Title
2次元コーホート生命表関数による人口動態事象の分析
—テンポ効果の解明—

Author(s)
廣嶋 清志

Journal
『経済学論纂』47巻3-4号 pp. 237-261

Published
2007-03

2006.11.16

2 次元コーホート生命表関数による人口動態事象の分析

廣嶋清志（島根大学）

はじめに

死亡，結婚，出生などすべての人口動態事象は，初婚，第 1 出生などと，序列をつけることにより，非反復的事象として統一的に扱うことができる。このような事象を未経験状態からの事象経験による離脱として生命表で表す。従来，人口学では出生の生命表（出生力表）による扱いが十分に普及していない。一方，出生ではテンポ効果が知られていたが，死亡を扱う生命表では最近までテンポ効果について扱われることがなかった。この意味で，人口動態事象の理論的な扱いには分断がある。その理由は，出生現象が複雑で，的確なデータ収集・集計の体制が確立していないことによるところが大きいが，理論的に統一的に把握することが重視されてこなかったことにもよるとみられる。最近，死亡のテンポ変化について Bongaarts and Feeney の一連の研究（2002，2003，他）があるが，“平均寿命は歪んでいる”という主張のような混乱が生れる基盤がそこにあると思われる(廣嶋 2006)。

本稿では，時間的に変化するすべての人口動態事象を対象として統一的に生命表によって扱う理論を示す。これにより死亡と出生のテンポの問題も同様な視点で扱うことが可能となる。なお,この一般理論はすでに主に死亡について書いた論稿（廣嶋 2005，2006）で付属的に示したが，本稿では人口動態事象全般を直接の対象として一般化した形で述べる。

本稿は年齢と時間の次元をもつ生命表関数，2 次元生命表関数を定義し，これらによって期間の総合指標（量指標とテンポ指標）を導く。さらに，動態事象の発生の仕方が時間的に変化するとき，これらの指標がどのような関係を持つかを考察する。合計初婚率や合計出生率などを一般化した量指標（合計率）が他のテンポ指標などによって表される合計率式を提示する。合計率式は量指標の中にテンポ指標の変化率が含まれていることを示している。

なお，死亡についての 2 次元コーホート生命表関数とそれに基づく 3 つの期間平均死亡年齢の定義は Bongaarts and Feeney（2003）の発案である**1**。本稿はこれを拡張し，全員が経験するとは限らないすべての人口動態事象を対象に 3 つのコーホート生命表関数から導かれる 3 種の期間にかかわる生命表に基づく 3 つの量指標（クォンタム，生涯平均事象経験回数）と 3 つのテンポ指標（生涯平均事象経験年齢）を定義した。Bongaarts and Feeney の提案した 3 つの平均死亡年齢を吟味するためにその背景に 3 種類の生命表が存在すると考えることによって，その特性を明らかにすることができるからである。なお，ここで 3 つの期間生命表とせず，3 つの期間にかかわる生命表（期間生命表と 2 つの準期間生命表）としている。コーホート生命表関数のうち動態事象発生強度に基づくものこそが期間生命表であると考え, 他はこれと似た性質をもつが, 期間生命表と呼ぶには問題があるからである。

理論の提示に続いて，応用では，日本の初婚とアメリカの出生を例にしてこの理論を現実データに応用する。

Ⅰ　理論

1.　2 次元コーホート生命表

1. 1　コーホート生命表関数

いま，ある状態にあるコーホートの年齢 x 歳の大きさを $l(x)$ とする。このコーホートの x 歳における増加率 $-\mu(x)$（符号は減少を正にとる）は，一般に次のように定義される。

$$-\mu(x) = \frac{1}{l(x)}\frac{dl(x)}{dx} = \frac{d\log l(x)}{dx} \qquad (1.1)$$

これを0歳からx歳について積分すると下記のようになる。

$$\left[\log l(x)\right]_0^x = -\int_0^x \mu(a)da ,$$

ここで，このコーホートの0歳における大きさ$l(0)$を1とすると，$l(0)=1$，　$\log l(0)=0$

であるから，したがって，以下のように表される。

$$l(x) = \exp\left[-\int_0^x \mu(a)da\right], \tag{1.2}$$

この関係式はあるコーホートのある状態からの離脱を表すものと解釈でき，これらの関数を**コーホート生命表関数**と呼ぶことができる。$l(x)$はx歳におけるある状態にあるコーホートの0歳におけるそのコーホートの大きさに対する割合，$\mu(x)$はx歳におけるある状態からの離脱事象の発生強度(intensity, hazard)とすることができる。$l(x)$は離脱の事象についての未経験者割合，より正確には経験可能者割合である。$\mu(x)$がすべて正ならば，単調減少過程であるが，負と正の値をとり，増減過程を表すことを妨げるものではない。しかし，非反復的人口動態事象を表すため，$\mu(x)$は常に正で，単調減少の過程を表すものとしておく。

ある状態を生存状態とすると，離脱事象は死亡であり，$l(x)$は生存割合，$\mu(x)$は死力(force of mortality)と呼ばれる。初婚については$l(x)$は未婚割合，$\mu(x)$は初婚力（初婚発生強度）である。なお，未婚者は死亡によっても減少するが，未婚割合は年齢別初婚率のみによって変化するものと考える。これはもし現実に死亡によって未婚割合が変化することがあればこれも初婚率の中に含まれているものと考えるものである。

x歳におけるコーホートの大きさ$l(x)$の変化率（離脱率，事象発生の確率密度，incidence），$d(x)$はその符号を減少を正にして以下のように定義する。

$$d(x) = -\frac{dl(x)}{dx} \tag{1.3}$$

これは(1. 1)で明らかなように以下のように表される。

$$d(x) = \mu(x)\, l(x) \tag{1.4}$$

(1.2)式を代入して，

$$d(x) = \mu(x) \exp\left[-\int_0^x \mu(a)da\right] \tag{1.5}$$

また，式(1.3)を積分して，

$$\int_0^x d(a)da = \left[-l(x)\right]_0^x = 1 - l(x), \tag{1.6}$$

（1.4）式を変形し，さらに(1.6)を代入して，

$$\mu(x) = \frac{d(x)}{l(x)} = \frac{d(x)}{1-\int_0^x d(a)da} \tag{1.7}$$

以上の式は3つの生命表関数の間の6つの相互の関係を示し，そのどれかが得られたとき，他の２つを導き出すことができることを示している。ただし，そのいくつかにおいては0歳からx歳までの全年齢の値が必要である。

あるコーホートの変化率（事象発生密度）$d(x)$によって，０歳から最高年齢ωまでにおけるコーホートの生涯平均事象経験回数（合計率，量指標，クォンタム，quantum），Qおよび動態事象発生のテンポ指標として生涯平均事象経験年齢Mを以下のように定義することができる。この平均年齢は当然，事象経験者に限定して計算される。量指標とは，たとえば初婚について生涯既婚率，第１子出生について第１子平均出生児数（第１子出生生涯経験割合）などである。すなわち，

$$Q=\int_0^{\omega} d(x)dx = \int_0^{\omega} -\frac{dl(x)}{dx}dx = \left[-l(x)\right]_0^{\omega} = 1-l(\omega), \tag{1.8}$$

$$M=\frac{\int_0^{\omega} xd(x)dx}{\int_0^{\omega} d(x)dx} = \frac{\int_0^{\omega} l(x)dx-\left[xl(x)\right]_0^{\omega}}{\int_0^{\omega} -\frac{dl(x)}{dx}dx} = \frac{\int_0^{\omega} l(x)dx-\omega l(\omega)}{1-l(\omega)}, \tag{1.9}$$

Qは平均事象経験回数であるが，このモデルが非反復的人口学的事象に適用されるため，各人が1回以上事象を経験しないという仮定があるので，これは生涯事象経験割合に等しくなる。

Mは事象経験者についての事象経験年齢であるから，(1.9)式の分母は事象経験者割合Qである。

これらは死亡については，（1.8)，(1.9)式において$l(\omega)=0$であり，Q=1，M= $\int_0^{\omega} l(x)dx$ としてよく知られている。すなわち，生き残る人は存在せず（$l(\omega)=0$），全員が死亡を1回経験する（Q=1）。平均寿命は(1.9)式で定義される平均死亡年齢であり，これが年齢別生存数の合計に等しい。

1.2　２次元コーホート生命表関数

いままで，コーホートの加齢における時間経過を無視してきたが，ここで時間経過を表現につけ加えよう。これは時間的変化の枠組みの中で問題を考えるためのもので，上記と内容的に全く同じであるが，表現が変わるだけである。ただし，実際には各コーホート間で生命表関数が変化することが許されるモデルに拡張されることを意味する。これを**２次元コーホート生命表関数**と呼ぶことにする。

いま，$T=t-x$時点生れのコーホートのt時点の年齢x歳の大きさを$l(x,t)$とする**2**。このコーホートについて，t時点はある一定値である出生時点$T=t-x$からの時間x後であるという条件がついていることに注意しなければならない。したがって，$l(x,t)=l(x,t-x+x)|^{t-x=T}$と表せ，このコーホートの$t$時点$x$歳の加齢に沿った方向つまりコーホートの生命線の方向の増加率$-\mu(x,t)$は，以下のように表現される。

$$-\mu(x,t)=\frac{1}{l(x,t)}\frac{dl(x,t-x+x)|^{t-x=T}}{dx}=\frac{d\log l(x,t-x+x)|^{t-x=T}}{dx} \tag{1.10}$$

このときもし，$t-x=T$（一定）という条件をつけなければ単にx方向への微分となってしまうことに注意。

両辺を積分すると，$-\mu(x,t) = -\mu(x,t-x+x)|^{t-x=T}$ であるから，以下のように表せる。

$$\left[\log l(a,t-x+a)\right]_0^x = -\int_0^x \mu(a,t-x+a)da\ ,$$

ここで時点$t-x$ に出生したコーホートの年齢が a 歳であるのは，時点 $t-x+a$ においてであることに注意する。また，$l(0,t-x)=1$ と仮定されているから，(1.2)式と同様に,

$$l(x,t) = \exp\left[-\int_0^x \mu(a,t-x+a)da\right], \tag{1.11}$$

この式は時点$t-x$ に出生したコーホートの大きさ $l(x,t)$ が加齢とともに発生強度 $\mu(a,t-x+a)$ によってしだいに減少していく様子を示している。

同様に, $t-x$ 時点に出生したコーホートの t 時点における x 歳の事象の発生密度$d(x,t)$ は, 式(1.4)と同様に

$$d(x,t) = l(x,t)\ \ \mu(x,t) \tag{1.12}$$

と表される。したがって,

$$d(x,t) = \mu(x,t)\exp\left[-\int_0^x \mu(a,t-x+a)da\right], \tag{1.13}$$

また，(1.10)の両辺に$l(x,t)$ を掛けて 0 歳から x 歳まで積分すると,

$$\int_0^x d(a,t-x+a)da = -\left[l(a,t-x+a)\right]_0^x = 1-l(x,t) \tag{1.14}$$

時点 $T=t-x$ 生まれのコーホートについて，式(1.14)において $x=\omega$ ならば，時点 $t=t-\omega+\omega=T+\omega$ であるから，平均生涯事象経験回数は以下のように与えられる。

$$Q_c(T) = \int_0^\omega d(x,T+x)dx = 1-l(\omega,T+\omega) \tag{1.15}$$

また，式(1.12)，(1.10)により，$d(x,t) = -\dfrac{dl(x,t-x+x)\,|^{t-x=T}}{dx} = -\dfrac{dl(x,T+x)}{dx}$ であるから,

時点 T 生まれのコーホートの平均事象経験年齢は以下で表される。

$$M_c(T) = \frac{1}{Q_c(T)}\int_0^\omega x d(x,T+x)dx = \frac{\int_0^\omega l(x,T+x)dx - \omega l(\omega,T+\omega)}{1-l(\omega,T+\omega)} \tag{1.16}$$

1.3 コーホート生命表関数の時間とテンポ効果

以上のように 2 次元コーホート生命表関数は同じ t 時点の関数であるが，$l(x,t)$， $d(x,t)$ は t 時点の発生強度 μ だけによって構成されたものでないことに注意する必要がある。

$l(x,t)$ は, (1.11) 式が示すように t 時点より前の $\mu(x,t-x+a)$, $0<a<x$ によって構成されている。

したがって, $l(x,t)$ において t 時点の $\mu(x,t)$ はその構成要素として他の時点とまったく同等な一部に

過ぎない。

$d(x,t)$ は，(1.13)式が示すように，t 時点の $\mu(x,t)$ および t 時点より前の $\mu(x,t-x+a)$，0<a<x によって構成されている。したがって，その構成要素の中で t 時点の $\mu(x,t)$ の比重がもっとも大きいといえる。

以上によって，t 時点の３つの生命表関数をその基となる発生強度 $\mu(x,t)$ の時点によって並べると，t 時点に近い順に $\mu(x,t)$，$d(x,t)$，$l(x,t)$ となる。いいかえると，$l(x,t)$ は $\mu(x,t)$ の時間的変化に対してもっとも鈍感に反応し，$d(x,t)$ は $\mu(x,t)$ と $l(x,t)$ の中間の反応速度となる。

1.4　マッケンドリック方程式

事象発生密度 $d(x,t)$ は，式（1.3）と同様に $l(x,t)$ をコーホートの加齢する方向に，つまりコーホートの生命線の方向に微分したものであるという定義から以下のようにも表すことができる。

$$d(x,t) = -\lim_{a\to 0}\frac{l(x+a,t+a)-l(x,t)}{a} \tag{1.17}$$

したがって，以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} d(x,t) &= -\lim_{a\to 0}\frac{l(x+a,t+a)-l(x+a,t)+l(x+a,t)-l(x,t)}{a} \\ &= -\lim_{a\to 0}\frac{l(x+a,t+a)-l(x+a,t)}{a} - \lim_{a\to 0}\frac{l(x+a,t)-l(x,t)}{a} \\ &= -\frac{\partial l(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial l(x,t)}{\partial x} \end{aligned} \tag{1.18}$$

また，この両辺を $-l(x,t)$ で除して次の関係式を得る。

$$-\mu(x,t) = \frac{1}{l(x,t)}\frac{\partial l(x,t)}{\partial t} + \frac{1}{l(x,t)}\frac{\partial l(x,t)}{\partial x} \tag{1.19}$$

これは，大きさ $l(x,t)$ のコーホートについてのマッケンドリック方程式と言える。

2.　期間生命表と準期間生命表

2.1　期間生命表

以上のようにこれらの３つ生命表関数はコーホートについて計算される。しかし，1 つのコーホートについての観察の完成には長期間を要する。したがって，通常，ある期間についての観察が行われ，その期間の状態を表すために，ある時点における年齢別コーホートの生命表関数を基にして期間モデルが作られる。なお，現実には期間を対象にするので**期間生命表**というが，理論的にはある一時点についてつくる時点生命表である。その基となるのは，その時点 t の事象の発生強度を表す生命表関数 $\mu(x,t)$ である。この発生強度は 1. で述べたようにコーホートの生命線に沿って変動するコーホート

関数$l(x,t)$を生命線方向の微分を基にしているもので，これらを年齢ごとに積み重ねた仮設コーホートである。

つまり，時点tを固定し，その年齢別発生強度$\mu(x,t)$を１つのコーホートについての年齢別発生強度と見なして，他の生命表関数をこれから導く。この生命表はある時期についての事象の発生状況を表すので期間生命表と呼ばれる。この期間生命表は通常の期間生命表であるが，この研究ではコーホート生命表関数を主体に扱うので，通常とは異なり，添え字pを付して示す。

$\mu(x,t)$による期間生命表は，$\mu(x,t)$によって以下のように$l_p(x,t)$および$d_p(x,t)$を導く。これらは，先の(1.2)式および(1.3)式と形式は同様である。ただし，コーホートの方向ではなく，t時点における年齢方向の積分,微分であることに注意。

$$l_p(x,t) = \exp\left[-\int_0^x \mu(a,t)da\right], \quad d_p(x,t) = -\frac{\partial l_p(x,t)}{\partial x} \tag{2.1}$$

あるいは，$\mu(x,t) = \dfrac{d_p(x,t)}{l_p(x,t)}$であるから，(1.5)式と同様に

$$d_p(x,t) = \mu(x,t) \ \exp\left[-\int_0^x \mu(a,t)da\right] \tag{2.2}$$

この発生密度$d_p(x,t)$によって，量指標，合計率Q_p，および平均事象経験年齢M_pが以下のように定義できる**3**。ただし，$l_p(0,t)=1$と仮定される。

$$Q_p(t) = \int_0^\omega d_p(x,t)dx = \int_0^\omega \mu(x,t)l_p(x,t)dx = \int_0^\omega -\frac{\partial l_p(x,t)}{\partial x}dx = 1 - l_p(\omega,t), \tag{2.3}$$

$$M_p(t) = \frac{\int_0^\omega x d_p(x,t)dx}{\int_0^\omega d_p(x,t)dx} = \frac{\int_0^\omega l_p(x,t)dx - \omega l_p(\omega,t)}{1 - l_p(\omega,t)} \tag{2.4}$$

$Q_p(t)$を生命表平均事象経験回数，$M_p(t)$を生命表平均事象経験年齢と呼ぶことにする。

死亡の場合，最大年齢ωにおける生存者は皆無で，$l_p(\omega,t) = 0$であるから，一般の期間生命表についてよく知られているように，$Q_p(t)=1$であり，平均寿命は$M_p(t) = \int_0^\omega l_p(x,t)dx$である。

2.2　準期間生命表

現実に，コーホート生命表関数$l(x,t)$，$d(x,t)$の方が$\mu(x,t)$より容易に得られる場合，これらをその時点の仮設コーホートの生命表関数によって得られたものとみなすことにより，同様にそれぞれ準期間生命表 quasi-period life table (Ⅰ)および(Ⅱ)を作ることができる。通常の期間生命表に対してこれらを準期間生命表と呼ぶのは，純粋にt時点の発生強度$\mu(x,t)$に基づくものでなく，コーホート生

命表関数$l(x,t)$，$d(x,t)$に基づくものだからである。このような生命表から導かれる指標がt時点のものとして人口学で用いられている。これは発生強度が時間的に大きく変化しないという前提で近似として用いられているものといえる。したがって，時間的に$\mu(x,t)$が変化しているときに，これらの指標は期間生命表による結果とは一致しない。また，コーホートの指標とも一致しない。これは1.3で述べたようにコーホート生命表関数がそれぞれもとになる発生強度の時点が異なるからである。

2 種の準期間生命表関数は以下のように定義される。期間生命表と同様に，それぞれ１つのコーホート生命表関数が与えられると，残る２つの生命表関数はこれから以下のように導くことができる。これらにそれぞれ１，2を付す。

このように,期間に関する生命表はコーホート生命表関数にもとづき，準期間生命表を含めて3種作ることができ，現実にこれらがそれぞれ人口学に用いられているが，本来は$\mu(x,t)$にもとづくものが理論的にもっとも望ましいものであって，他の２つはこの代用として利用されていると考えるべきである。また，期間の事象発生水準を表すのは期間生命表であって，他のものはその基となるコーホート生命表関数の性質から過去の時点の発生強度を含んでいる。したがって，発生強度の時間的変化が起こっているときに，準期間生命表によってある時点の事象の発生水準を表しているものとみなしてはならない。

2.2.1 *l(x,t)*による準期間生命表（Ⅰ）

生命表関数$l(x,t)$は現実には，(1.11)式で示したように，t時点以前の発生強度μによって構成されたものであるが，仮にt時点における年齢0歳からx歳の発生強度$\mu 1(x,t)$によって作られたものと仮定すると，$d1(x,t)$および$\mu 1(x,t)$は(1.1)（1.3）式にならって以下のように表される。

$$d1(x,t) = -\frac{\partial l\ (x,t)}{\partial x} \quad , \quad \mu 1(x,t) = \frac{d1(x,t)}{l(x,t)} = -\frac{1}{l(x,t)}\frac{\partial l(x,t)}{\partial x} \quad , \tag{2.5}$$

これを積分して(1.6)式と同様に,

$$\int_0^x d1(a,t)da = 1 - l(x,t) \tag{2.6}$$

したがってまた，(1.2)式と同様に，以下のように表される。

$$l(x,t) = \exp\left[-\int_0^x \mu 1(a,t)da\right] = 1 - \int_0^x d1(a,t)da \tag{2.7}$$

(2.5)式の$d1(x,t)$は$l(x,t)$をコーホートの生命線の方向ではなく，年齢の方向に微分するもので，$\mu 1(x,t)$は the age intensity とも呼ばれる(Arthur and Vaupel, 1984)。これらはある年齢で負になりうる。なぜなら，これらは隣り合ったコーホートの間の関係を表しており，$l(x,t)$は時点 t の年齢xに関して単純減少関数であるとは限らないからである。もし，準期間生命表(Ⅰ)をt時点の死亡の生命表と考えるなら，このような負の年齢別死亡率は生き返り率と解釈せざるを得ない。

発生密度，$d1(x,t)$により以下の期間の量指標，合計率$Q1$とテンポ指標，平均事象経験年齢$M1$が

定義できる。

$$Q1(t)=\int_0^\omega d1(x,t)dx=\int_0^\omega \mu1(x,t)l(x,t)dx = \int_0^\omega -\frac{\partial l(x,t)}{\partial x}dx = 1-l(\omega,t), \tag{2.8}$$

これは静態平均事象経験回数と呼ぶことができる。死亡の場合，すべての人が死亡し，最高年齢において生き残る人は皆無であるから，$l(\omega,t)=0$ で，$Q1$ は常に 1 となり，死亡回数は 1 回である。この点は準期間生命表(Ⅱ)と異なり矛盾はない。

$$M1(t)=\frac{\int_0^\omega xd1(x,t)dx}{\int_0^\omega d1(x,t)dx} = \frac{\int_0^\omega l(x,t)dx-\left[xl(x,t)\right]_0^\omega}{\int_0^\omega -\frac{\partial l(x,t)}{\partial x}dx} = \frac{\int_0^\omega l(x,t)dx-\omega l(\omega,t)}{1-l(\omega,t)}, \tag{2.9}$$

これは，静態平均事象経験年齢と呼ぶことができる。

死亡の場合，$l(\omega,t)=0$ であるから，(2.9) 式は以下のように表される。

$$M1(t) = \int_0^\omega l(x,t)dx$$

死亡について $M1(t)$ は，横断平均生存期間（cross-sectional average length of life, CAL ; Guillot, 2003）あるいは MAD, mean age at death と名付けられた(Bongaarts and Feeney, 2003)。しかし, Bongaarts and Feeney のように平均死亡年齢 $M1(t)$ がその時点の死亡水準を表すと考えることは, 上記のように負の年齢別死亡率, つまり生き返り率の存在する可能性のある非現実的な生命表を考えることになる。とはいえ, Guillot のように，文字どおり $M1(t)$ が t 時点における年齢別コーホートが t 時点までに経験した死亡率の水準を総合的に示す 1 種のコーホート死亡率の水準を表していると解釈することには何の問題もない。

ある時点の年齢別未婚割合は死亡による影響は無視でき，時点 t におけるコーホート事象未経験割合 $l(x,t)$ にあたるので、これを用いて計算される $M1(t)$ は、年齢別未婚割合を基にして計算する静態平均初婚年齢 singulate mean age at marriage, SMAM (Hajnal, 1947) にあたる。年齢別発生確率に時間的にほとんど変化がないとき，$M1(t)$ を生命表（初婚表）による平均初婚年齢 $M_p(t)$ の近似値として用いることができると考えられる。しかし，死亡については $M1(t)$ が $M_p(t)$ より計算が容易であることはないし，より優れているわけでもない。

2.2.2 *d(x,t)* による準期間生命表（Ⅱ）

コーホート生命表関数 $d(x,t)$ は現実には，(1.12)式で示したように，t 時点以前の発生強度 μ によって構成されたものであるが，仮に t 時点における年齢 0 歳から x 歳の発生強度 $\mu2(x,t)$ によって作られたものと仮定すると，$l2(x,t)$ および $\mu2(x,t)$ は(1.6)，(1.7)式にならって以下のように表される。

$$l2(x,t) = 1-\int_0^x d(a,t)da, \quad \mu2(x,t) = \frac{d(x,t)}{l_2(x,t)} = \frac{d(x,t)}{1-\int_0^x d(a,t)da}, \tag{2.10}$$

したがってまた(1.2)式と同様に，以下のように表される。

$$l2(x,t) \;=\; \exp\left[-\int_0^x \mu 2(a,t)da\right], \tag{2.11}$$

発生密度 $d(x,t)$により以下のテンポ指標，平均事象経験年齢が定義できる。これを動態平均事象経験年齢と呼ぶことにする。

$$M2(t) = \frac{\int_0^{\omega} x d(x,t)dx}{\int_0^{\omega} d(x,t)dx} \tag{2.12}$$

また，発生密度$d(x,t)$により以下の量指標，合計率$Q2$が定義できる。

$$Q2(t) = \int_0^{\omega} d(x,t)dx = -\int_0^{\omega}\left\{\frac{\partial}{\partial t}l(x,t) + \frac{\partial}{\partial x}l(x,t)\right\}dx \tag{2.13}$$

これを動態平均事象経験回数と呼ぶことにする。
これは(1.18)式を積分して得たものである。したがって，

$$Q2(t) \;=-\frac{\partial}{\partial t}\int_0^{\omega} l(x,t)dx - \left[l(x,t)\right]_0^{\omega} \tag{2.14}$$

(2.9)式，$M1(t) = \dfrac{\int_0^{\omega} l(x,t)dx - \omega l(\omega,t)}{1 - l(\omega,t)}$から得られる次の式，

$\int_0^{\omega} l(x,t)dx = \{1 - l(\omega,t)\}M1(t) + \omega l(\omega,t)$および$l(0,t) = 1$を(2. 14)式の右辺に代入し整理すると，以下の関係を得る。

$$Q2(t) = \{1 - l(\omega,t)\}\left\{1 - \frac{dM1(t)}{dt}\right\} - \frac{dl(\omega,t)}{dt}\{\omega - M1(t)\} \tag{2.15}$$

式(2.15)は期間の合計動態率に関する関係式であり，**合計率式**と呼ぶことができる。この式は$M1(t)$で表されるテンポ指標，および$l(\omega,t)$で表される量指標の 2 つの変化率が含まれ，それぞれによる効果（テンポ効果および量効果）を示す点で有用と考えられる。

初婚について考えると，t 時点における年齢別初婚率は死亡の影響を無視すればコーホート事象発生率$d(x,t)$とみなせるので，これを合計した合計初婚率（total first marriage rate, TFMR）は$Q2(t)$にあたる。一方，式（2.9）について見たように$M1(t)$は SMAM であるので，したがって(2.15)式によって合計初婚率$Q2(t)$を計算できる。すなわち，各時点の静態統計によって動態統計を作成できる。これは出生についても基本的に同様で，**4** において検討する。また，死亡については$Q2(t)$は合計死亡率(total mortality rate, TMR)(廣嶋 2000；Bongaarts and Feeney, 2003)とすることができる。

式(2.3),(2.8)から明らかなように，$Q1(t)$と$Q_p(t)$は常に 1 より小である。しかし，(2.15)式のように$Q2(t)$は 1 より大にもなりうる。これは，$\dfrac{dM1(t)}{dt}$で表されるテンポ変化率の値が負の場合にその可

能性がある。

今,最大年齢 ω における事象未経験割合 $l(\omega,t)$が一定と仮定する。すなわち，この人口においては各コーホートの事象の発生のテンポ $M_c(T)$は変化しても生涯平均事象経験回数 $Q_c(T)$は一定であるものとする。式(1.15)において $Q_c(T) = 1 - l(\omega, T+\omega) = 1 - l(\omega,t)$,　　すなわち,式（2.8）により

$$Q_c(T) = Q1(t) = 1 - l(\omega,t), \tag{2.16}$$

このとき，$\dfrac{dl(\omega,t)}{dt} = 0$ であるから，式(2.15)は以下のように表される。

$$Q2(t) = Q_c(T)\left\{1 - \frac{dM1(t)}{dt}\right\} \tag{2.17}$$

したがって，以下の関係が成り立つ。

$$\frac{dM1(t)}{dt} < 0 \text{ のとき，} Q2(t) > Q_c(T),$$

$$\frac{dM1(t)}{dt} > 0 \text{ のとき，} Q2(t) < Q_c(T)$$

以上のように，$Q2(t)$ にテンポ効果が存在するといえる。

つまり, 死亡率が低下（上昇）し, 死亡のテンポが遅れ（早まっ）ているとき, この平均死亡回数 $Q2(t)$ は 1 以下（以上）となる**4**。したがって，準期間生命表(Ⅱ)は死亡率に適用したとき死なない人が存在したり（$Q2(t)$ ＜1），逆に 1 度以上死ぬ人がいる（$Q2(t)$＞ 1）というような明らかに不合理な生命表になる。死亡率以外についてこの準期間生命表を適用する場合もこのような不合理性を内包している。

しかし，現実には，この生命表を前提とした指標は人口学において用いられている。たとえば，人口学における年齢別人口動態率，たとえば年齢別第 1 出生率，年齢別初婚率は年齢別件数を年齢別人口で割ったものであり，年齢別人口は死亡を無視すれば年齢別コーホートの大きさを示すから，コーホート生命表関数の $d(x,t)$ にあたる。合計出生率 total fertility rate，TFR は，第 1 子合計出生率などの出生順位別合計出生率の合計であり，同様な特性を持っている。これが合計出生率のテンポ効果として問題にされてきたものである。

また，年齢別動態率に基づく平均事象経験年齢は $M2(t)$ に当たる。つまり，平均初婚年齢，平均出生年齢など年齢別動態率による平均動態経験年齢を計算する場合である。これは上記のように $d(x,t)$ をもとにした準期間生命表(Ⅱ)に基づくもので，**1.3** で述べたように $M_p(t)$ と異なり過去の発生強度の影響を含んでいる。またその合計率 $Q2(t)$ は事象発生のテンポ（$M1$）の変化率によって変化するという性質を持っている。その意味で，$M2(t)$ はもっとも望ましい $M_p(t)$ の近似値として用いられているものといえる。

なお，平均初婚年齢などでは，人口動態統計の公表値は年齢別動態率ではなく，年齢別事象発生数によって計算されていて年齢別人口の大きさによって相対化されていないので，さらに$M2(t)$の近似値というべきものである。このように計算上の簡便性が優先され，生命表によるより厳密な計算が行われていないので，その解釈はさらに難しくなっている。

3. 年齢別発生強度の時間変化と期間総合指標

3.1 年齢別事象未経験割合の増加率

(1.19)式において，時点t，年齢x歳における$l(x,t)$の増加率，$\dfrac{1}{l(x,t)}\dfrac{\partial l(x,t)}{\partial t}$を$r(x,t)$と置けば，この右辺の第２項は(2.5)式のように$-\mu 1(x,t)$であるから，(1.19)式は以下のように書きなおせる。

$$r(x,t)-\mu 1(x,t)=-\mu(x,t) \tag{3.1}$$

この関係式は年齢別人口についてよく知られているものである(Bennett and Horiuchi, 1981; Preston and Coale, 1982; Arthur and Vaupel,1984)。

式(3.1)の両辺に$-l(x,t)$を掛けると，以下のようになる。

$$\mu(x,t)l(x,t)=d(x,t)=-r(x,t)l(x,t)+d1(x,t) \tag{3.2}$$

したがって，$r(x,t)=0$のとき，$d(x,t)=d1(x,t)$

また，このとき式（2.6)，(2.10)により，$l(x,t)=l2(x,t)$

また，式(3.1)から，$\mu 1(x,t)=\mu(x,t)$

したがって，式(2.1)，式(2.7)から$l_p(x,t)=l(x,t)$

このように，年齢別事象発生強度が時間的に一定，すなわち$r(x,t)=0$，つまり，この事象に関して静止人口であるとき，コーホート生命表関数と期間生命表関数は相互に一致し，また期間生命表関数と準期間生命表関数は相互に一致する。したがって，これらから導かれるテンポ指標（生涯平均事象経験年齢）$M_c(T)$，$M1(t),M2(t),M_p(t)$や量指標（合計率，生涯平均事象経験回数）$Q_c(T)$，$Q1(t),Q2(t),Q_p(t)$も相互に異なることはない。しかし，もし，逆に非静止人口のとき，これらは相互に異なることは明白である。これらの相互の乖離は年齢別事象発生強度の時間的変化によって生ずるものであり，テンポ変化と量変化の両面が含まれている。このように$\mu(x,t)$が時間的に変化するとき，$M1(t),M2(t)$は$M_p(t)$からずれ，歪んでおり，また$Q1(t),Q2(t)$は$Q_p(t)$からずれ、歪む。

3.2 平均事象経験年齢のテンポ効果

$-\mu 1(x,t) = -\mu(x,t) - r(x,t)$ を式(2.7)に代入すると，(2.1)式により以下の式が得られる。

$$l(x,t) = \exp\left[-\int_0^x \{\mu(a,t) + r(a,t)\}da\right] = l_p(x,t)\exp\left[-\int_0^x r(a,t)da\right] \tag{3.3}$$

この式から，もし各年齢において $r(x,t) > 0$ ならば，当然，$l(x,t) < l_p(x,t)$ である。

また，条件をより緩和して，$\int_0^x r(a,t)da > 0$ であるならば，以下の関係が成り立つ。

$$l(x,t) < l_p(x,t)$$

つまり，死亡について考えると，ある年齢の範囲において全体として年齢別死亡率の低下により生存割合が上昇しているとき， コーホート生存割合と期間の生存割合に関してこの不等式が成り立つ。いうまでもなく，すべての年齢で死亡率が低下している必要はない。

式(3.3)の両辺を積分すると，

$$\int_0^\omega l(x,t)dx = \int_0^\omega l_p(x,t)\exp\left[-\int_0^x r(a,t)da\right]dx \tag{3.4}$$

そこで，$\int_0^x r(a,t)da > 0$ ならば，以下が成り立つ。

$$\int_0^\omega l(x,t)dx < \int_0^\omega l_p(x,t)dx \tag{3.5}$$

このとき，(2.4)式と(2.9)式を比較すると，$M1(t)$ と $M_p(t)$ の関係は，一概にいえないが，もし，$l(\omega,t) = l_p(\omega,t)$ であるならば，$M1(t) < M_p(t)$ である。たとえば，初婚について，生涯未婚率において変化がないならば，年齢別未婚率が伸びている場合，SMAM は生命表的に計算された平均初婚年齢 $M_p(t)$ より小になる。しかし，生涯未婚率が変化している場合，このような関係になるとは限らない。実際，生涯未婚率が上昇している近年，未婚割合が上昇しているにもかかわらず，人口動態統計による平均初婚年齢（$M2(t)$ の近似値）は $M_p(t)$ の近似値と考えられ，これが SMAM より小さいことが知られていて，逆に $M1(t) > M_p(t)$ となっていることが推測される。

とくに死亡率の場合，$l(\omega,t) = 0$，$l_p(\omega,t) = 0$ で，$M1(t) = \int_0^\omega l(x,t)dx$，$M3(t) = \int_0^\omega l_p(x,t)dx$ であるから，式(3.5)のように

$$M1(t) < M_p(t) \tag{3.6}$$

つまり，ある年齢の範囲において全体として年齢別死亡率の低下により生存割合が上昇しているとき，$M_p(t)$ (平均寿命)は $M1(t)$ より大きい**5**。いうまでもなく，すべての年齢で死亡率が低下している必要はない。

3.3 生命表量指標における第１種テンポ効果

期間生命表量指標 $Q_p(t)$ においてテンポ効果が現れるかを考えてみよう。

式(3.3)において x=ω とすれば， $l(\omega,t) = l_p(\omega,t)\exp\left[-\int_0^{\omega} r(a,t)da\right]$ (3.8)

これを式(2.8)に代入すると， $Q1(t) = 1 - l_p(\omega,t)\exp\left[-\int_0^{\omega} r(a,t)da\right]$ (3.9)

式(2.3)により， $l_p(\omega,t) = 1 - Q_p(t)$ であるから,

$$Q1(t) = 1 - \{1 - Q_p(t)\}\exp\left[-\int_0^{\omega} r(a,t)da\right] \quad (3.10)$$

これは期間静態量指標と生命表量指標との間の関係を示す。

今,最大年齢 ω における事象未経験割合 $l(\omega,t)$が一定と仮定する。すなわち，この人口においては各コーホートの事象の発生のテンポ $M_c(T)$は変化しても生涯平均事象経験回数 $Q_c(T)$は一定であるものとする。このとき，式(2.16)のように $Q_c(T) = Q1(t) = 1 - l(\omega,t)$であるから,

$$Q_c(T) = 1 - \{1 - Q_p(t)\}\exp\left[-\int_0^{\omega} r(a,t)da\right] \quad (3.11)$$

$$\frac{l_p(\omega,t)}{l(\omega,t)} = \frac{1 - Q_p(t)}{1 - Q_c(T)} = \exp\left[\int_0^{\omega} r(a,t)da\right] \quad (3.12)$$

ここで，もし $\int_0^{\omega} r(a,t)da >$ 0 ならば，以下の関係が成り立つ。

$$l_p(\omega,t) > l(\omega,t), \quad Q_p(t) < Q_c(T) \quad (3.13)$$

以上のように，コーホートの事象の量指標（平均事象経験回数）$Q_c(T)$が一定であるという仮定のもとで， $\int_0^{\omega} r(a,t)da >$ 0 すなわち,年齢別事象未経験割合が全体としておおむね増加しているということは, 未経験状態の長期化，事象発生強度のテンポの遅れを意味する。このとき，生命表平均事象経験回数 $Q_p(t)$ はコーホート平均事象経験回数 $Q_c(T)$より小さい。これはたとえば，生存率の上昇，未婚率の上昇などの場合である。以上の逆の場合は当然 $Q_p(t) > Q_c(T)$である。このような $Q_p(t)$ の一定値 $Q_c(T)$からの乖離を第１種のテンポ効果と呼ぶことができる。これは明らかに $Q_c(T)$が一定でない場合も存在するはずのものである。

注意すべきは期間生命表の基となる $\mu(x,t)$ 自体には他の生命表関数と異なり，テンポ効果がなく，期間生命表関数のようなものは存在しないが，その期間量指標にはテンポ効果が現れることである。ただし，死亡においては高年齢における死力の高率によって事実上この第１種のテンポ効果は現れない。なお,このテンポ効果は 1.3，2.2，および 3.2 で述べた事象発生強度 $\mu(x,t)$ 以外のコーホート生命表関数に基づく期間総合指標におけるテンポ効果（これを第２種のテンポ効果と呼ぶ）とは異なる。

ある時点の現実データの計測においては，通常，コーホート量指標の変化を知ることができない。そこで，その変化がないと仮定することにより，式(3.11)によってコーホート量指標を推定することができる。これを $Q_p(t)$ のテンポ効果の除去，調整と称することが可能である。これは Ryder Index とは

異なり，コーホートデータを必要としない。

一方，コーホートのテンポ指標 $M_c(T)$ 不変のもとでコーホート量指標 $Q_c(T)$ 変化が期間生命表テンポ指標 $M_p(t)$ にもたらす効果(もうひとつの第１種テンポ効果)については，数式的表現が難しいが，事象発生強度の上昇は $M_p(t)$ の低下，逆に前者の低下は後者の上昇をもたらすことは容易に考察できる（廣嶋,2000，p.36）。この現象が死亡に起こらないのはいうまでもない。

4. 出生率への適用

出生率については，出生順位別に分けることにより非反復的事象として考えることができる。しかし，出生順位別に継起的な事象であるので，その扱いには若干の工夫が要る。第 1 出生について，時点 $t-x$ 出生コーホートの時点 t, 年齢 x 歳における第 1 子出生未経験者（パリティ 0 人口）$l_1(x,t)$ は第 1 子出生可能者（0 子出生経験者）$l'_1(x,t)$ と同じであり，今までの議論がそのまま適用できる。第 1 子出生率を $d_1(x,t)$，第 1 子出生力を $\mu_1(x,t)$ とすると以下のような関係がある。すなわち,

$l_1(x,t) = l'_1(x,t) = 1-\int_0^x d_1(a,t-x+a)da$,

これをコーホート方向に微分して式（1.18）と同様に,

$$d_1(x,t) = -\frac{\partial l_1(x,t)}{\partial x} - \frac{\partial l_1(x,t)}{\partial t}, \quad \mu_1(x,t) = \frac{d_1(x,t)}{l_1(x,t)} \tag{4.1}$$

しかし，第 2 出生は双子の場合を除いて第 1 子出生経験者（パリティ 1 の人口，第 2 子出生経験可能者）のみから生じる。これは第 2 子出生未経験者のうちの一部である。そこで出生力 $\mu_2(x,t)$ の定義のために以下のように第 2 子出生未経験者 $l_2(x,t)$ とともに第 2 子経験可能者（第 1 子出生経験者）$l'_2(x,t)$ を別に定義する。いうまでもなく第 2 子出生未経験者 $l_2(x,t)$ には第 1 子出生未経験者 $l_1(x,t)$ すなわち第 1 子出生可能者 $l'_1(x,t)$ を含む。

$$l'_2(x,t) = \int_0^x d_1(a,t-x+a)da - \int_0^x d_2(a,t-x+a)da, \quad \mu_2(x,t) = \frac{d_2(x,t)}{l'_2(x,t)} \tag{4.2}$$

しかし，平均出生年齢 $M1_2(t)$ を計算するためには、今までどおり第 2 子出生未経験者 $l_2(x,t)$ によって計算する。

$l_2(x,t) = 1-\int_0^x d_2(a,t-x+a)da = l'_1(x,t)+l'_2(x,t)$,　　これをコーホート方向に微分して,

$$d_2(x,t) = -\frac{\partial l_2(x,t)}{\partial x} - \frac{\partial l_2(x,t)}{\partial t}$$

一般に第 i 出生については，第 i 子出生可能者（第 $i-1$ 子出生経験者）$l'_i(x,t)$ と第 i 子出生未経験者 $l_i(x,t)$ について以下のように定義する。

$$l'_i(x,t) = \int_0^x d_{i-1}(a,t-x+a)da - \int_0^x d_i(a,t-x+a)da\ , \qquad \mu_i(x,t) = \frac{d_i(x,t)}{l'_i(x,t)} \tag{4.3}$$

$l_i(x,t) = 1-\int_0^x d_i(a,t-x+a)da = l'_1(x,t)+...+l'_i(x,t)$，これをコーホート方向に微分して，

$$d_i(x,t) = -\frac{\partial l_i(x,t)}{\partial x} - \frac{\partial l_i(x,t)}{\partial t} \tag{4.4}$$

ここで，式（2.5）と同様に以下を定義する。

$$d1_i(x,t) = -\frac{\partial l_i(x,t)}{\partial x} \tag{4.5}$$

これによって，式（2.9）と同様に $l_i(x,t)$ に基づく静態平均出生年齢 $M1_i(t)$ を定義する。

$$M1_i(t) = \frac{\int_0^\omega x d1_i(x,t)dx}{\int_0^\omega d1_i(x,t)dx} = \frac{\int_0^\omega l_i(x,t)dx - \left[xl_i(x,t)\right]_0^\omega}{\int_0^\omega -\frac{\partial l_i(x,t)}{\partial x}dx} = \frac{\int_0^\omega l_i(x,t)dx - \omega l_i(\omega,t)}{1-l_i(\omega,t)}, \tag{4.6}$$

なお,この静態平均出生年齢 $M1_i(t)$ はすでに述べたように，$d_i(x,t)$ にもとづく通常よく使われる

$M2_i(t)$ より，より強く過去の出生力を反映し，変化が遅い。

したがって，式（4.4）を使って，第 i 出生の合計出生率は以下のようになり，式（4.6）から導かれる関係式を代入し，式（2.15）と同様に，

$$Q2_i(t) = \int_0^\omega d_i(x,t)dx = -\int_0^\omega \left\{\frac{\partial}{\partial t}l_i(x,t) + \frac{\partial}{\partial x}l_i(x,t)\right\}dx$$

$$= \{1-l_i(\omega,t)\}\left(1-\frac{dM1_i(t)}{dt}\right) - \frac{dl_i(\omega,t)}{dt}\{\omega - M1_i(t)\} \tag{4.7}$$

以上のように，$d_i(x,t)$ の積分である $Q2_i(t)$ は $l_i(x,t)$ およびそれから導かれる $M1_i(t)$ によって表される。

年齢別出生率 $d(x,t)$ は出生順位別出生率 $d_i(x,t)$ によって以下のように表される。ただし，n を最大子ども数とする。

$$d(x,t) = \sum_i^n d_i(x,t) \tag{4.8}$$

合計出生率 TFR, total fertility rate は, これを t 時点において年齢 x について積分したものであるので，式（4.7）を用いて，以下のように表される。

$$TFR(t) = \sum_{i=1}^n \int_0^\omega d_i(x,t)dx = Q2(t)$$

$$= \sum_{i=1}^n \left[\{1-l_i(\omega,t)\}\left(1-\frac{dM1_i(t)}{dt}\right) - \frac{dl_i(\omega,t)}{dt}\{\omega - M1_i(t)\}\right] \tag{4.9}$$

このようにTFRはその期間における出生順位別年齢別出生未経験者割合$l_i(x,t)$に基づく静態平均出生年齢$M1_i(t)$の時間微分などによって表され，定量的に分解することができる。

ここで，$\frac{dM1_i(t)}{dt}$=0 とおくと，以下のように，TFR からテンポ効果を取り除いた調整合計出生率 tempo-adjusted total fertility rate (ATFR) とすることができる。

$$ATFR(t) = \sum_{i=1}^{n}\left[\{1-l_i(\omega,t)\}-\{\omega - M1_i(t)\}\frac{dl_i(\omega,t)}{dt}\right] \tag{4.10}$$

ただし，この*ATFR*(*t*)は，*t* 時点の真の出生力の量指標を表しているわけではない。それは *t* 時点の年齢別出生力，出生強度 force of fertility，$\mu_i(x,t)$を基にした(2.3)式と同様な量指標$Q_p(t)$によらなければならない。

第 *i* 出生の出生力$\mu_i(x,t)$は式（4.3）によって$d_i(x,t)$から導かれる。第 *i* 出生の年齢別出生率$d_i^p(x,t)$は式（2.2）により第 *i* 出生の出生力$\mu_i(x,t)$から導かれる**6**。年齢別出生率$d_p(x,t)$ は第 *i* 出生の年齢別出生率 $d_i^p(x,t)$により以下のように表される。

$$d_p(x,t)=\sum_{i}^{n} d_i^p(x,t).$$

$Q_p(t)$は(2.3)式と同様に以下のように表される。

$$Q_p(t) = \int_0^{\omega} d_p(x,t)dx = \sum_{i}^{n}\int_0^{\omega} d_i^p(x,t)dx = \sum_{i}^{n} Q_i^p(t) \tag{4.11}$$

年齢別出生率$d_p(x,t)$に基づくこの量指標では，出生力のテンポ変化があっても$Q2(t)$と異なり，影響を受けずテンポ効果は起こらない。しかし，これも当然，コーホートの量指標とは一致しない。その意味でのテンポ効果は生じる。しかし，これは期間の観察であるから，当然のことであり，除去する必要はない。$Q_p(t)$は，その期間にかかわるコーホートの量指標の一種の平均といえる。

また，式(2.4)によって$d_p(x,t)$に基づいて平均出生年齢 $M_p(t)$を計算すれば，これは平均寿命に相当するもので，より望ましい。これに基づく変化率$\frac{dM_p(t)}{dt}$こそが時点 *t* における出生力のテンポ変化と言うべきものである。ただし，$M_p(t)$は以下のように表され，出生順位別生命表平均出生年齢$M_i^p(t)$の出生順位別量指標比率$\frac{Q_i^p(t)}{Q_p(t)}$の重み付き平均である。

$$M_p(t)=\frac{\int_0^{\omega} x d_p(x,t)dx}{Q_p(t)} = \frac{\sum_i^n M_i^p(t) Q_i^p(t)}{Q_p(t)} = \sum_i^n M_i^p(t)\frac{Q_i^p(t)}{Q_p(t)} \tag{4.12}$$

この生命表平均出生年齢$M_p(t)$と同様に動態平均出生年齢$M2(t)$と静態平均出生年齢$M1(t)$を定義することができる。これら 3 つの期間平均出生年齢は，3．で述べたように，期間の出生テンポが変化しているとき，相互に異なる。より正確には動態平均出生年齢$M2(t)$と静態平均出生年齢$M1(t)$は生命表平均出生年齢$M_p(t)$からずれる。つまり歪む。

この動態平均出生年齢$M2(t)$は，Bongaarts and Feeney (1998)の平均出生年齢 MAC とまったく同じである。なお，彼らは出生順位別の$M2_i(t)$によって出生率のテンポ変化を測るが，これ自体に含まれるテンポ効果（$M_i^p(t)$からの乖離）を問題にしないところに，ひとつの重大な欠点がある。

しかし，以上のような出生順位別年齢別出生率にもとづくモデルは，いうまでもなく,出生率と密接な結婚持続期間をまったく考慮に入れていないから，その変化の影響はまったく考慮されておらず，その影響を免れているわけではない。

Ⅱ．応用

1.　静態統計による合計初婚率

国勢調査による年齢別未婚割合$l(x,t)$のみから合計率式（2.15）によって計算された合計初婚率$Q2(t)$を表 1 に示す。計算は 5 年 5 歳による。図 1 は年齢別未婚割合を，50 歳についてのみ示す。静態平均初婚年齢$M1(t)$，SMAM は式（2.9）によって計算されたものである。2000 年に男 30.8 歳，女 28．6 歳で，人口動態統計の初婚年齢の公表値，28.8 歳，27.0 歳より 2 歳ほど高い。これは式(3.5)について述べたように，生涯未婚率（50 歳における未婚率）が大きく変化しているためであり，もしこの変化がなければ大小関係は逆になるはずである。

計算された合計初婚率を人口動態統計による合計初婚率と比較する。人口動態統計の個票から計算された合計初婚率（50 歳までの合計）は，小山・山本 2001 によると，1980 年から 5 年間隔で男，75.2，77.6，75.2，76.9，女，84.3，82.5，77.2，77.9 とされ，男より女が高いこと，男で 1985 年が一時的に高いこと，女で 1980 年以後低下していることなど，基本的な動向は一致している。しかし，数字は厳密には一致しない。国勢調査による限り 5 年 5 歳間隔の平均的な計算であるから当然であろう。1925 年など戦前からの長期的な合計初婚率が計算できることに価値があるかもしれない。

以上のように，通常人口動態統計に基づいて計算される合計初婚率が静態統計から得られる年齢別未婚割合によって計算できることを示す。

2. 合計出生率の分解

合計出生率 TFR は，式(4.9)により出生の静態統計に基づき合成することができる。出生の静態統計とは，出生年別コーホートについてのパリティ（既往出生児数）別女子人口割合の統計である。既往出生児数別女子人口割合の統計は日本では 1970 年を最後にして，国勢調査で調査されなくなった。また，人口動態統計においてコーホート出生率の統計は日本では公表されていない。したがって，人口動態統計の年次別，年齢別出生順位別出生率の統計からこれを作ることが必要になるが，戦後におい

ても出生統計には変遷があり，その作業は面倒である。そこで，この統計が発表されているアメリカについて計算する。

出生年次別コーホートの年齢別パリティ別の女子人口割合（$l_i(x,t)$）は，40-44 歳を例にして示すと図 4 のようになる。これによって出生順位別の静態平均出生年齢$M1_i(t)$を式 (4.6) により計算する。

実際には，次の式で求める。年次 t の表示を省略する。もとの統計が 40-44 歳までの区分となっているので，これは 42.5 歳までの出生力による計算になる。

$$\left[5\times\left\{300+l_i(15-19)+...+l_i(35-39)+l_i(40-44)/2\right\}-l_i(40-44)\times 42.5\right] \Big/ \{100-l_i(40-44)\}$$

その結果，図 5 のように 1980 年代以後，この出生年齢は早まっていることがわかる。ただし，これは通常の年齢別出生率（$d_i(x,t)$）に基づく平均出生年齢$M2_i(t)$に比べて，過去の出生率をより強く反映している。静態平均出生年齢$M1_i(t)$の変化率は図 6 のように 80 年代後半から負であることが分かる。

以上のような年齢別パリティ別の女子人口割合（$l_i(x,t)$）および静態平均出生年齢$M1_i(t)$によって，合計率式（4.9）により合計出生率 TFR を合成すると，図 7 の合成 TFR のように，人口動態統計に基づく合計出生率 TFR と比較的よく一致している。ただし，5 年間隔の計算であるから細かな変化を表す点では難しい。

また，合計率式に含まれる静態平均出生年齢の変化率$\dfrac{dM1_i(t)}{dt}$を 0 と置くことにより，合成 TFR からテンポ効果を除いた AFTR を導くと，その動きは60年代半ばを頂点として低下していく。これは TFR の動きより約 10 年遅れている。また，戦後，ベビーブームにおいて出生のテンポの速まりによって合計出生率が急速に上昇したことが示されている。60 年代後半から 70 年代においてテンポの遅れにより合計出生率は押し下げられている。その低下量は最大 1 を超える。

なお，基になる統計が 5 歳階級別のデータであるので，出生力$\mu_i(x,t)$，したがってこれに基づき期間生命表的に計算する合計率$Q_p(t)$は計算することはできない。

おわりに

本稿において以下の点を明らかにした。

時点$t-x$に出生したコーホートについて，ある人口動態事象に関して時点t，年齢x歳における 2 次元コーホート生命表関数$\mu(x,t)$，$d(x,t)$，$l(x,t)$が定義できる。$d(x,t)$と$l(x,t)$は，その基となる発生強度$\mu(x,t)$の時点が異なる。その基となる発生強度μがt時点に近い順に$\mu(x,t)$，$d(x,t)$，$l(x,t)$となる。いいかえると，$l(x,t)$は$\mu(x,t)$の時間的変化に対してもっとも鈍感に反応し，$d(x,t)$は$\mu(x,t)$と$l(x,t)$の中間反応速度となる。このような違いがいわゆるテンポ効果が発生する原因である。

ある時点（期間）についてこの人口動態事象に関する量指標（生涯平均事象経験回数）およびテン

ポ指標（生涯平均事象経験年齢）は，上記３つの２次元コーホート生命表関数$\mu(x,t)$，$d(x,t)$，$l(x,t)$のそれぞれを基にして３種定義することができる。すなわち，順に量指標として生命表平均事象経験回数$Q_p(t)$，静態平均事象経験回数$Q1(t)$，動態平均事象経験回数$Q2(t)$であり，またテンポ指標として生命表平均事象経験年齢$M_p(t)$，静態平均事象経験年齢$M1(t)$，および動態平均事象経験年齢$M2(t)$である。これらのうち，$\mu(x,t)$に基づく$Q_p(t)$，および$M_p(t)$こそがその期間の値を示し，他の２種はそれぞれ以前の影響を含むから，それが無視できるときにその代替，近似値とすることができる。

言い換えると，発生強度$\mu(x,t)$が時間的に変化しないとき，これらは全て同一になるが，変化するとき，相互に異なる。すなわち，静態平均事象経験回数$Q1(t)$と動態平均事象経験回数$Q2(t)$は生命表平均事象経験回数$Q_p(t)$からずれる，つまり歪み，静態平均事象経験年齢$M1(t)$と動態平均事象経験年齢$M2(t)$は生命表平均事象経験年齢$M_p(t)$からずれる，つまり歪みを受ける。

生命表平均事象経験年齢$M_p(t)$および生命表平均事象経験回数$Q_p(t)$は，発生強度$\mu(x,t)$が時間的に変化しないとき，その時点tの各年齢に関わるコーホートの$Q_c(T)$および$M_c(T)$と一致するが，それが変化するとき，一致せず，後者の一種の平均になる。したがって，その関係は単純なモデル（平均移行など）で関係付けられない。

上記の量指標，テンポ指標の定義から，動態平均事象経験回数（合計率）$Q2(t)$を$M1(t)$および$l(x,t)$によって表す合計率式を導くことができる。これは合計率の変化，較差をその事象に関する静態統計によって原因と結びつける関係式として人口学的分析のために利用できる可能性をもっている。

注

１）Bongaarts and Feeney(2003)は$l(x,t)$などについてこれと同じ定義をしているが，生命表関数とは呼ばず，（死亡について）standardized population age distribution などと呼んでいる。

2）関数の変数 *x*，*t* の順は，生命表関数を離散的に行列で表す場合，年齢を縦，年次を横にとり，生命表の形式に合わせたものである。

3) $M_p(t)$はBongaarts and Feeney(2003)における平均死亡年齢$M_3(t)$に対応させて定義する。$M1(t)$，$M2(t)$も同様である。

4)　戦後日本における合計死亡率$Q2(t)$が死亡率低下によって 1 より小さいことは，廣嶋（2005）に示されている。

5）Guillot（2003）もこの関係について述べている。

6）$\mu_i(x,t)$を式(4.3)のように第$i-1$子出生経験者$l'_i(x,t)$に対する比率でなく、第 *i* 子出生未経験

者全体$l_i(x,t)$に対する比率として定義すると，異なる$Q_p(t)$が定義される。これは多胎出生によりすべての第i子出生未経験者が同じ第i子出生のリスク持つものと考えるモデルとなる。Yamaguchi et al. 2004 はこの$Q_p(t)$をTFR$_{SUV_N}$とし，$Q2(t)$（TFR）からの差（supurious tempo effect）が除かれているとしている。

文献

小山泰代・山本千鶴子 2001「日本の婚姻・離婚の動向：1996 年～1998 年」『人口問題研究』第 57 巻第 3 号，53-76.

廣嶋清志（2000）「1970 年代半ばからの合計出生率低下：コーホート出生率によるシミュレーション分析」『経済科学論集』26，1-39.

廣嶋清志（2005）「平均寿命は過大か？合計率定理の死亡への適用」『経済科学論集』31，1-25.

廣嶋清志（2006）「人口動態事象におけるテンポ効果の本質：発生確率同一モデル」『経済科学論集』32，15-46.

Bongaarts, John and Griffith Feeney (1998), On the quantum and tempo of fertility, *Population and Development Review*, 24(2): 271-91.

Bongaarts, John and Griffith Feeney (2002), How long do we live? *Population and Development Review*, 28 (1) : 13-29.

Bongaarts, John and Griffith Feeney（2003）, Estimating mean lifetime, *Proceedings of the National Academy of Sciences of The United States of America*, 100(23): 13127-13133.

Guillot, Michel (2003), The cross-sectional average length of life (CAL): A cross-sectional mortality measure that reflects the experience of cohorts, *Population Studies*, 57(1): 41-54.

Hajnal, John（1953）, Age at marriage and proportions marrying, *Population Studies*, 7(3): 111-136.

National Center for Health Statistics, Vital Statistics of the United States（1999）, Volume I, Natality,1-32. Percent distribution of women by parity, by exact age of woman according to race of child, in selected groups of cohorts from 1896-1900 to 1981-85: United States, 1940-2000.
http://www.cdc.gov/nchs/data/statab/t991x32.pdf (15 Nov. 2006)

Yamaguchi, Kazuo and Beppu, Motomi（2004）, Survival probability indices of period total fertility rate, Unpublished paper.

(hirosima@soc.shimane-u.ac.jp)