

同齢人工林の上層樹高一本数曲線の検討

稲 田 充 男*

Analysis of the Height-Number Curve for Even-Aged Stands. Mitsuo INADA

Abstract Applying the Gompertz growth equation, the author derived the formula for height-number curve in even-aged forest stands. The mathematical expression of the height-number curve is

$$N = d - a \exp [-b \exp (-cH)]$$

where N is a tree number, H is a stand height and a, b, c, d are constants.

The applicability of this equation was examined by applied it to the observed height-number relationships. The goodness of fit of the equation was good enough for use in comparison with following existing height-number equaiton.

$$\text{when } H < H_0, N = \alpha \exp (-\beta H)$$

$$\text{when } H \geq H_0, N = \gamma \exp (-\delta H)$$

where N is a tree number, H is a stand height and $H_0, \alpha, \beta, \gamma, \delta$ are constants.

はじめに

林野庁は昭和53年度から人工林の資源予測資料を整備するため、林分密度理論の手法を用い主要樹種別に人工林林分密度管理図を作成した。同時に、この林分密度管理図に基づいて収穫予想表および林分材積表を作成し、これらを人工林の資源量の把握、収穫量の予測、人工林施業体系の検討、間伐の設計、個別林家の経営指導などの基礎資料として用いようとした。各県では林野庁の示したこの方針に沿って、各県の主要樹種に対する人工林予想表・林分材積表を作成した。

ここで、人工林収穫予想表とは、樹種・地位・適用区域ごとに、一定の施業体系に基づいて施業された同齢単純林が、順当に生育した場合に生産されると予想される主副林の ha あたり本数・幹材積などの数値を、林齢に対応させ計算し示した表である。その際用いる計算式は、作成樹種・地域に対応する人工林林分密度管理図を構成する諸式および実測資料より決定される地位別の上層樹高成長曲線式である。これら基礎となる式に主間伐条件を入れてやることにより、その施業体系に対応する予想表が計算される。すなわち、種々の施業体系を想定することにより、各種の収穫予想表を得ることができるのである。

また、人工林林分材積表とは、樹種・地位・適用区域ごとに、域内当該樹種の同齢単純林の平均的な ha あたり立木本数に基づいて、幹材積・胸高断面積・平均胸高直径などを計算し示した表である。用いる計算式は、対応する林分密度管理図の構成諸式、地位別上層樹高成長曲線式および現実林分の平均的な ha あたり立木本数を与える式である。この立木本数を与える式として、上層樹高と立木本数の関係式を用いている。収穫予想表がある施業体系下での将来の収穫量を示す表であるのに対し、林分材積表は現実林分の平均的な量を示す表である。

この人工林林分材積表を作成する際、上層樹高と立木本数の関係を示す曲線式（以下、上層樹高一本数曲線式と呼ぶ）が必要となるが、この曲線式には特に理論式と呼べるようなものはない。各県が林分材積表を作成した当時は、指数減少曲線式

$$N = \alpha \exp (-\beta H)$$

を数本組み合せた式（以下、指数関数結合式と呼ぶ）が用いられていた。ここで、 N は ha あたり立木本数 (本/ha)、 H は上層樹高 (m)、 α, β は定数である。これに対し稲田 (1990) は成長曲線式としてよく用いられているゴンベルツ式を変形した式（以下、変形ゴンベルツ式と呼ぶ）

$$N = d - a \exp [-b \exp (-cH)]$$

ただし、 a, b, c, d は定数、を用い林分材積表の作成を試みている。

*森林環境学講座

本論では、これら2種類の上層樹高一本数曲線式について、式中のパラメータの意味づけの観点から比較検討した。ただし、指数関数結合式については変形ゴンベルツ式との比較を容易にする意味から、パラメータ数を等しくするように2つの指数減少曲線式を結合したものをを用いた。

変形ゴンベルツ式

変形ゴンベルツ式は次のように定義される。

$$N = d - a \exp[-b \exp(-cH)]$$

ただし、 N はhaあたり立木本数(本/ha)、 H は上層樹高(m)である。また、 a 、 b 、 c 、 d は正の定数

$$a, b, c, d > 0$$

とする。この曲線式の一次微分は

$$N' = -abc \exp(-cH) \exp[-b \exp(-cH)]$$

であり、その値は常に負である。また、二次微分は

$$N'' = -abc^2 \exp(-cH) \exp[-b \exp(-cH)] \\ [b \exp(-cH) - 1]$$

であり、

$$\left[\frac{\log(b)}{c}, d - a \exp(-1) \right]$$

に変曲点を有し、二次微分の値は変曲点まで負で、変曲点以降は正である。それゆえ、曲線の形状は変曲点までは上に凸、変曲点以降は下に凸である。また、変形ゴンベルツ式の特徴としては、定数 d からゴンベルツ成長曲線式を引いた形となっており、上下に漸近線をもつ逆シグモイド曲線である。上下の漸近線はそれぞれ、

$$\text{上の漸近線} \quad N = d$$

$$\text{下の漸近線} \quad N = d - a$$

である。

次に、この曲線式より推定される植栽本数、すなわち上層樹高 H の値が0のときhaあたり本数 N_0 (haあたり植栽本数は、

$$N_0 = d - a \exp(-b)$$

となる

指数関数結合式

指数関数結合式は次のように定義される。

$$H < H_0 \text{ のとき } N = \alpha \exp(-\beta H)$$

$$H \geq H_0 \text{ のとき } N = \gamma \exp(-\delta H)$$

ただし、 N はhaあたり本数(本/ha)、 H は上層樹高(m)である。また、 H_0 は曲線が変化するときの上層樹高(m)、 α 、 β 、 γ 、 δ は定数で

$$H_0, \alpha, \beta, \gamma, \delta > 0$$

$$\gamma = \alpha \exp[-H_0(\beta - \delta)]$$

とする。この曲線式の一次微分は

$$H < H_0 \text{ のとき } N' = -\alpha \beta \exp(-\beta H)$$

$$H \geq H_0 \text{ のとき } N' = -\gamma \delta \exp(-\delta H)$$

であり、その値は常に負である。また、二次微分は

$$H < H_0 \text{ のとき } N'' = \alpha \beta^2 \exp(-\beta H)$$

$$H \geq H_0 \text{ のとき } N'' = \gamma \delta^2 \exp(-\delta H)$$

であり、その値は常に正である。それゆえ、曲線の形状は常に下に凸である。また、指指数関数結合式の特徴としては、 H_0 を境に曲線式が変化し、常に下に凸の曲線ではあるが、この点を境にその減少度合が変化する。

次に、この曲線式より推定される植栽本数 N_0 は、

$$N_0 = \alpha$$

となる。

上層樹高一本数曲線式の適合度

変形ゴンベルツ式および指数関数結合式を、島根県スギおよびヒノキ人工林資料に対してあてはめ計算を行った。これらの資料は、それぞれの人工林収穫予測表作成の際使用した資料(山本・安井, 1983, 1984, 1985)である。各曲線式のあてはめ計算にはパラメトリック最小二乗法(ラックデュッシュェル, 1982)であるシンプレックス法を用いた。シンプレックス法に対する初期値は資料により自動的に計算することにした。この計算方法としては、山本・安井(1984)の示した定差図による方法を改良したものをを用いた。

最小二乗法によるそれぞれの曲線式のあてはめ結果は、変形ゴンベルツ式は、

スギ

$$N = 3334 - 2750 \exp[-10.82 \exp(-0.2098H)]$$

ヒノキ

$$N = 2778 - 1784 \exp[-69.57 \exp(-0.3636H)]$$

となった。また、指数関数結合式は

スギ

$$H < 20.24 \text{ のとき } N = 6339 \exp(-0.09094H)$$

$$H \geq 20.24 \text{ のとき } N = 4799 \exp(-0.07718H)$$

ヒノキ

$$H < 17.47 \text{ のとき } N = 5490 \exp(-0.08707H)$$

$$H \geq 17.47 \text{ のとき } N = 2173 \exp(-0.03402H)$$

となった。これを図示すると図-1~4のようになる。

これら上層樹高一本数曲線式の適合度については、両式のパラメータ数が等しいから、単純に残差平方和の大小をみることによって比較できる。スギ資料に対する残差平方和は変形ゴンベルツ式が 1.493×10^7 、指数関数結合式が 1.465×10^7 であった。また、ヒノキ資料については、変形ゴンベルツ式が 1.354×10^7 、指数関数結合式が

1.505×10⁷であった。それぞれの曲線の残差平和の値そのものにそれほど差はない。さらに、図に示したように各資料に対する曲線式のあてはめ状況も大差なく、それぞれよく資料の示す傾向を捉えている。

次に、最小二乗法によって得られたパラメータの値より植栽本数 N_0 を推定すると、変形ゴンベルツ式では

スギ $N_0=3334$ (本/ha)

ヒノキ $N_0=2778$ (本/ha)

となり、指数関数結合式では

スギ $N_0=6339$ (本/ha)

ヒノキ $N_0=5490$ (本/ha)

となる。現在一般に行われている造林では、スギ・ヒノキとも植栽本数は2,000~5,000本/ha程度である(坂口・伊藤, 1965)。このことから考えると、指数関数結合式より求めた値は若干大きく、変形ゴンベルツ式による値の方がより現実的、一般的である。また、指数関数結合式は上層樹高 H が小さいときには、この曲線式をそのまま用いずに自然枯死線を使用することが多い。これはこの曲線式にもともとこのような植栽本数の値が大きくなる傾向があることを意味している。これらのことを合わせ考えると、上層樹高一本数曲線式として変形ゴンベルツ式は有効であるといえる。

おわりに

現在、我が国の森林資源は面積は約2,500万 ha、蓄積は約29億 m³である。このうち人工林についてみると、面積は1,000万 ha、蓄積は14億 m³であり、それぞれ森林全体の40%、48%を占めている。この人工林の大半は戦後の拡大造林による、いわゆる「新生人工林」である。その「新生人工林」が今、間伐から主伐という林業経営上重要な時期にさしかかっている。「新生人工林」の健全な育成を図らずして、我が国の森林資源のより一層の充実は望め

ない。それゆえ、これら「新生人工林」に対する適正な施業体系の確立ならびに、それにならった取り扱い方法の検討は急務の課題である。そのためには、人工林資源に関する成長予測や収穫予測に必要な基礎資料の整備を早急に行わなければならない。

そのためには、予測に組み込む各種モデルの検討は不可避であり、よりよいモデルを用い、よりの確かな予測を行わなければならない。本論では、人工林林分材積表を作成する際に必要となる上層樹高一本数曲線式について検討した。しかし、ここで用いた曲線式以外にも適当なものもあろう。この点についても理論ならびに適合度の観点からさらに検討を加える必要がある。

引用文献

1. 稲田充男：収穫予測表作成に関する研究(Ⅳ) 林分密度管理図に基づく林分材積表。第41回日林関西支講：207-210, 1990。
2. ラックデュッセル, F. R. (長谷川勝也・石原辰雄訳)：科学計算のためのBASICサブルーチン集-2上。285pp, 現代数学社, 京都, 1982。
3. 坂口勝美・伊藤清三：造林ハンドブック。935pp, 養賢堂, 東京, 1965。
4. 山本充男・安井 鈞：島根県スギ人工林収穫予測表
 1. 林分密度管理図に基づく作成システム。山陰文研紀要23：55-69, 1983。
5. 山本充男・安井 鈞：島根県スギ人工林収穫予測表
 2. 上層樹高生長曲線決定システム。山陰文研紀要24：41-53, 1984。
6. 山本充男・安井 鈞：林分密度管理図に基づく島根県ヒノキ人工林収穫予測表。山陰地域研究(森林資源) 1：9-20, 1985。

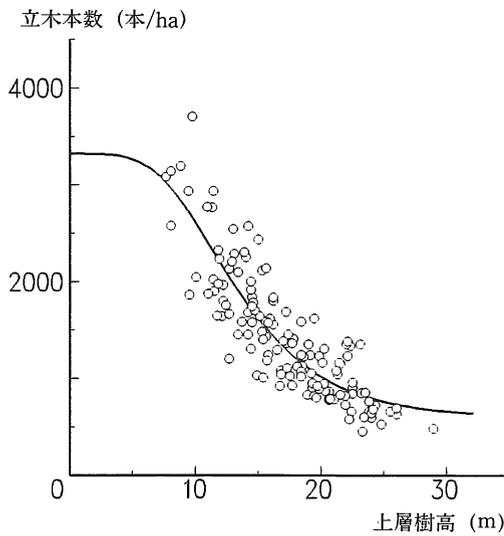


図-1 島根県スギ人工林資料に対する変形ゴンペルツ式のあてはめ結果
 $N = 3334 - 2750 \exp[-10.82 \exp(-0.2098H)]$

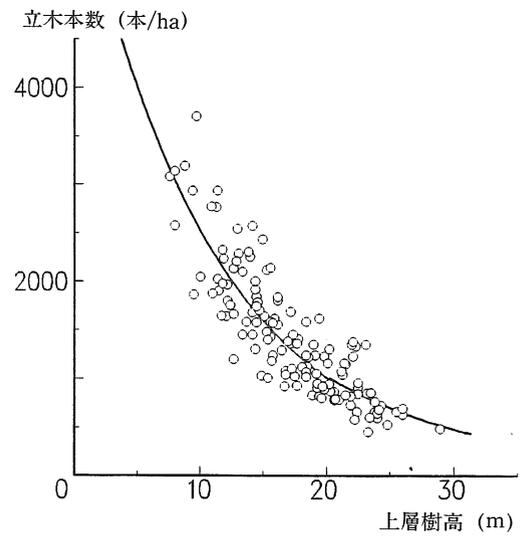


図-3 島根県スギ人工林資料に対する指数関数結合式のあてはめ結果
 $H < 20.24$ のとき $N = 6339 \exp(-0.09094H)$
 $H \geq 20.24$ のとき $N = 4799 \exp(-0.07718H)$

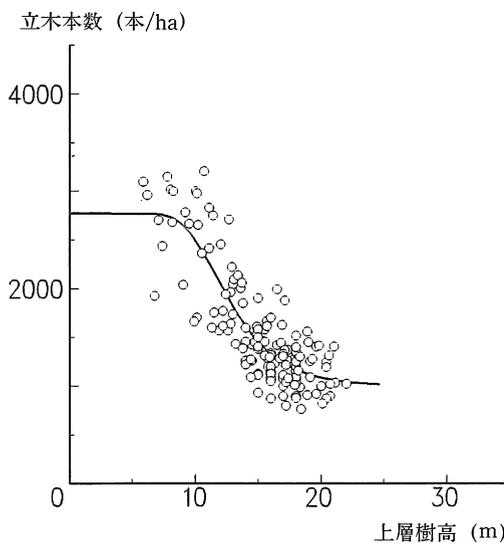


図-2 島根県ヒノキ人工林資料に対する変形ゴンペルツ式のあてはめ結果
 $N = 2778 - 1784 \exp[-69.57 \exp(-0.3636H)]$

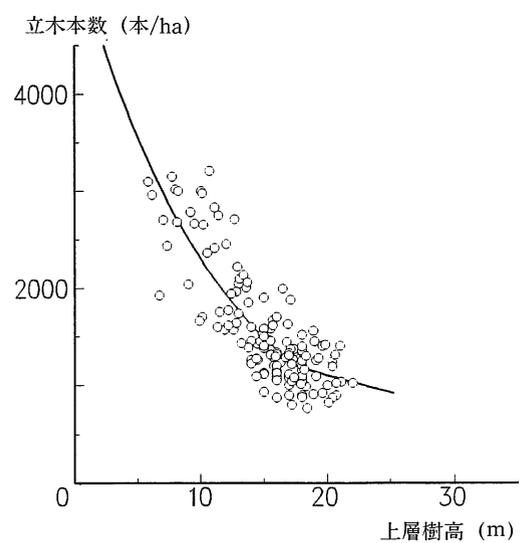


図-4 島根県ヒノキ人工林資料に対する指数関数結合式のあてはめ結果
 $H < 17.47$ のとき $N = 5490 \exp(-0.08707H)$
 $H \geq 17.47$ のとき $N = 2173 \exp(-0.03402H)$