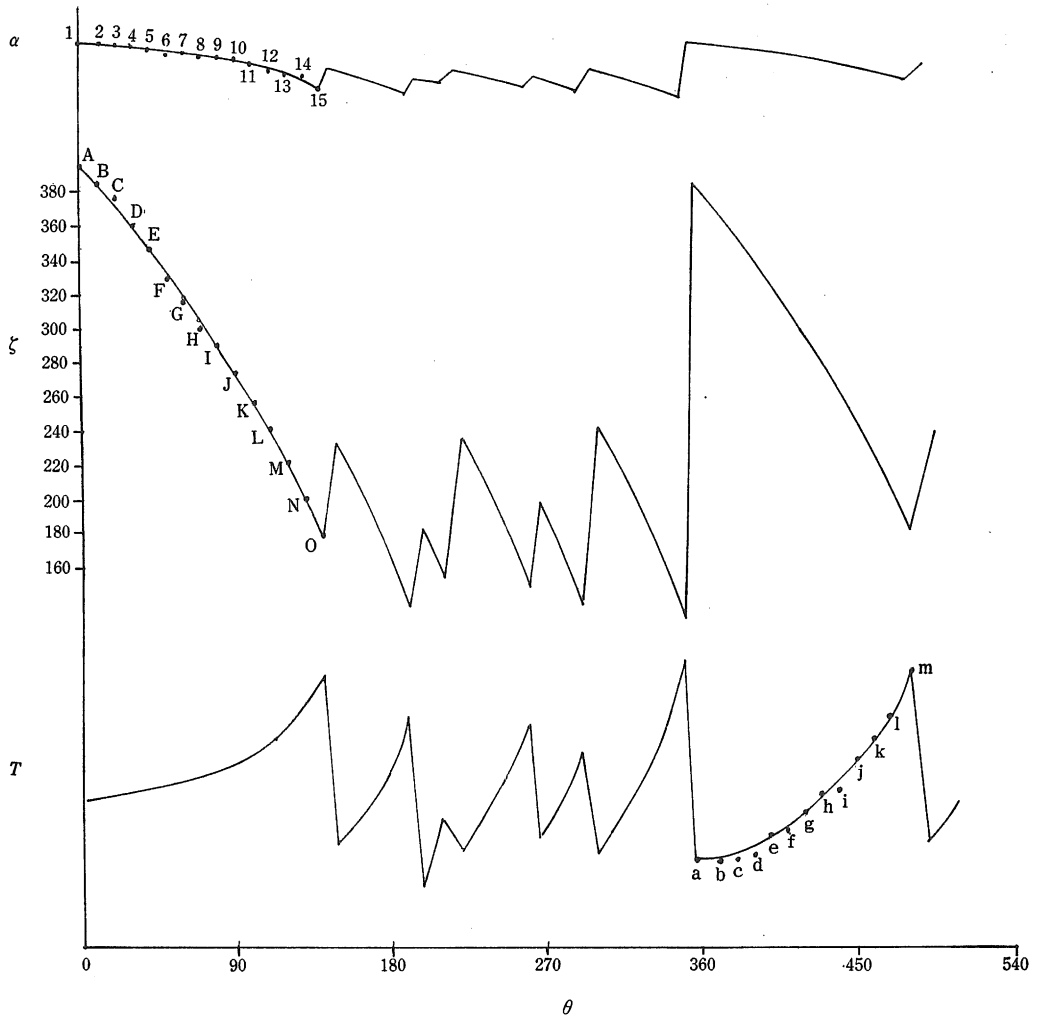


図9.

1mm 当りの重量  $\gamma = 2.19 \times 10^{-3} \text{gr/mm}$  の紙テープを  
中心間距離  $b = 1250 \text{mm}$  に固定した巻出機と巻取機に  
いずれも半径  $r = 52 \text{mm}$  になるように巻きつけて図 2  
のようにセットした場合に、巻取機を手で 10 度ずつ回転  
させて測定した  $\alpha$ ,  $\zeta$ ,  $T$  の値を示したものである。横  
軸には巻取機の回転角  $\theta$  をとっている。なお、実験開  
始時のカタナリーの全長  $l_0$  (図 2 の曲線  $A_1 B A_2$  の  
長さ) は  $2595 \text{mm}$  であった。

### 8. 実験値と計算値の比較

図 4 に示した  $x_1$ ,  $\alpha$ ,  $\zeta$ ,  $T$  の曲線は  $b = 1250$ ,  $r =$   
 $52$ ,  $\gamma = 2.19 \times 10^{-3}$  の場合、カタナリーの全長  $l$  を横

軸にした描いた計算値であり、図 9 は同じ  $b$ ,  $r$ ,  $\gamma$  の場  
合の実験値を巻取機の回転角  $\theta$  を横軸にして描いたも  
のである。ところが前述のように  $l$  も  $\theta$  も時間に比例  
すると考えてよいので、 $t = 0$  と  $\theta = 0$  及び  $l_0 = 2595$   
を対応させれば他は比例によって横軸を揃えることが  
できる。図 4 に○印で示したのは、このような方法で横  
軸を揃えた実験値であり、図 4 中の  $A, B, C, \dots$  は図 9  
の  $A, B, C, \dots$  に対応している。これで見ると巻出機  
停止期間中は計算値と実験値が可成り良く一致してい  
る。回転期間中の実験値がないのは、この間の時間的変  
化が速く、今回の測定法では測定できなかったためであ  
る。

図 9 の実測値が周期性に乏しいのは、実験に用いたブ

レーキ装置の最大静止摩擦力  $F_s$  や動摩擦力  $F_D$  が一定しなかったためと思われる。実際、工場でこの横振動が生じたため炉床傷のついた帯鋼を調べて見ると、ほぼ等間隔についているので、実機では  $F_s$ 、 $F_D$  がほぼ一定しているようである。

なお、4.の〔注〕で述べたようにカタナリー中央部のテープの水平移動速度  $\left(\frac{dx}{dt}\right)_{x=0}$  は巻取速度  $V$  の  $\frac{1}{2}$  に

なる筈であるが、実測によると  $V=9$  のとき  $\left(\frac{dx}{dt}\right)_{x=0}=4.5$  であった。

## 9. 結 論

帯鋼のカタナリー一部分の撓みを許容範囲内に収めるためには、巻出機にブレーキをつけて張力を与えなければならないが、摩擦ブレーキは静止時と回転時ではブレーキ力に差があるため、時によると巻出機が回転、停止を繰返して、横振動を発生させることがあるものと考えられているが、今回、帯鋼の代りに紙テープを用いて実験した結果、この考え方は正しいことがはっきり明らかになった。

なお、この振動は回転中のベルトの横振動と似た面もあるが、ベルトの振動の原因がその継ぎ目や回転トルクの変動にあり、それがベルトの自由振動数（これはベルトの張力や走行速度、曲げ剛性などによって変る）と一致すると振動が大きく成長することがあると云われる<sup>(2),(3),(4)</sup>のに対し、帯鋼の振動はブレーキの摩擦力の不連続な変動に起因する一種の弛緩振動である。

この振動を防止する方法としては

(a) 固体摩擦ブレーキは摩擦力の変化が避けられないので、固体ブレーキをやめ、流体や電磁力などを利用した斑の少ないブレーキを用いる。

(b) 固体摩擦の斑を少なくする方法を工夫する。（摩擦面にグリスをつける方法は既に実施されている。）

(c) 撓みが発生したら速に之を減少させる方法を工夫する。

(d) 帯鋼に加える張力を大きくする。

などが考えられるが、(a)は抜本的な方法であるがコストがかさむ。(b)以下はいずれも固体摩擦のまゝで振動を抑制しようとするもので、(c)については後に報告する予定である。(d)は有効ではあるが、断面積の小さい帯鋼に対しては伸びが大きくなるため実用的ではない。

終りに、日立金属株式会社安来工場帯鋼工場の大本工場長、御香幸吉技師、遠藤守二技師には有益な示唆や資料を頂きました。また島大4回生であった坪井康朗君は卒業研究として実験を担当し、米子工業高等学校の吉尾正夫先生には実験装置の工作をしていただきました。これらの方々には厚く感謝いたします。

## 参 考 文 献

- (1) 早田保実：双曲線関数計算法，森北出版（1966）
- (2) 下山美德：ベルトの振動について，機械学会論文集6巻23号（1940）
- (3) 中鉢龍雄，永井欣一：軸方向に移動する線材および帯材の横振動（第1報），機械学会論文集21巻103号（1955）
- (4) 中鉢龍雄：軸方向に移動する線材および帯材の横振動（第2報），機械学会論文集23巻127号（1957）
- (5) 関口久美，菅原一夫：ベルトの振動，機械学会論文集30巻209号（1964）