

溶質分散係数と間隙流速の關係に試料特性が与える影響

木 原 康 孝*

Influence of Material Properties on the Relation between Dispersion Coefficient and Pore-Velocity

Yasutaka KIHARA

In order to investigate influence of material properties on the relation between dispersion coefficient D and pore-velocity v , a mass transfer test was performed with uniform grain-size and non-uniform grain-size (mixed together) glass beads.

From the results obtained, it was observed that relationship $D-v$ was linear, and that the dispersion coefficient increased with grain-size and non-uniformity of grain-size distribution at the same pore-velocity. The relationship $D-v$ was formulated using two parameters representing material properties. The experimental dispersion coefficient agreed with calculations.

I. はじめに

土壌におけるイオンの挙動は土壌の物理的性質に大きな影響を与える。同じ粘土であっても Na が多く吸着されている場合には透水性は低くなり、Ca が多く吸着されている場合には透水性は高くなる。したがって、透水性の低い Na 粘土を多く含む土壌に対して石灰の施用などによる土壌の物理性の改善が行なわれる。このような時に問題となるのが土壌中の溶質移動現象である。

この現象は土壌による溶質の吸着特性と土壌の間隙構造にしたがう移動特性が相互に影響しあつた複雑な現象であり、未解明な点が数多く残されている。本研究では、その基礎的な研究として吸着特性を考慮する必要がなく、平均粒径および粒径分布などの試料特性の把握が容易なガラスビーズを試料として用いて、溶質移動実験を行なつた。そして、溶質移動において重要なパラメータとなる分散係数と間隙流速の關係に対して試料特性がおよぼす影響について検討した。

II. 土壌中の分散現象

1. 分散現象の要因

土壌中の流体に物質が投入されたとき、その物質は流

体中に広がっていき、流体中のその物質の濃度は平均化されていく。このような現象は分散現象と呼ばれる。分散現象は様々な要因によって生じるが、それらは次の三種類の要因に大別できる。

(1) 分子拡散

土壌溶液中の溶質濃度が一定でない場合、ブラウン運動による溶質分子同士の衝突の力学的不均衡の結果として濃度の高い方から低い方へ溶質分子が移動する。この現象は一般には拡散と呼ばれるが、分散現象との分離が困難なため分散現象に含まれることが多い。したがって、分子拡散係数は土壌中の水分量の関数となる。

(2) 毛管内の流速分布

毛管内の流速は一定ではなく、壁面で流速はゼロであり、毛管の中心で流速は最大となる。したがって、毛管の終点では、これは分散の効果となる。

(3) 間隙の幾何学的形状

これはさらに間隙径の不均一性と毛管方向のランダム性に分類できる。

一般に、土壌中の間隙径は不均一であり、間隙径は数オーダーの範囲で分布している。Poiseuille の法則によれば、毛管内の平均流速は間隙径の二乗に比例する。したがって、間隙径が10倍になれば、その間隙を溶質は間隙径が10倍になる前に要した時間の百分の一の時間で通過する。これも、分散の要因となる。次に、毛管方向の

* 農村工学講座

Table-1 試料粒径

粒径	a	b	c	d	e	f
(cm)	0.0132	0.0375	0.0950	0.113	0.212	0.286

Table-2 実験データ

No.	試料重量百分率 $W(\%)$						平均粒径 $d_e(\text{cm})$	U	体積含水率	α	n
	a	b	c	d	e	f					
1	100	—	—	—	—	—	0.0132	0.0	0.368	0.188	0.948
2	—	100	—	—	—	—	0.0375	0.0	0.372	0.258	1.04
3	—	—	100	—	—	—	0.0950	0.0	0.388	0.390	0.943
4	—	—	—	100	—	—	0.113	0.0	0.402	0.554	0.918
5	—	—	—	—	—	100	0.286	0.0	0.395	2.24	0.698
6	42	—	—	—	58	—	0.0668	0.586	0.239	0.235	1.40
7	34	—	—	—	—	66	0.0990	0.604	0.220	5.09	1.07
8	—	34	—	66	—	—	0.0776	0.215	0.311	2.22	1.07
9	—	—	36	64	—	—	0.106	0.0348	0.385	0.125	1.19
10	—	—	45	—	—	55	0.174	0.236	0.309	0.642	1.02

ランダム性とは、巨視的な流れの方向と各毛管の流れの方向は一般に一致していないことを指し、これも分散の要因となる。

この他の分散現象の要因としては乱流の影響がある。しかし、土壤中で流れが乱流となるような流速となることはなく、考慮する必要はほとんどない。

2. 分散係数と間隙流速の關係

(1) 解析的手法

分散係数を解析的に明らかにしようとする手法は、物理モデルを用いる方法と統計モデルを用いる方法に大別される。そして、分散係数 D は土壤中の水分移動の平均量である間隙流速 v の關係として $D = \alpha \cdot v^n$ というべき乗の形でまとめられることが多い。ただし、 α, n は定数である。

物理モデルとしては、毛細管モデルがある。毛細管モ

デルによって、毛細管中の溶質移動において、縦方向の分子拡散が分散に比べて無視できる場合には、分散係数は間隙流速の二乗に比例することが明らかになった。

土壤中の流れに最初に適用された統計モデルはランダムウォーク・モデルである。このモデルは、分散係数が間隙流速に比例するという結果を与えた。また、モンテ・カルロ法による研究も行われ、ランダムメディア・モデル³⁾によって $D \propto v^{1.32}$ という關係が得られた。

(2) 実験的手法

解析的手法と同時に実験による分散係数と間隙流速の關係の同定も数多くなされてきた。その結果は解析的手法の場合と同様に $D = \alpha \cdot v^n$ というべき乗の形でまとめられることが多い。ほとんどの実験において指数 n は 1.0 に近い値であった。しかし、これまでの実験において分散係数と間隙流速の關係に対する試料特性の影響に

つについてはほとんどふれられることはなかった。いくつかの実験において同一間隙流速であっても試料粒径が大きいほど、あるいは粒径が不均一であるほど分散係数が大きくなる傾向があることを定性的にふれているだけであつた。⁴⁾

しかしながら、今後、実際の土壌に対して溶質移動の理論を適用していくためにも、あるいは土壌の構造を解明する手段としても、試料特性との定量的な関係を明らかにする必要があると考えられる。

III. 溶質移動実験

1. 試料

試料としては、Table-1 の a ~ f の粒径を持つ球形ガラスビーズを用いた。実験データを Table-2 に示す。実験No.1 ~ 5 は粒径が均一な試料、実験No.6 ~ 10 は粒径が不均一な試料である。均一な試料は Table-1 の粒径が均一なガラスビーズを単独で充填することによって、不均一な試料は粒径が均一なガラスビーズを二種類混合することによって作成した。不均一な試料の充填は、最初に粒径の大きいガラスビーズを充填し、次に粒径の小さいガラスビーズで間隙を埋めるように充填した。均一な試料の体積含水率が 0.4 前後であることから、その充填型は立方四面体型であると考えられる。また、不均一な試料の場合、上述の充填法と均一な試料の体積含水率の値から体積含水率は 0.16 前後となるはずであるが、充填した二種類のガラスビーズの粒径の相対的な大きさの違いによって体積含水率は 0.220 ~ 0.385 と大きく異なる値となった。二種類のガラスビーズの粒径が異なるほど体積含水率は 0.16 に接近し、粒径が近いほど均一な試料の体積含水率 0.4 に近くなる傾向にあった。

そして、それぞれの試料の特性は次のふたつのパラメータによって代表させた。

$$\log(de) = (W_1/100) \cdot \log(d_1) + (W_2/100) \cdot \log(d_2) \quad (1)$$

$$U = (W_1/100) \cdot \log(de/d_1) + (W_2/100) \cdot \log(d_2/de) \quad (2)$$

de (cm) は平均粒径、 U は試料の不均一さを表わす平均粒径の回りの一次のモーメントである。ここで、 W 、 d はそれぞれ混合した二種類のガラスビーズの各々の重量百分率、粒径であり、添字 1 は粒径の小さい、添字 2 は粒径の大きいガラスビーズを表わす。計算において対数を用いた理由は、実験に供したガラスビーズの粒径にオーダーの違いがあり、対数を用いた方が試料の特性をより十分に表現できると考えられるためである。

一般には、試料の特性は粒径加積曲線より均等係数などを用いて表わされることが多いが、この実験では、二種類の粒径のガラスビーズを混合した試料であることを

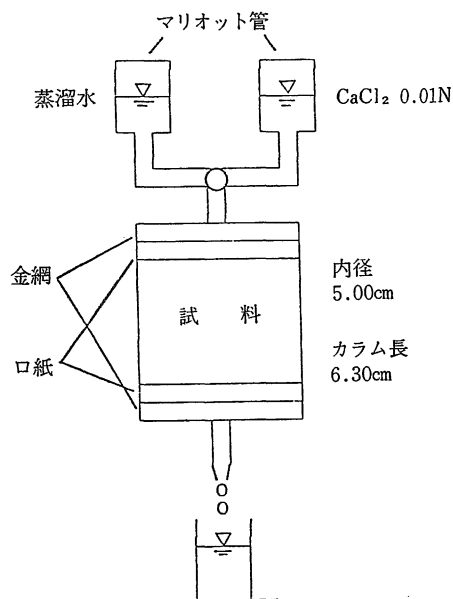


Fig.-1 実験装置

考慮して、上述の二種類のパラメータによって試料特性を評価した。なお、均一な試料の場合は充填したガラスビーズの粒径を平均粒径とした。これより、不均一さを表わすパラメータ U はゼロとなる。

2. 実験方法

実験装置の概略を Fig.-1 に示す。カラムの内径は 5.00 cm (断面積 19.6 cm²)、カラム長さは 6.30 cm、カラムに接続されている管の内径は 0.86 cm (断面積 0.58 cm²) である。また、試料の流出を防ぐためにカラム上下面に金網とろ紙をセットした。そして、次のような手順で実験を行った。

- ① 試料をカラムに充填する。
- ② カラムを蒸留水で飽和する。
- ③ CaCl₂ 0.01(N) 溶液を流下させる。
- ④ カラム下端からの流出溶液を 4 ~ 6 cc 毎フラクション・コレクターによって分画採取する。
- ⑤ 分画採取した溶液の Ca 濃度を原子吸光分光光度計により測定する。

このような実験を各試料ごと、マリオート管の高さを調節することによっていろいろな間隙流速のもとで行った。なお、実験は 20℃ にセットされた恒温実験室で行った。

3. 分散係数の同定

吸着がなく間隙中の水分が全て可動である場合の一次元物質移動は次の基礎式で表わされる。

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v \frac{\partial c}{\partial x} \quad (3)$$

ここで、

c : 溶液濃度(N)

D : 分散係数 (cm²/hr)

v : 間隙流速 (cm/hr)

t : 時間 (hr)

x : 距離 (cm)

この式に対して、無次元数を導入すれば、(3)式は(4)式のようになる。

$$\frac{\partial C}{\partial T} = \frac{1}{P} \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - \frac{\partial C}{\partial z} \quad (4)$$

$C = c/C_0$ (C_0 : 流入溶液濃度)

$P = vL/D$ (L : カラム長さ)

$z = x/L$

$T = vt/L$

この式を、次の境界条件の下で解けば、カラム下端における濃度変化は(8)式に従う。

$$C(z, 0) = 0 \quad (5)$$

$$C(0, T) = 1 \quad (6)$$

$$\frac{\partial C(\infty, T)}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

$$C(T) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1-T}{\sqrt{4T/P}}\right) + \frac{1}{2} \exp(P) \operatorname{erfc}\left(\frac{1+T}{\sqrt{4T/P}}\right) \quad (8)$$

$\operatorname{erfc}(y)$: 余誤差関数 $= 1 - \operatorname{erf}(y)$

この境界条件は、無限カラムを想定したものであるが、有限カラムである実験条件との間に差はないと仮定する。

従来の分散係数の同定法としては、 $T = 1$ における傾きから求める方法、 $C = 0.16$, $C = 0.84$ となる T の値から求める方法、対数正規確率紙にプロットして求める Rose-Passoura 法などがある。しかし、ここでは、この理論解と実験より得られた破過曲線が best-fit するようにシンプレックス法を用いて最適化により分散係数を同定した。

その例を Fig.-2 に示す。縦軸は相対濃度 $C(c/C_0)$ 、横軸は T 、すなわち pore-volume (流出量を間隙体積で除した値) である。理論曲線と実験値は、すべての実験において良く一致した。これより、この実験の溶質移動現象は (8) 式の基礎式によって表現できると考えられる。

IV. 考察

1. 分散係数に対する間隙流速の影響

実験より得られた各試料の分散係数と間隙流速の関係を Fig.-3, 4 に示す。これらはそれぞれ試料の粒径が均

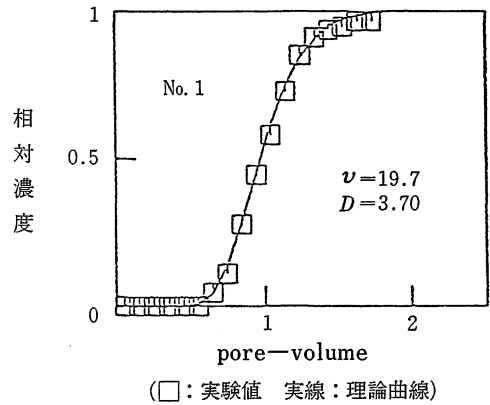


Fig. 2 流出濃度曲線

一な場合、不均一な場合である。両者の関係は両対数軸上で直線関係となった。これより、両者の関係は $D = \alpha \cdot v^n$ という式で表わされると考えられる。両対数軸上で直線回帰より求めた各試料の α , n の値を Table.-2 に示す。

均一な試料の場合、粒径の大小による n の大きさに傾向はなかった。実験 No. 5 の n は 0.698 と低めの値になったが、これを除くと平均が 0.962 となり、分散係数と間隙流速の関係は比例関係に近いと考えられる。また、不均一な試料の場合も試料特性の違いによる n の大きさに傾向はなかった。実験 No. 6 の n は 1.40 と高めの値となったが、これを除く平均は 1.09 となり、均一な試料の場合と同様に分散係数と間隙流速の関係は比例関係に近いと考えられる。これより、試料としてガラスビーズを用いた場合、分散係数と間隙流速の関係式 $D = \alpha \cdot v^n$ の指数 n は、試料の粒径の大きさ及び試料の不均一さに関係なく 1 に近い値であり、分散係数と間隙流速の関係は、試料特性に関係なく比例関係に近いことがわかった。

2. 分散係数に対する粒径の影響

(1) 均一な試料の場合

均一な試料を用いた場合、その試料特性は粒径 d_e だけとなる。Fig.-3 より、同一間隙流速ならば、粒径が大きくなるにつれて分散係数も大きくなる傾向が見られた。間隙システムを毛管でモデル化した解析的な研究によれば、分散係数は基本流路長に比例することが明らかにされている。そして、基本流路長と粒径の間に正の相関があることは明白であり、解析的な研究からも、粒径が大きくなるにつれて、同一間隙流速で分散係数が大きくなるという傾向は支持される。しかし、 α と d_e の関係について定量化された例はなく、 α と d_e の関係

について定量化を試みた。

分散係数に対する粒径の効果はべき乗の形であると仮定する。

$$D = \gamma \cdot de^p \cdot v \quad (9)$$

前節の結果から分散係数 D と間隙流速 v の関係は比例関係であるとした。そして、 γ, p の値を最適化によって求めた。その結果は次式のようにになった。

$$D = 1.21 \cdot de^{0.455} \cdot v \quad (10)$$

Fig. 5 に、(10)式より推定された分散係数 D (CAL.) と実験より求められた分散係数 D (EXP.) を比較した図を示す。実験値と推定値は非常に良く一致した。これより、試料が球形で粒径が均一な場合、 α と de の関係は $\alpha \propto de^{0.455}$ であると考えられる。

(2) 不均一な試料を用いた場合

不均一な試料を用いた場合、試料特性は平均粒径 de と試料の不均一さを表わすパラメータ U の二種類となる。Fig. 4 より、間隙流速が同じならば、粒径が大きいほど、あるいは、試料が不均一であるほど分散係数が大きくなる傾向が見られた。

均一な試料の場合と同様に、不均一な試料においても α は試料特性 U, de の関数であると考えられる。 de の効果は均一な試料の場合と同様にべき乗の形であると仮定した。また、不均一さのパラメータ U の効果は $U =$

0 である均一な試料に対しても適用できるように $10^{q \cdot U}$ の形であると仮定した。これより、均一な試料の場合は $10^{q \cdot U}$ の値は 1 となる。ここでも、分散係数と間隙流速の関係は比例関係であるとした。

$$D = \epsilon \cdot de^p \cdot 10^{q \cdot U} \cdot v \quad (11)$$

同様に、 ϵ, p, q を最適化によって求めた。その結果は次式のようにになった。

$$D = 1.06 \cdot de^{0.398} \cdot 10^{1.53 \cdot U} \cdot v \quad (12)$$

粒径 de の指数 p は、均一な試料のみから同定した場合も、すべての試料から同定した場合も、0.455, 0.398 とほとんど同じであった。

Fig. 6 に、(12)式より推定された分散係数 D (CAL.) と実験より求められた分散係数 D (EXP.) を比較した図を示す。実験値と推定値は良く一致した。

V. おわりに

これまでの溶質移動の研究において、分散係数 D と間隙流速 v の関係に対して試料特性が与える影響に関して考慮されていたパラメータは平均粒径のみであった。本研究では、吸着を考慮する必要がなく、試料特性の明確なガラスビーズを試料として用いて溶質移動実験を行なった。そして、その実験結果を用いて、試料の平均粒径に加えて、試料の不均一さも考慮した 2 種類の試

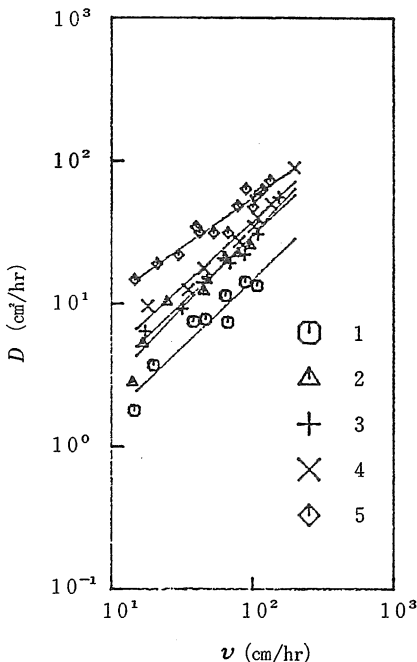


Fig. 3 分散係数 D と間隙流速 v の関係 (粒径が均一な試料)

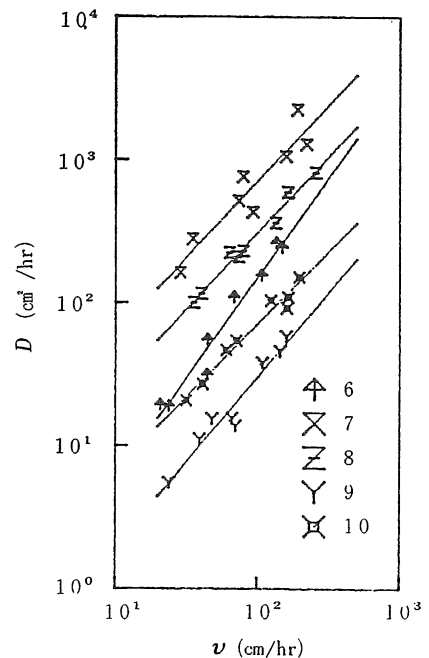


Fig. 4 分散係数 D と間隙流速 v の関係 (粒径が不均一な試料)

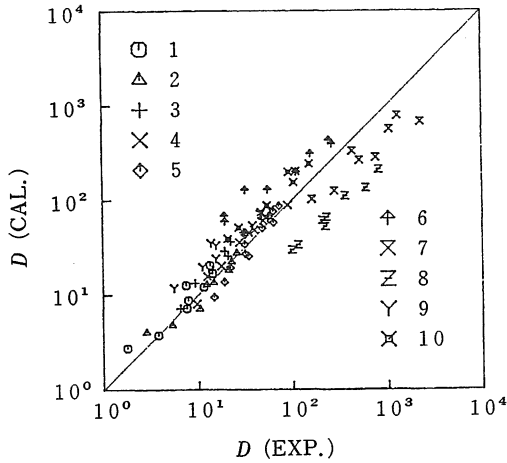


Fig.-5 分散係数の推定値と実験値の比較
(粒径が均一な試料)

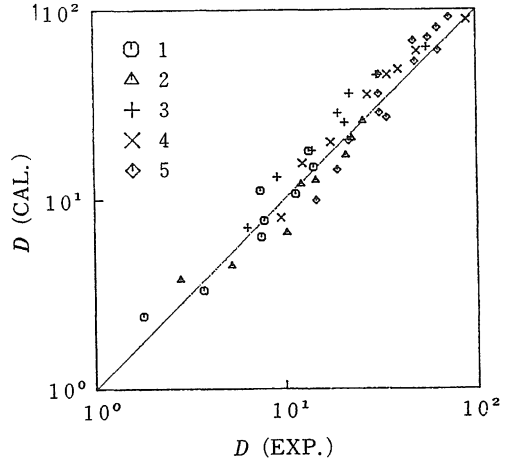


Fig.-6 分散係数の推定値と実験値の比較
(全試料)

料特性 (平均粒径 d_e , 平均粒径の回りの1次モーメント U) により分散係数を推定する実験式 ($D = 1.06 \cdot d_e^{0.396} \cdot 10^{1.53U} \cdot v$) を導いた。

今後の課題としては、この実験式のパラメータの物理的意味を明確にし、解析的手法と関連づけることが挙げられる。それによってガラスビーズ以外の試料への適用、実際の土壌への応用などが期待できるであろう。

最後に、本研究をすすめるに当たり御指導を賜った京都大学農学部丸山利輔教授に深甚なる感謝の意を表します。なお、本計算は京都大学大型計算機センター FAC-OM-M-780/30 を用いた。

引用文献

- 1) Taylor, G. I.; Proc. Roy. Soc. A., 219, 186-203, 1953
- 2) Scheidegger, A. E.; J. App. Physics, 25, 994-1001, 1954
- 3) Torrelli, L. et al; J. Hydrol., 15, 23-35, 1972
- 3) Klotz, D. et al; J. of Hy., 45, 169-184, 1980