島根大農研報 (Bull. Fac. Agr. Shimane Univ.) 23 : 168−176, 1989

積分型 Endochronic 理論を用いたコンクリート構造物の FEM 解析

藤 居 良 夫*

FEM Analysis of Concrete Structures using Endochronic Theory with Kernels

Yoshio FUJII

The endochronic theory with kernels is likely to be useful for the FEM analysis of concrete structures under multiaxial stresses. This paper describes the numerical procedure for the application of this theory to the structural analysis. This procedure contains the following items. (1) If the major principal tension stress is greater than the tensile capacity of the concrete, cracking will occur along a plane normal to the principal stress direction. (2) In each increment, an iterative method is required until convergence is obtained. Analysis of the cross section of a fill dam gallery was conducted by using this procedure, and the behaviors of the gallery were discussed comparing with the elastic analysis.

I. まえがき

コンクリート材料を用いた農業施設構造物は一般に水利構造物であり，その解析においては，ひび割れの発生や強度低下に対する十分な検討が必要である．そのためには，コンクリートの三軸挙動を適切に表現できる構成関係を利用した構造解析法が望まれる．これまで多くのコンクリートの構成関係を表す理論が提案されてきたが，一般のコンクリート構造物が多軸応力場にあることを考えると，Endochronic 理論は非常に有効な構成関係であるといえる．この理論は，コンクリートの破壊や履歴条件，降伏曲面等をあらかじめ設定する必要がなく，ひずみ履歴を表す intrinsic time と呼ばれる変数を用いて応力応答を求めるものである．Endochronic 理論は増分型の理論と積分型の理論に大別され，増分型の理論を用いた構造解析法は先の報告[1]で示した．ここでは，積分型の理論を用いた有限要素法による構造解析法について述べ，フィルダム監査廊断面について解析例を示した．

* 農村工学講座

II. 解析の手順

積分型 Endochronic 理論によるコンクリートの三軸挙動の計算方法は先の報告[2]で示したが，そのひずみ制御の方法を利用して有限要素法定式化を考えることができる[3]．計算に必要とする支配方程式は次のとおりである．

$$S_{ij}=2\int_0^{z_D}\mu\,(z_D-z')\,\frac{\partial e^p_{ij}}{\partial z'}\,dz' \tag{1}$$

$$\sigma=\int_0^{z_H}K(z_H-z')\,\frac{\partial \varepsilon^p_{kk}}{\partial z'}\,dz' \tag{2}$$

$$dS_{ij}=2\mu(de_{ij}-de^p_{ij}) \tag{3}$$

$$d\sigma=K(d\varepsilon_{kk}-d\varepsilon^p_{kk}) \tag{4}$$

$$d\zeta^2=\|de^p_{ij}\|^2+k^2|d\varepsilon^p_{kk}|^2 \tag{5}$$

$$dz_D=\frac{d\zeta}{F_D},\ dz_H=\frac{d\zeta}{kF_H} \tag{6}$$

ここに，S_{ij} は偏差応力テンソル，e^p_{ij}は偏差ひずみテンソル e_{ij} の塑性成分，$\sigma=\sigma_{kk}/3$ は静水圧応力，ε^p_{kk}は体

積ひずみ ε_{kk} の塑性成分，μ と K はそれぞれせん断弾性係数と体積弾性係数，ζ は intrinsic time measure，z_D と z_H はそれぞれ偏差挙動と静水圧挙動を支配する intrinsic time scale，k はせん断挙動と静水圧挙動のあいだの連成効果を考慮するカップリング定数，F_D と F_H はそれぞれ偏差挙動と静水圧挙動に対する硬化関数である．ここで，核関数は近似的に次のような有限指数級数で表す．

$$\mu(z)=\sum_{r=1}^{n}\mu_r e^{-\alpha_r z} \tag{7}$$

$$K(z)=\sum_{r=1}^{n}K_r e^{-\lambda_r z} \tag{8}$$

ここに，μ_r, α_r, K_r, λ_r はすべて正定数である．(7)，(8)式を用いるとき，(1)，(2)式から応力は次のように表される．

$$S_{ij}=\sum_{r=1}^{n}Q_{ij}^{r} \tag{9}$$

$$\sigma=\sum_{r=1}^{n}P^{r} \tag{10}$$

ただし，Q_{ij}^{r} と P^{r} は次の微分方程式を満たす．

$$\frac{dQ_{ij}^{r}}{dz_D}+\alpha_r Q_{ij}^{r}=2\mu_r\frac{de_{ij}^{p}}{dz_D} \tag{11}$$

$$\frac{dP^{r}}{dz_H}+\lambda_r P^{r}=K_r\frac{d\varepsilon_{kk}^{p}}{dz_H} \tag{12}$$

上の(9)，(10)，(11)，(12)式から次式が得られる．

$$dS_{ij}=A\,de_{ij}^{p}-Q_{ij}dz_D \tag{13}$$

$$d\sigma=Bd\varepsilon_{kk}^{p}-Pdz_H \tag{14}$$

ここで，

$$\left.\begin{aligned}&A=\sum_{r=1}^{n}2\mu_r,\ B=\sum_{r=1}^{n}K_r\\&Q_{ij}=\sum_{r=1}^{n}\alpha_r Q_{ij}^{r},\ P=\sum_{r=1}^{n}\lambda_r P^{r}\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

(3)式と(13)式を組合せて次式が得られる．

$$de_{ij}^{p}=\frac{2\mu}{A+2\mu}de_{ij}+\frac{Q_{ij}}{(A+2\mu)F_D}d\zeta \tag{16}$$

同様に，(4)式と(14)式を組合せて次式が得られる．

$$d\varepsilon_{kk}^{p}=\frac{K}{B+K}d\varepsilon_{kk}+\frac{P}{(B+K)kF_H}d\zeta \tag{17}$$

(16)式と(17)式を(5)式に代入すると，次のような $d\zeta$ についての二次方程式が得られる．

$$a(d\zeta)^2+bd\zeta+c=0 \tag{18}$$

ただし，

$$\left.\begin{aligned}a&=1-\frac{Q_{ij}Q_{ij}}{(A+2\mu)^2F_D^2}-\frac{P^2}{(B+K)^2F_H{}^2}\\b&=-2\left\{\frac{2\mu(Q_{ij}de_{ij})}{(A+2\mu)^2F_D}+\frac{kKPd\varepsilon_{kk}}{(B+K)^2F_H}\right\}\\c&=-\left\{\left(\frac{2\mu}{A+2\mu}\right)^2de_{ij}de_{ij}\right.\\&\qquad\left.+\left(\frac{kK}{B+K}\right)^2(d\varepsilon_{kk})^2\right\}\end{aligned}\right\} \tag{19}$$

この(18)式の二次方程式の正の解から $d\zeta$ の値が求まる．その結果，(16)式から de_{ij}^{p} が，(17)式から $d\varepsilon_{kk}^{p}$ が求まる．したがって，(3)，(4)式から dS_{ij} および $d\sigma$ が得られる．また，(11)，(12)式を用いることにより，dQ_{ij}^{r} と dP^{r} を次のように求めることができる．

$$dQ_{ij}^{r}=2\mu_r de_{ij}^{p}-\alpha_r Q_{ij}^{r}\frac{d\zeta}{F_D} \tag{20}$$

$$dP^{r}=K_r d\varepsilon_{kk}^{p}-\lambda_r P^{r}\frac{d\zeta}{kF_H} \tag{21}$$

以上のように，ひずみ増分の計算過程において，偏差ひずみ増分 de_{ij} と体積ひずみ増分 $d\varepsilon_{kk}$ を入力すると，現増分ステップの最初において S_{ij}, σ, e_{ij}, e_{ij}^{p}, ε_{kk}, ε_{kk}^{p}, Q_{ij}^{r}, Q_{ij}, P^{r}, P の各値が既知であるとして，(18)式から intrinsic time measure 増分 $d\zeta$ が求められる．そして，(16)，(17)式から塑性ひずみ増分 de_{ij}^{p} と $d\varepsilon_{kk}^{p}$ が得られ，(3)，(4)式から応力増分 dS_{ij} と $d\sigma$ が得られる．この増分反復計算における解の収束判定は，次のように考えることができる．増分計算過程の現増分ステップにおいて，ひずみ増分を与えたとき，反復計算の反復回数 (s) で求まる応力テンソル増分を $d\sigma_{ij(s)}$ とする．ただし，この結果の値は，入力したひずみ増分値と $d\sigma_{ij(s-1)}$ の中間値を用いて評価した弾性係数 μ と K，硬化関数 F_D と F_H，および Q_{ij} と P の値を使って得られる．そして，収束条件として次式を考える．

$$\left|\frac{d\sigma_{ij(s)}-d\sigma_{ij(s-1)}}{d\sigma_{ij(s)}}\right|\leq C \tag{22}$$

ただし，$|\cdots|$ は絶対値を示し，C は収束判定のための定数である．定数 C は計算の精度に影響するが，ここでは一般の反復計算で想定される程度の精度を考えて，$C=2.5\times10^{-2}$ とした．また，一つの増分ステップにおける反復回数は6回までとした（つまり，$s\leqq6$）．この条件で収束しないときは，入力ひずみ増分値を小さくする必要がある．今回の計算に用いた増分値の場合，数回（2回程度）の反復計算で収束解が得られた．

以上の計算方法を利用して，有限要素法定式化を考え

る．以下では，構造解析に便利なように，応力とひずみをテンソル表示からベクトル表示に変更する．この場合ひずみ増分ベクトル $\{d\varepsilon\}$ を与えて，塑性ひずみ増分ベクトル $\{d\varepsilon^p\}$ および応力増分ベクトル $\{d\sigma\}$ を求めることになるから，一般の非線形解析における初期ひずみ法を用いて，次の応力－ひずみ関係を適用することができる．

$$\{d\sigma\} = [D](\{d\varepsilon\} - \{d\varepsilon^p\}) \tag{23}$$

ここに，$[D]$ は応力－ひずみマトリックスである．ただし，この $[D]$ は各増分ステップにおいて一定であるとして計算する．上式を用いると，仮想仕事の原理から，次の関係が得られる．

$$\left[\int_V [B]^T\,[D]\,[B]\,dV\right]\{dU_e\} = \{dF_{ex}\} + \int_V [N]^T\{dP\}\,dV + \int_V [B]^T[D]\{d\varepsilon^p\}\,dV \tag{24}$$

ここに，$[B]$ は節点変位－ひずみマトリックス，$\{dU_e\}$ は節点変位増分ベクトル，$[N]$ は内挿関数のマトリックス，$\{dF_{ex}\}$ は荷重増分ベクトル，$\{dP\}$ は物体力増分ベクトル，積分範囲は要素の内部である．上式をまとめると次のように書ける．

$$[K_e]\{dU_e\} = \{dF_{ex}\} + \{dF_g\} + \{dQ_p\} \tag{25}$$

ただし，

$$\left.\begin{aligned} [K_e] &= \int_V [B]^T[D]\,[B]\,dV \\ \{dF_g\} &= \int [N]^T\{dP\}\,dV \\ \{dQ_p\} &= \int_V [B]^T[D]\{d\varepsilon^p\}\,dV \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

そして，コンクリートの引張クラックを考慮するために剛性低下法を用いる．すなわち，各コンクリート要素の引張最大主応力が引張強度を超えるとき，その主応力方向に垂直な面にクラックが発生すると考える．いま，$[D]$ は次式のように表示される．

$$[D] = \begin{bmatrix} D_1 & D_2 & D_2 & 0 & 0 & 0 \\ & D_1 & D_2 & 0 & 0 & 0 \\ & & D_1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & D_3 & 0 & 0 \\ & & & & D_3 & 0 \\ & \text{sym.} & & & & D_3 \end{bmatrix} \tag{27}$$

ここに，$D_1 = K + \frac{4}{3}\mu$，$D_2 = K - \frac{2}{3}\mu$，$D_3 = \mu$ であり，ひずみ成分は工学的ひずみ表示にする．したがって，クラックの発生により，主応力方向の剛性を零として，等方性マトリックス $[D]$ を直交異方性マトリックス $[D']$ に修正する．そのとき，このクラック面の直応力が零となるように引張最大主応力をまわりの節点に解放する．このとき，直交異方性マトリックス $[D']$ は，一つのクラックが発生した場合，次式で表すことができる．

$$[D'] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & D_1 - \frac{D_2^2}{D_1} & D_2 - \frac{D_2^2}{D_1} & 0 & 0 & 0 \\ & & D_1 - \frac{D_2^2}{D_1} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \alpha D_3 & 0 & 0 \\ & & & & D_3 & 0 \\ & \text{sym.} & & & & \alpha D_3 \end{bmatrix} \tag{28}$$

ここで，α はせん断伝達係数 $(0 \leqq \alpha < 1)$ で，クラックの幅や骨材の強度，粒径などの要因に依存するが，ここでは $\alpha = 0.5$ と仮定した[5]．また，二番目のクラックは最初のクラックに直交する方向に生ずると仮定し，クラック発生後は，その直交方向の引張力は永久に負担できないものとした．そして，このマトリックス $[D']$ は直交異方性であるから，構造の全体座標系に変換する必要がある．これは，次式のようにひずみの変換マトリックス $[T_\varepsilon]$ を用いて $[D'']$ に変換できる．ただし，ひずみを工学的ひずみ表示で考えているから，ひずみの変換マトリックスのみで変換可能である．

$$[D''] = [T_\varepsilon]^T[D'][T_\varepsilon] \tag{29}$$

ここで，$[T_\varepsilon]$ は次式で与えられる．

$$[T_\varepsilon] = \begin{bmatrix} a_{11}^2 & a_{21}^2 & a_{31}^2 & a_{11}a_{21} & a_{21}a_{31} & a_{11}a_{31} \\ a_{12}^2 & a_{22}^2 & a_{32}^2 & a_{12}a_{22} & a_{22}a_{32} & a_{12}a_{32} \\ a_{13}^2 & a_{23}^2 & a_{33}^2 & a_{13}a_{23} & a_{23}a_{33} & a_{13}a_{33} \\ 2a_{11}a_{12} & 2a_{21}a_{22} & 2a_{31}a_{32} & a_{11}a_{22}+a_{12}a_{21} & a_{21}a_{32}+a_{22}a_{31} & a_{11}a_{32}+a_{12}a_{31} \\ 2a_{12}a_{13} & 2a_{22}a_{23} & 2a_{32}a_{33} & a_{12}a_{23}+a_{13}a_{22} & a_{22}a_{33}+a_{23}a_{32} & a_{12}a_{33}+a_{13}a_{32} \\ 2a_{11}a_{13} & 2a_{21}a_{23} & 2a_{31}a_{33} & a_{11}a_{23}+a_{13}a_{21} & a_{21}a_{33}+a_{23}a_{31} & a_{11}a_{33}+a_{13}a_{31} \end{bmatrix} \tag{30}$$

このとき，

$$[A]=[A_1\ A_2A_3]=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad (31)$$

このとき，A_1，A_2，A_3 はそれぞれ三主応力方向（局所座標系）の全体座標系に対する方向余弦を示すベクトルである．

この場合の計算の手順は，次のように考えることができる．

(a)現荷重増分ステップに対して，非弾性力ベクトル $\{dQ_p\}$ の初期値を仮定して，荷重増分もしくは変位増分と，クラック発生がある場合は，それによる解放応力に等価な節点力を作用させて，(25)式を解いて変位増分ベクトルを求める．

(b)これより，全ひずみ増分ベクトル $\{d\varepsilon\}$ が得られる．さらに，この全ひずみ増分ベクトル $\{d\varepsilon\}$ を細分割

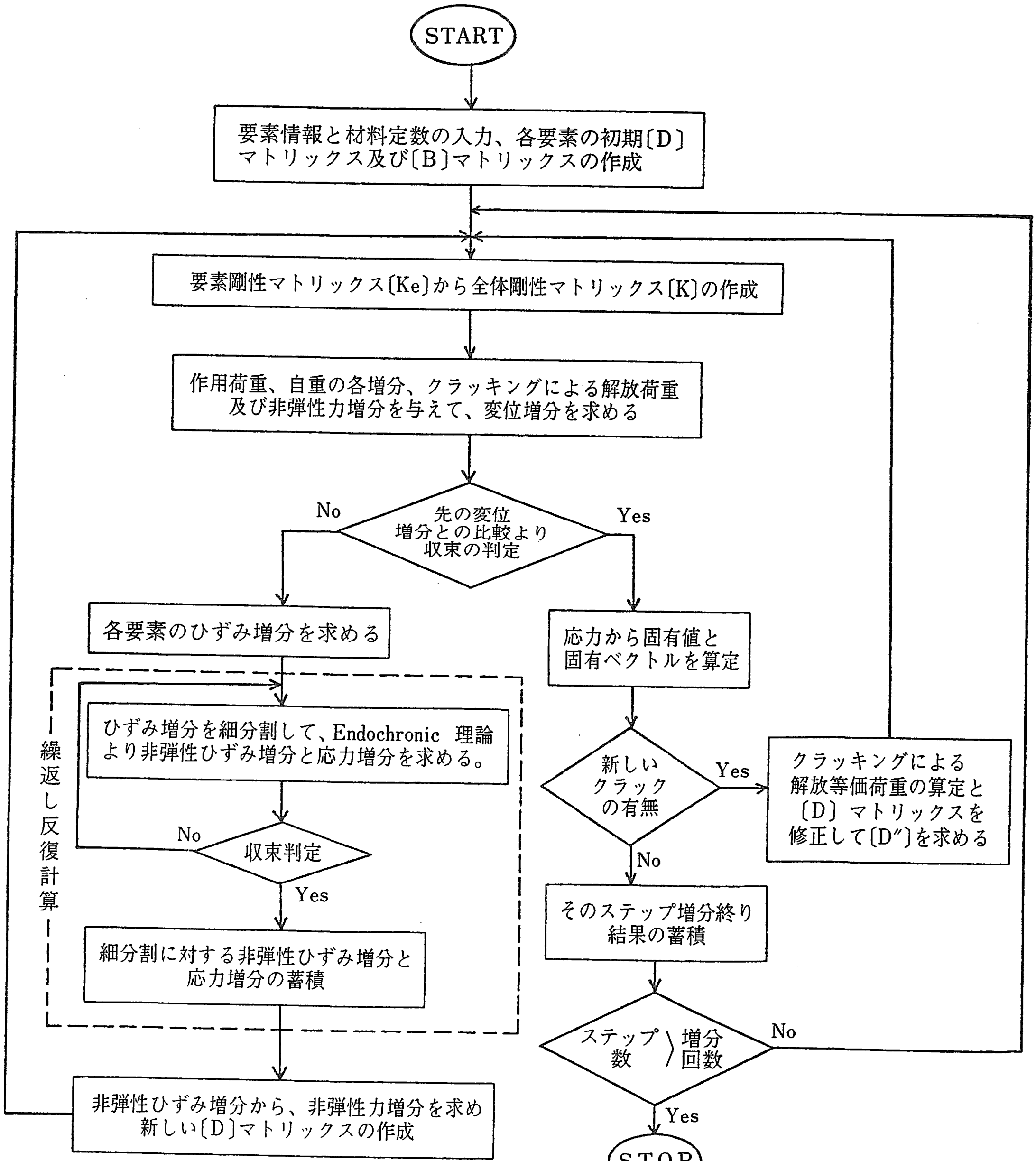


Fig. 1 解析の手順

して，前述の方法を用いて(18)式から $d\zeta$ の値を求める．

(c) (16), (17)式から塑性ひずみ増分ベクトル $\{d\varepsilon^p\}$ を求め，(3), (4)式から応力増分ベクトル $\{d\sigma\}$ が得られる．前述の収束条件(22)式が満足されるまで反復し，全ひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ の細分割全体にわたり繰返す．

(d) クラックが発生した場合，その要素の応力－ひずみマトリックスを(29)式に示す形で全体座標系に変換できるように，座標変換マトリックス(30)式を作成するため，応力の固有値と固有ベクトルを求めておく．

(e) 最大引張主応力を調べて，クラックの発生の有無を確認する．クラックが発生したとき，その応力を解放して応力－ひずみマトリックス $[D]$ を変換して，$[D']$ を作成する．

(f) (26)の第3式から非弾性力増分ベクトル $\{dQ_p\}$ を求め，手順(a)へもどり，新しい変位増分ベクトル $\{dU_e\}$ を求める．

(g) この繰返し過程において，先の反復回数 $(m-1)$ での節点変位増分 $\{dU_e\}_{(m-1)}$ と次の反復回数 (m) で求まる節点変位増分 $\{dU_e\}_{(m)}$ との比較から，その差が次の収束条件を満たすまで反復する．

$$\left|\frac{\{dU_e\}_{(m)}-\{dU_e\}_{(m-1)}}{\{dU_e\}_{(m)}}\right| \leq C \tag{32}$$

ただし，$|\cdots|$ は絶対値を示し，C は収束判定のための定数である．ここでは，前述の収束判定(22)式と同様に $C=2.5\times10^{-2}$ とした．そして，全節点について，この収束判定を行う．ただし，クラックの発生がある場合は，手順(e)を経て(a)へもどる．一つの増分ステップにおける繰返し反復回数は，計算時間などを考慮して20回までとした（つまり，$m\leqq 20$）．これで収束しないときは，計算を打ち切ることにする．収束条件が満たされたなら，結果を蓄積して，次の増分ステップへすすむ．

以上の増分計算で，各増分ステップにおいては，$[D]$ マトリックス，すなわち要素剛性マトリックス $[K_e]$ は一定であるとして繰返し，手順(g)での収束性が得られ，増分ステップ回数が所定の回数に達すると計算を終る．上述の計算手順を図示すると Fig. 1 のようになる．このように，積分型 Endochronic 理論を有限要素解析に適用するとき，ひずみ制御による計算方法を用いて，増分計算が可能である．ただし，各増分ステップごとには，ひずみ増分の細分割に対して，さらに積分型 Endochronic 理論による反復収束計算が含まれる．

III. 解　析　例

IIで示した計算方法に従い，この積分型 Endochronic 理論を用いて，近年重要性を増しているフィルダム監査廊の断面の有限要素解析を平面ひずみ条件で行った．具体的なコンクリートの三軸試験データがないため，実際的な材料パラメータを決定することができないから，ここでは，先の報告[2]で示した材料パラメータをもつコンクリートを想定して，監査廊の一般的傾向を調べることにした．すなわち，Scavuzzo らによる真の三軸試験データ[4]を用いて，次の材料関数および材料パラメータを決めることができる[2]．

$$\left.\begin{aligned} K &= K_0(1-C_k\sigma_{oct}),\\ K_0 &= 1.45\times10^4 MPa\\ C_k &= 0.023/MPa \end{aligned}\right\} \tag{33}$$

$$F_H(\varepsilon^p_{kk}) = 1+\beta\varepsilon^p_{kk},\ \beta=65 \tag{34}$$

$$\left.\begin{aligned} K(z_H) &= \sum_{r=1}^{2} K_r e^{-\lambda_r z_H},\\ K_1 &= 1.0\times10^4 MPa\\ K_2 &= 3.5\times10^4 MPa\\ \lambda_1 &= 528,\ \lambda_2 = 1908 \end{aligned}\right\} \tag{35}$$

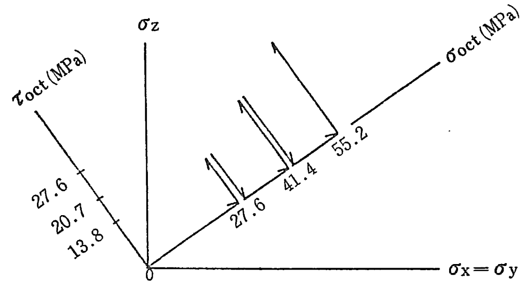


Fig. 2　応　力　経　路

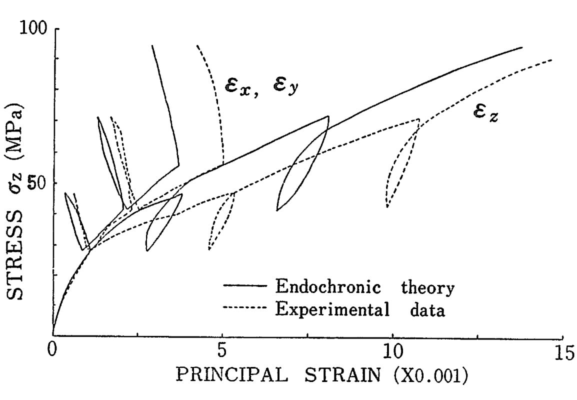


Fig. 3　Endochronic 理論による計算と実験結果との比較

$$\left.\begin{aligned} &2\mu = 2\mu_0 + m\gamma^p_{oct}, \\ &\qquad 2\mu_0 = 1.26\times10^4 MPa \\ &\qquad m = 1.1\times10^7 MPa \end{aligned}\right\} \quad (36)$$

$$k = 1.5 \quad (37)$$

$$\left.\begin{aligned} &2\mu(z_D) = \sum_{r=1}^{2} 2\mu_r\, e^{-\alpha_r z_D}, \\ &\qquad 2\mu_1 = 8.3\times10^3 MPa \\ &\qquad 2\mu_2 = 1.3\times10^5 MPa \\ &\qquad \alpha_1 = 71,\ \alpha_2 = 5911 \end{aligned}\right\} \quad (38)$$

$$F_D(\sigma_{oct}) = \frac{\tau_{oct}(\sigma_{oct})}{\tau_{oct}(\sigma_R)},$$

$$\left.\begin{aligned} &\tau_{oct}(\sigma_{oct}) = p\sigma_{oct} + q \\ &p = 0.5,\ q = 13.8 MPa \\ &\sigma_R = 55.2 MPa \end{aligned}\right\} \quad (39)$$

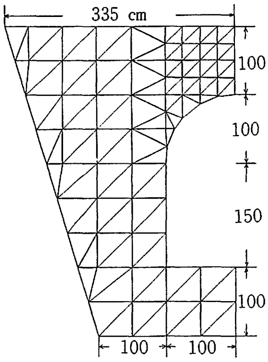


Fig. 4 監査廊の解析断面

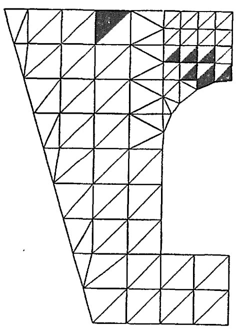
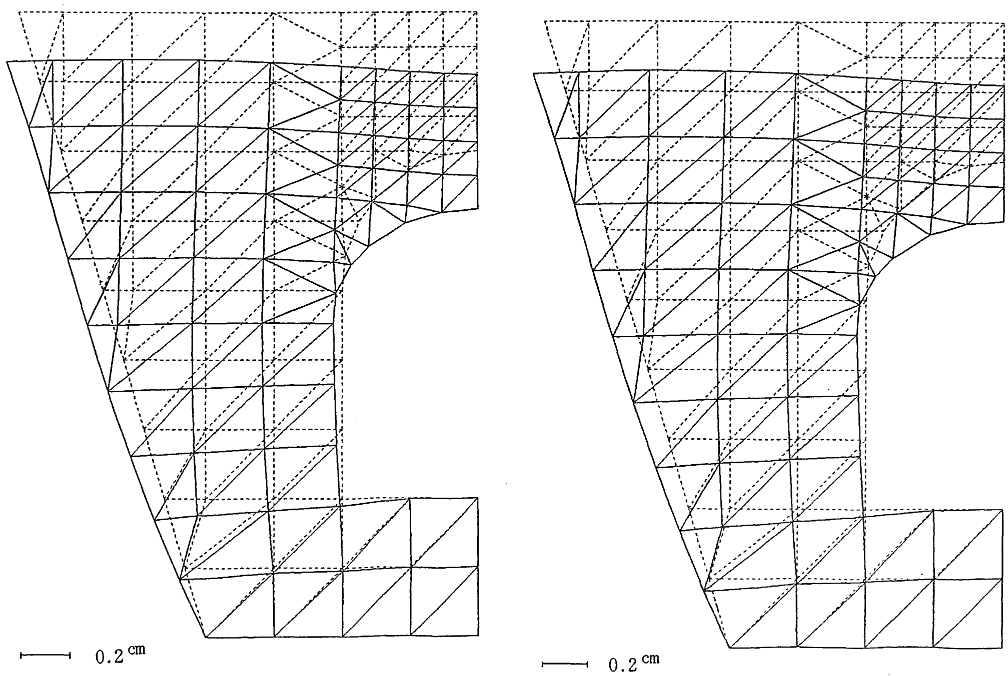


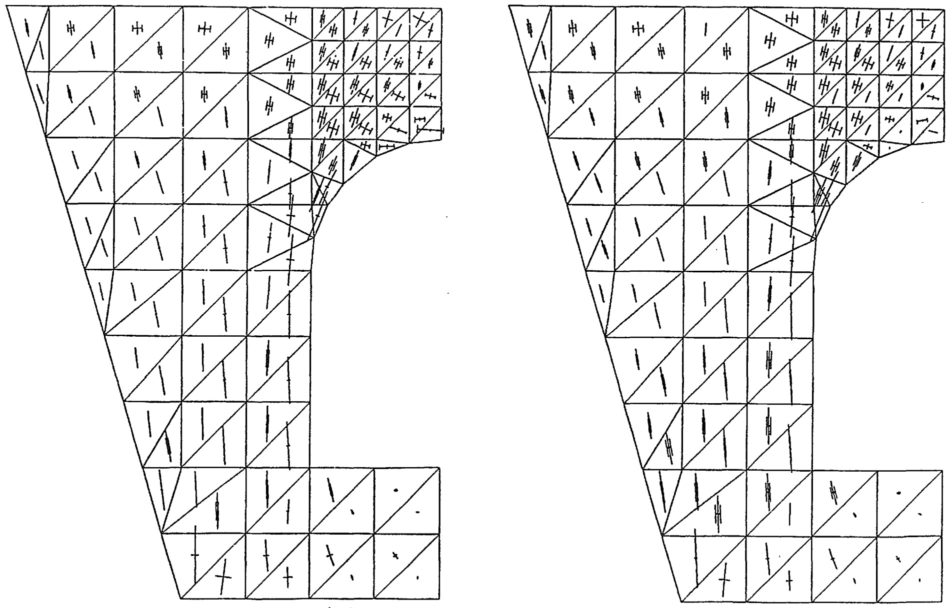
Fig. 5 クラックの発生要素

ここに，σ_{oct} は八面体垂直応力（静水圧応力），τ_{oct} は八面体せん断応力，γ^p_{oct} は八面体せん断ひずみ γ_{oct} の塑性成分，σ_R は材料パラメータを求めるときの基準静水圧応力である．いま，Fig. 2 に示す応力経路にしたがって行われた Scavuzzo らによる三軸圧縮試験[4]を考えてみる．最初に静水圧載荷を行い，続いて静水圧を一定に保ってせん断を行い，さらに静水圧載荷を行って，後に静水圧を一定に保ってせん断をするという繰返しである．この応力経路に対する計算を上述の材料関数とパラメータを用いて行った結果が Fig. 3 である．コンクリートの試験結果のばらつきを考えると，この計算方法により，コンクリートの挙動を定性的にうまく表現できることがわかる．そこで，以上の材料関数およびパラメータを用いることにする．ただし，II で示したように，クラックの発生を考慮するため，このコンクリートの引張強度を 2.94 MPa (30 kgf/cm^2) とした．解析断面は，その対称性から Fig. 4 に示す半断面とした．変位の境界条件は，底面で水平および鉛直方向を固定，中心断面で水平方向を固定とした．堤体荷重は監査廊上面のみに対する鉛直方向等分布荷重として，コンクリートの耐力の大きさを



(a) 弾性解析　　(b) Endochronic解析

Fig. 6 監査廊断面の変形状態



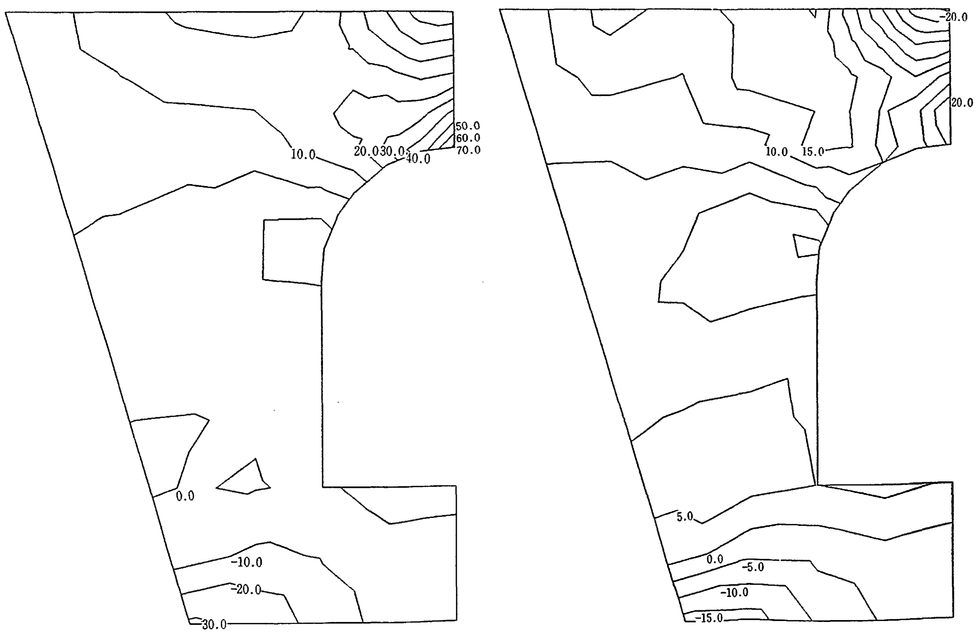
⊢—⊣ 100. Kg/cm² [——: COMP. ⊢—⊣: TENS.]
(10. MPa)

(a) 弾性解析

⊢—⊣ 100. Kg/cm² [——: COMP. ⊢—⊣: TENS.]
(10.MPa)

(b) Endochronic解析

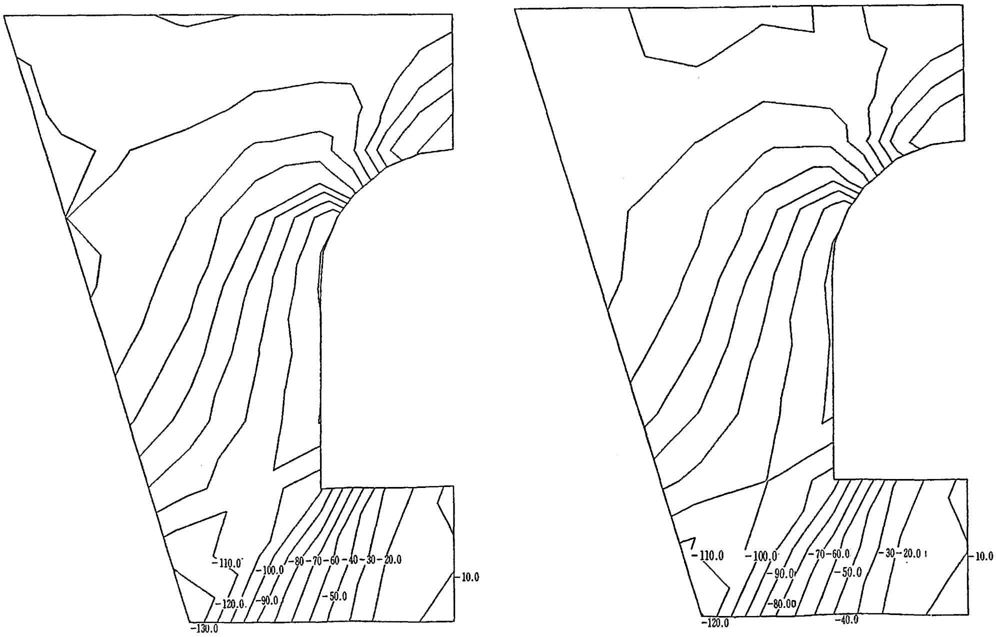
Fig. 7　監査廊断面の主応力状態



(a)　弾性解析

(b)　Endochronic 解析

Fig. 8　監査廊断面の最大主応力分布 (kgf/cm², ×0.1MPa)



(a)　弾性解析　　(b)　Endochronic 解析

Fig. 9　監査廊断面の最小主応力分布（kgf/cm², ×0.1MPa）

考えて，堤高約 200 m 程度の堤体を想定した 3.92 *MPa* (40 kgf/cm²) を与えた．また，コンクリートの単位体積重量を 2,300 kgf/m³ として，自重を考慮した．そして，これらの荷重を10等分で与える増分計算とした．さらに，各増分において計算されるひずみ増分を細分割して，積分型 Endochronic 理論から塑性ひずみ増分と応力増分を求めるため，その細分割数は10とした．解析の手順はIIに示したとおりで，各増分において10回以内の反復計算で収束解が得られた．また同時に，弾性解析も行った．その場合，用いた弾性係数は上述の材料関数における初期弾性係数 μ_0, K_0 とした．

Endochronic 解析の結果，クラックの発生要素は Fig. 5 に示すとおりである．上版内空部側と堤体との接触部の中間にクラックの発生が見られる．変形状態については，Fig. 6 に示すように，Endochronic 解析の変位が弾性解析の変位より少々大きくなっている．例えば，監査廊上面の中心部の鉛直方向変位について，弾性解析では 0.246 cm であるのに対して Endochronic 解析では 0.272 cm となった．各節点の変位を調べてみると，Endochronic 解析の結果は弾性解析のそれより最大で約17%程度大きくでており，非線形効果の発現の特性がうかがわれる．次に，主応力の発生状態は Fig. 7 に示すようになった．それによると，Endochronic 解析の結果は弾性解析の結果より全体的に若干引張応力が大きくでている．とくに，上版部上方および底版部上方において，引張応力が若干大きくなっている．最大主応力分布については，Fig. 8 に示すように，上版部中央に引張応力の集中が見うけられるが，Endochronic 解析ではクラックの発生の影響から，その応力集中が緩和されている．また，Endochronic 解析の結果は弾性解析より，底版端部の圧縮応力が約半分程度まで軽減されていることがわかる．最小主応力分布については，Fig. 9 に示すように，上版部内面に圧縮応力の集中が見うけられる．とくに，底版部において，Endochronic 解析の結果は弾性解析より圧縮応力の発生が少々軽減されていることがわかる．

以上のように，Endochronic 解析の結果は弾性解析の結果に比べ，全体的に若干引張側にあるといえる．このように，積分型 Endochronic 理論は有限要素解析に導入することが可能であるが，各荷重増分ごとに塑性ひずみ増分を計算し，それを等価な非弾性力増分に変換して計算を反復することになり，全節点について収束判定を行う必要から，収束するまで計算時間がかかることになる．

IV. あ と が き

ここでは，積分型 Endochronic 理論に対するひずみ制御の計算方法を利用して，一般の非線形解析における初期ひずみ法を用いて，有限要素解析の方法を示した．記憶積分（履歴積分）型の構成式であることから，その三次元的な数値計算法が難しく，核関数を有限指数級数で近似することにより微分型の構成式に変換して，有限要素法定式化への導入をはかった．したがって，各荷重増分ステップ内において，一つの反復収束計算（節点変位増分について）ごとに，さらに反復収束計算（ひずみ増分を細分割して求める塑性ひずみ増分と応力増分について）を行うことになり，多くの繰返し計算による計算時間がかかる結果となる．しかし，従来の塑性論における降伏曲面の仮定や履歴条件の設定などを必要とせず，コンクリートの三次元的挙動の計算が可能であるなど，この積分型 Endochronic 理論の利点は大きい．したがって，今後ともさらに合理的な数値計算の方法の開発と，材料関数とパラメータ決定のための三軸試験データの蓄積が望まれる．

最後に，本研究をすすめるに当り，御指導を賜った京都大学農学部長谷川高士教授，および本報告をまとめる機会を下さった本学農学部鳥山教授と野中助教授に深甚なる感謝の意を表します．

引 用 文 献

1. 長谷川高士・藤居良夫：農土学会論文集　**118**：43–51, 1985.
2. 藤居良夫・長谷川高士：農土学会論文集　**141**：7–17, 1989.
3. 藤居良夫：島根大農研報　**23**：156–167, 1989.
4. Scavuzzo, R., T. Stankowski, K. H. Gerstle and H. Y. Ko：CEAE Department, Univ. of Colorado, Boulder, 1983.
5. Suidan, M. and W. C. Schnobrich：J. of ST Div., Proc. of ASCE **99**(10)：2109–2122, 1973.