

# パーソナルコンピュータによるマスコンクリート 構造物の温度応力解析

野 中 資 博\*

## Thermal Stress Analysis within Mass-Concrete Structure with Personal Computer

Tsuguhiro NONAKA

Main cause of early cracking within mass-concrete structures is thermal stress owing to cement hydration. Comparing resulted thermal stress with tensile strength of concrete must be necessary to avoid thermal cracking. In most cases, the analysis uses F. E. M., which is not economical. In order to clear away the economical problem, simple system of thermal stress analysis is constructed with personal computer here. The system shows good applicability to simple shaped structure to be able to approximate one dimensionally.

### 1. はじめに

マスコンクリート構造物の早期のひびわれの主要原因はセメントの水和熱によって生じる温度応力である。この温度応力によるひびわれを防止するためには、まず構造物内の温度応力を解析し、コンクリートの引張強度と比較して、ひびわれ発生の有無を知る必要がある。加えて設計施工計画段階においては最適な設計施工条件を選定するために数多くの解析を行う必要上、有限要素法ではコスト高になるなど実用的ではなく、むしろ精度に問題のない範囲で簡易法を用いることが望ましいと思われる。そこで、この報告では温度の解析をシュミット法、温度応力の解析を有効材令を考慮した簡易法を用い、構造物内の温度の解析、温度から温度応力の算出、温度応力と引張強度との比較、そしてひびわれ発生の有無の検討を近年急速に普及したパーソナルコンピュータを用いてシミュレーションする方法について述べることにする。なお、ひびわれ発生の判定には確率統計的な考えを導入した。ここでの解析例としては、過去に F. E. M. で解析し、併せて実測値もある大型基礎フーチングを選び、このシステムの適用性を判定する。

### 2. 簡易温度解析

温度応力解析の基礎となる温度の解析には、ここでは差分法<sup>1)</sup>の一種であるシュミット法を用いている。このシュミット法は3次元の熱拡散まで扱えるが、簡易解析という意味から一次元熱流(厚さ方向)の場合についてのみ述べる。図1のようにコンクリートの細長い棒を考え、熱は棒の軸方向にのみ流れるとする。棒を  $\Delta x$  の長さで分割し、隣あう三つの部分を  $p, q, r$  とし、それぞれの温度を  $T_p, T_q, T_r$  とする。棒の断面積を  $A$  とすると、 $\Delta t$  時間後の  $q$  点の温度は次のように変化する。

$$\Delta T_q = \frac{\alpha \cdot \Delta t}{(\Delta x)^2} (T_p + T_r - 2T_q) \quad (2.1)$$

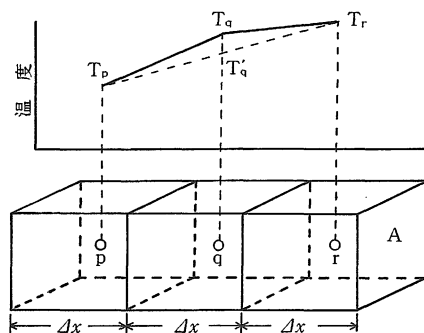


図1 Schmidt 法の原理 (1次元)

\* 農業施設工学研究室

ここで、

$\rho$  : コンクリートの密度

$c$  : コンクリートの比熱

$\lambda$  : コンクリートの熱伝導率

$a : (= \lambda/c\rho)$  コンクリートの熱拡散率

そこで、 $\Delta t$  時間後の  $q$  点の温度  $T_q'$  は、

$$T_q' = T_q + \Delta T_q = N(T_p + T_r) + (1 - 2N)T_q \quad (2.2)$$

さて、 $\Delta t$  と  $\Delta x$  を式(2.3)を満足するように選ぶと、 $T_q'$  は式(2.4)のように求まる。

$$N = \frac{a \cdot \Delta t}{(\Delta x)^2} = \frac{1}{2} \quad (2.3)$$

$$T_q' = \frac{1}{2}(T_p + T_r) \quad (2.4)$$

これが一次元の場合のシュミット法の一般式である。

水和熱による温度上昇を計算する場合には、式(2.4)に  $\Delta t$  時間内の断熱温度上昇の増加分を加算すればよく、境界条件を設定し、 $\Delta t$  時間毎に逐次計算することにより、各時間での温度を求める事ができる。

その時の境界条件の扱い方は次のようである。

- (1) 岩盤面：岩盤は水和熱を発生しないので、断熱温度上昇は1/2とする。
- (2) 打継面：断熱温度上昇は相隣る2リフトで時間がずれているのでその平均値とする。
- (3) 露出面：水和熱は発生するとすぐ放射してしまうので断熱温度上昇をゼロとする。

また、表面付近の温度をより正確に求める為には仮想厚を考慮すればよい。これは個体壁が周囲の流体と熱交換を行い、表面は外気温ではない為用いられる概念である。仮想厚は一般に、

$$X = \frac{\lambda}{h} \quad (2.5)$$

ここで、 $h$  は表面熱伝達率であり、実際の表面から流体側に  $X$  だけ離れた仮想境界を設けて、温度を解析するわけである。

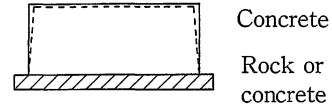
ところで、断熱温度上昇式には次の形式を用いるのが最も簡単であるが、この式中の実験定数  $K$ 、 $\alpha$  は単位セメント量  $C$  と直線関係があり、また打設温度に対する補正も必要である。

$$T = K(1 - e^{-\alpha t}) \quad (2.6)$$

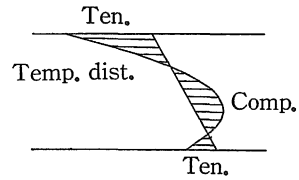
ここで、

$T$  : 材令  $t$  日における断熱温度上昇

実験定数  $K$ 、 $\alpha$  並びにその補正については、塚山の実験結果が有名であるが、それは実験室レベルのものであ



(a) 外部拘束



(b) 内部拘束

図2 簡易温度応力解析の概念

るため現場に適用する時には  $K$  を1.3倍した方が良いとも言われている。

作成したプログラムでは境界条件としての打継面を考慮していない。また解析点以外の温度を求めるためには補間公式を用いる必要がある。

### 3. 簡易温度応力解析<sup>3)</sup>

温度応力を簡略に解析する為の方法は、その発生原因から外部拘束による温度応力と内部拘束による温度応力とに分離する事から始まる。コンクリート構造物は基礎岩盤又は既設のコンクリートにより外的に拘束される一方断面内不均一温度分布により内的にも拘束を受けているからこのような取扱がなされる。その模式図を図2に示す。これらを別々に評価した後、結果を重ね合わせれば問題とすべき全温度応力が求まる。この時、コンクリートの構成関係にはクリープを考慮し、弾性係数は積算温度による有効材令の関数とする。

始めに、外部拘束による温度応力の評価式は次のようになる。

$$\sigma = - \sum_{k=1}^n E(t_k) \alpha \Delta T_k \eta (t - t_k) K(t_k) \quad (3.1)$$

ここで、

$E$  : 有効材令の関数としての弾性係数

$\alpha$  : コンクリートの熱膨張率

$\Delta T$  : 時間ステップ内の部材平均温度変化

$\eta$  : 応力緩和関数

$K$  : 外部拘束度

この式は Duhamel 積分型を時間に関する総和形式に書き替えたものである。

次に、内部拘束による温度応力の評価式は、平面ひずみ状態を仮定すれば、

$$\sigma = -\frac{\alpha ET'}{1-\nu} + \frac{1}{2C(1-\nu)} \int_{-C}^C \alpha ET' dy \cdot$$

$$+ \frac{3y}{2C^3(1-\nu)} \int_{-C}^C \alpha ET' y dy \quad (3.2)$$

ここで  $T'$  はコンクリートの粘弾性を考慮する為の変換された温度であり、等価温度と呼ばれる。

$$T' = \frac{1}{E_0} \sum_{k=1}^n E(t_k) \eta(t-t_k) \Delta T_k \quad (3.3)$$

ここで、

$C$  : コンクリートの部材厚さの半分

$\nu$  : コンクリートのポアソン比

$E_0$  : コンクリートの最終弾性係数

以上の式中で使用した外部拘束度については ACI の提案した図等<sup>4)</sup>を用い、それには弾性拘束の影響を考慮した次の修正係数を乗じる。

$$M = \frac{1}{1 + \frac{A_c E_c}{A_f E_f}} \quad (3.4)$$

なお、 $A_c$ 、 $A_f$  はコンクリート及び拘束物体の断面積 (岩盤上  $A_f = 2.5A_c$ )、 $E_c$ 、 $E_f$  はコンクリート及び拘束物体の弾性係数である。また、コンクリートの応力緩和関数は温度による影響関数  $\phi(T)$  を導入すると、

$$\eta(t-\tau) = \frac{1}{1 + \phi(T) J(\tau, t) E(\tau)} \quad (3.5)$$

$$\phi(T) = 0.76 + 0.012T \quad (3.6)$$

このうち  $J$  はコンクリートの比クリープである。さらにコンクリートの積算温度による有効材令は次式で表される。

$$t' = \sum (T_i + 10) \Delta t_i / 30 \quad (3.7)$$

#### 4. 温度ひびわれ発生の検定<sup>5)</sup>

一般に引張応力がコンクリートの引張強度以上になるとひびわれが発生すると考えられる。しかしながら、この引張応力及び引張強度とも確率統計的ばらつきがあり、過去の事例などを考えると、一概に引張応力が引張強度以上になるとひびわれが発生するとは言い切れない。そこで、この温度ひびわれ発生を確率統計的にとらえる事とし、変動係数及びひびわれ安全度をもって表す事にした。

引張強度と引張応力の変動係数は次のように定義される。

$$V = \frac{S}{\bar{\sigma}} \quad (4.1)$$

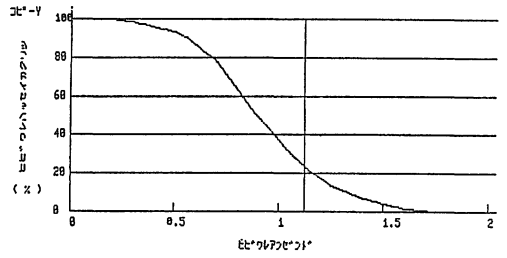


図3 ひびわれ安全度とひびわれ発生確率

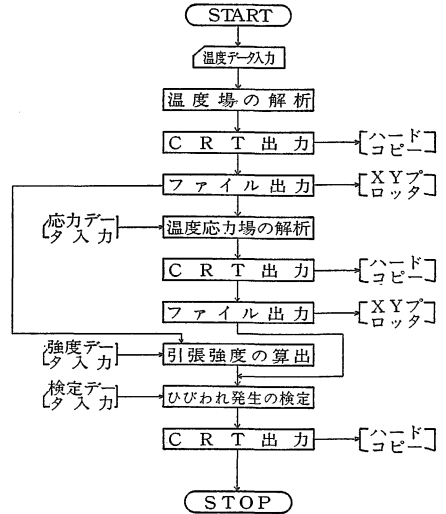


図4 システムのフローチャート

$$V_i = \frac{S_i}{\bar{\sigma}_i} \quad (4.2)$$

ここで、

$\bar{\sigma}$  : 発生引張応力の平均値

$S$  : 発生引張応力の標準偏差

$\bar{\sigma}_i$  : 引張強度の平均値

$S_i$  : 引張強度の標準偏差

また、この引張強度も有効材令の関数とすべきである。

次に、ひびわれ安全度とは (引張強度/引張応力) であり、これは各種の調査からひびわれ発生確率と明確な関係があることが解っている。その両者の関係が正規分布に従うものと仮定すれば、図3の様になる。この図を用いる事によりひびわれ安全度から、ひびわれ発生確率が求まる。

#### 5. 解析例

まず、始めにシステム全体のフローを図4に示す。すなわちシュミット法により温度解析を行い、その解析結果を用いて温度応力を解析し、さらに温度ひびわれ発生の検討を行うものである。各解析結果はファイルに出力

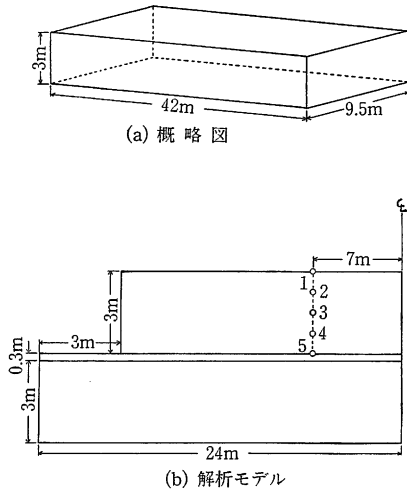


図5 基礎フーチング

表1 温度解析用熱定数

熱伝達率	144kcal/m <sup>2</sup> day°C
熱伝導率	20.352kcal/mday°C
比熱	0.394kcal/kg°C
熱膨張係数	7.51×10 <sup>-6</sup> /°C
断熱温度上昇	$T=43.6(1-e^{-0.91t})$ °C
外気温	30°C
打ち込み温度	22.6°C
固定温度	15°C

表2 温度応力解析用物性値

密度	$\rho = 1630\text{kg/m}^3$
熱膨張係数	$\alpha = 7.51 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$
ポアソン比	$\nu = 0.17$
クリープ関数	$J(t) = \{1.69(1 - e^{-0.049t}) + 0.977(1 - e^{-0.344t})\} \times 10^{-6}$
弾性係数	$E(t) = 1.53 \times 10^5 \{t / (5.6 + 0.8t)\}^{0.5}$ kg/cm <sup>2</sup>
載荷材令関数	$\xi(\tau) = -0.55 \log \tau + 1.8$
温度関数	$\Phi(T) = 0.76 + 0.012T$

表3 拘束度

節点	物体力考慮
1	1.03
2	1.02
3	1.01
4	1.00
5	1.00

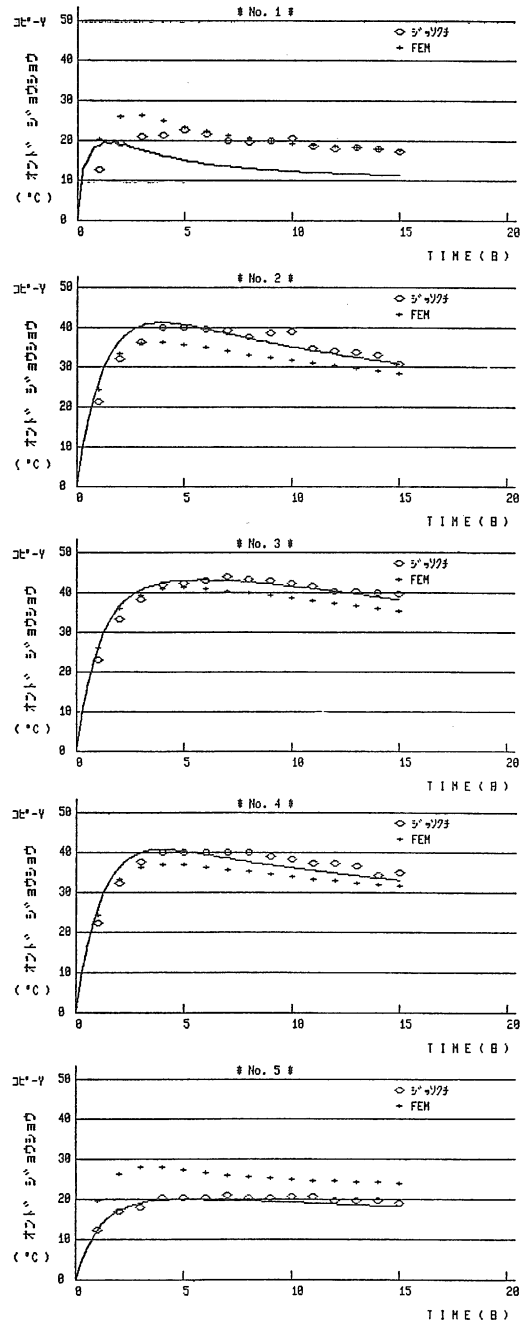


図6 温度解析結果

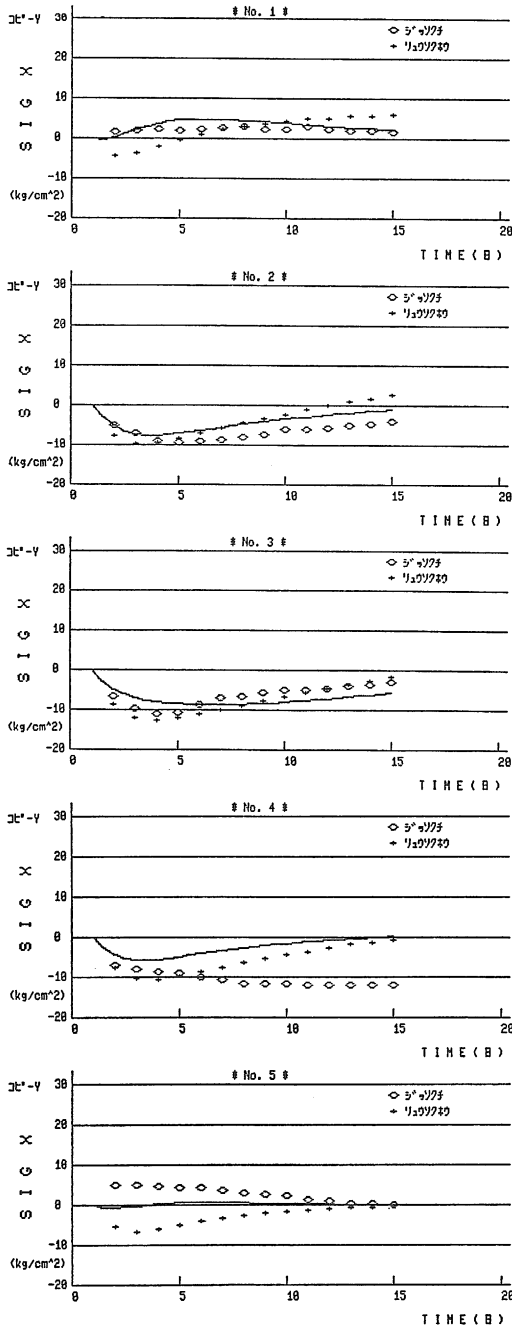


図7 温度応力解析結果

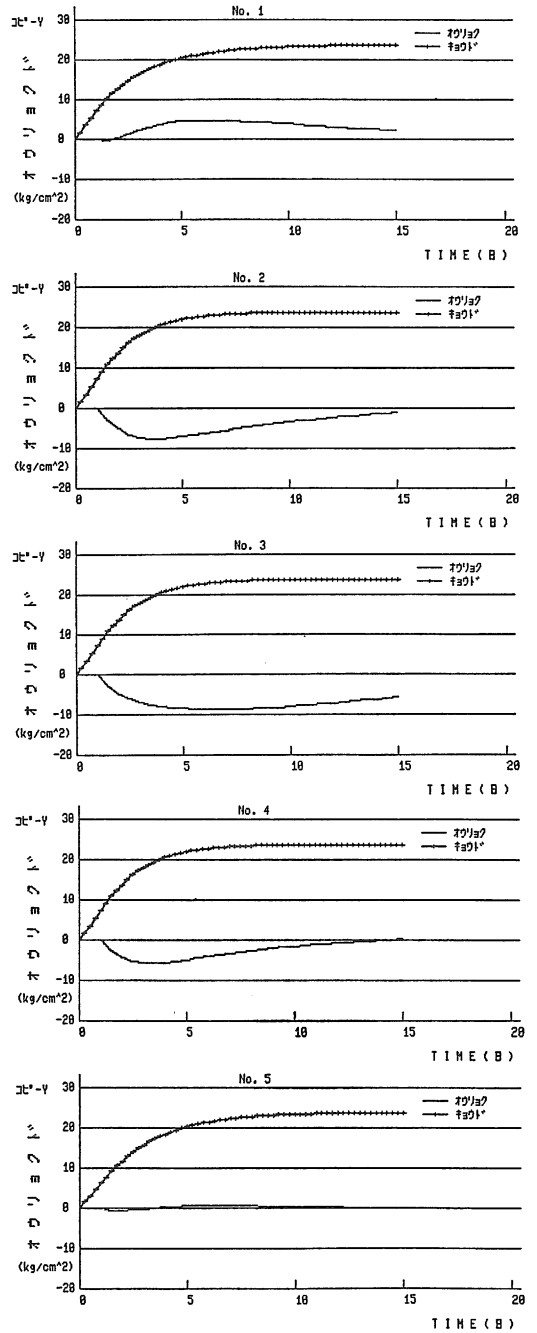


図8 温度ひびわれ発生の検定

し、必要な場合はファイルから吸上げる方式を取っている。また解析結果を CRT 上でグラフ化でき、その結果をハードコピー及び XY プロッターで描く事もできる。

このシステムの解析例は大型基礎フーチングであり、温度、温度応力の実測値があり、又有限要素法での解析も既に行ったものである。図5にその解析モデルを示す。温度解析で使用した熱性質を表1にまとめてあるが、この場合、 $\Delta t$  は0.25日、 $\Delta x$  は0.125m、仮想厚 $X=0.125m$ を用い、岩盤厚は1mと3mの2ケースを実施した。ここで、岩盤の温度分布は境界面から固定面まで線形に分布すると考えている。岩盤が1mのものの結果のハードコピーを図6に示す。測点1を除けば結果は満足なものであり、このような一次元解析としては申し分のない精度であろう。表面の仮想厚を再考すれば結果は改善可能である。岩盤厚さの違いはほとんどなく、この様な解析ではその厚さは1m程度で十分であろう。

次に、温度応力解析で使用した物性値と外部拘束度を表2、3に示す。又、解析結果のハードコピーを図7に示す。この場合は、測点4、5を除いてはほぼ実測値をトレースできている。拘束度の評価が不十分である可能性もあるが、実測の精度にも問題があるため有効性の判断は難しいが、流速法の挙動とはほぼ一致している事から拘束度を適正に評価すれば十分使用可能であろう。

さらに、引張強度と発生応力の変動係数を0.1として温度ひびわれ発生の検定を行った。図8に平均値を使った場合の検定結果のハードコピーを示す。この結果から見てもひびわれ発生は起こらないと想像できるが、これは現実と一致している。またひびわれ安全度も2以上でありひびわれ発生確率も0%となっていた。

## 6. おわりに

本報告ではパーソナルコンピュータを利用したマスコンクリートの温度ひびわれ防止の為のシミュレーションシステムについて述べた。温度解析での仮想厚の問題、時間間隔と座標間隔の制限、温度応力解析での外部拘束度の問題等改良しなければならない点は多々あるが、この例のような一次的な問題の解析には十分使用可能であろう。二次元的な広がりやを考慮すべき構造物と外部拘束度が単純には決められない構造物には有限要素法を適用すべきであるが、上記のような簡単な構造物では精度上の遜色はないので使い分けを行うと良いと思う。さらに、このプログラムに温度ひびわれ防止の為の制御方法のアルゴリズムも取り入れればより実践的なものになる。また現場計測と組み合わせればモニタリングシステムとして使える可能性もある。以上の様な項目を念頭に置き近い将来改良を加えたい。

最後に、パーソナルコンピュータの BASIC によるプログラミングについては木村一郎氏（現エイトコンサルタント）のご協力を得た。記して深謝したい。

## 引用文献

1. Ross, A. D. et. al.: Mag. Conc. Res., 1: 9-20, 1949.
2. 塚山他: セメント技術年報 S. 46: 220-224, 1971.
3. 野中: 農土論集, 113: 81-87, 1984.
4. 塚山: S. 51 農土学会京都支部シンポジウム: 15-25, 1977.
5. 吉岡他: 第二回マスコンクリートの温度応力発生メカニズムに関するコロキウム: 29-34, 1984.
6. 野中: 島大農研報, 22 投稿中.