

コンクリートに対する増分型 Endochronic 理論 の材料パラメータについて

藤 居 良 夫*

On Material Parameters in the Incremental Version
of Endochronic Theory for Concrete

Yoshio FUJII

The incremental version of Endochronic theory proposed by Bazant is a unified and comprehensive material model for concrete. This theory offers a possibility to accurately describe the behaviour of concrete under multiaxial stresses in a wide range of loading conditions without recourse to the concept of yield surface and the specification of unloading-reloading criteria.

However, this theory generally involves many functions and material parameters which are obtained by a rather complicated procedure. In the present paper, the effect of the change of material parameters on the stress-strain relationship is investigated. It is shown that sixteen out of forty-four parameters in the modified incremental version of Endochronic theory have much influence on the shape of the stress-strain curve.

I. ま え が き

コンクリートダムや頭首工など、我々が目にする水利施設コンクリート構造物は一般に複雑な応力が組み合わさって作用している。しかし、その構造物の設計では、1軸圧縮強度のみを考慮した基準から解析される場合が多く、多軸応力下の状態が考慮されず、構造物の種類によっては安全性や経済性の観点から問題となる場合が考えられる。また、有限要素法等によりコンクリート構造を解析して、その挙動や破壊状態を把握することにより合理的な設計方法を確立する場合、材料であるコンクリートの多軸応力状態における力学的性状のモデル化が主要な課題となってくる。コンクリートに対する統一のとれた総合的材料モデルである増分型 Endochronic 理論は降伏条件の存在を必要としない、即ち煩わしい硬化も必要としない連続モデルであり、実際に観測される非弾性・非弾性ダイレイタンス・ひずみ軟化とひずみ硬化・弾性係数の低下・履歴などの各挙動を記述するのに広範な多数の材料関数と材料パラメータを基本にし

て、多軸応力下の力学的挙動を合理的に表現するものである。ただ、多数の材料関数に含まれる材料パラメータの数が多く、その効果を理解するのが難しい。ここでは、コンクリートの応力-ひずみ曲線の形状に及ぼす材料パラメータの変化の影響を調べた。

II. 構成関係理論

従来、材料の力学的挙動を数学的に表現する場合、材料の構成関係として古典的塑性論が適用されてきた。古典的塑性論の適用に当って遭遇する大きな障壁は、考慮する材料の後続降伏曲面に関する情報量の欠如と、3次元状態でその形状を実験的に見出すことの困難さにあり、さらに、後続降伏曲面の形状と応力空間での位置は降伏点の判断と変形履歴に依存することが一般に認識されている。古典的塑性論の基本概念は降伏曲面の存在の仮設に始まる。このことは、有限な弾性領域の存在を意味しており、数学的立場からすると、塑性ひずみ増分が降伏曲面に垂直であることの必要性から、この有限な弾性領域が必要になる。かくして、塑性ひずみ増分は降伏曲面の配置に方向づけられてくる。

* 農業施設工学研究室

一方、塑性状態が荷重の始まりから徐々に生じるとするならば、降伏曲面内の弾性領域は一点に縮小して、塑性ひずみ増分の方向は不定となる。従って、古典的塑性論は、塑性状態が荷重と同時に発現する材料を取扱うことができない。また、Prager-Ziegler 則以外の硬化則の明確な関数形とその実験的検証がほとんど無いなど、材料の2次元あるいは3次元挙動を記述し解析するための実験的そして数値的取扱いに関連した困難がある。複雑な応力状態あるいは複雑な荷重状態にある材料の挙動を解析する場合など、古典的塑性論ではその適用限界が生じてくる。

材料の弾塑性挙動の表現に降伏曲面の導入が最も理想的な手段であるとする古典的塑性論に代わる構成関係として、この理想的な手段を考えない Endochronic 理論が最近注目されるようになった。これは、降伏曲面の概念を用いることなく履歴依存の材料の力学的挙動を表現するものである。最初、Valanis は非可逆熱力学と内部状態変数の理論から塑性に対する Endochronic 理論を提案したが、これは、ひずみの経路長を状態変数 (intrinsic time と呼ばれる) として、材料の応力状態がこの intrinsic time を用いた記憶積分型関数で表現されるという構成関係である。その後 Valanis によって、塑性論での Drucker の安定仮説を満たすように、塑性ひずみの経路長を表わす intrinsic time を用いて理論の修正が行われた。これらの積分型 Endochronic 理論は金属材料にうまく適用されるに至っている。

一方、この積分型理論をコンクリートに適用するため、Bazant 等は次の点を考慮して増分型 Endochronic 理論を提案した¹⁾。コンクリートの特性として、せん断ひずみによる非弾性ダイレイタンス、ひずみ軟化挙動、弾性係数のダイレイタンスへの依存性、intrinsic time の静水圧依存性などが考慮された。とくに、金属と異なり、コンクリートは静水圧下で非弾性体積変化を示すことから、Bazant 等により体積応力-ひずみ関係に非弾性体積ひずみ成分が導入された点が注目される。この初期の増分型構成式は、偏差と体積成分についてそれぞれ次式で与えられる。

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{d\boldsymbol{s}}{2\mu} + \frac{\boldsymbol{s}}{2\mu} dz \quad (1)$$

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{d\boldsymbol{\sigma}}{3K} + d\boldsymbol{\lambda} \quad (2)$$

ここで、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ は偏差ひずみテンソル、 \boldsymbol{s} は偏差応力テンソル、 $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_{kk}/3$ は体積ひずみ、 $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_{kk}/3$ は静水圧応力、 μ はせん断弾性係数、 K は体積弾性係数、 $\boldsymbol{\lambda}$ は非弾性ダイレイタンスである。intrinsic time、 z は時間依存性を除くとき、次の形で定義された。

$$dz = \frac{d\zeta}{Z_1}, \quad d\zeta = \frac{d\eta}{f(\eta, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\sigma})}, \quad d\eta = F(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\sigma}) d\zeta \quad (3)$$

$$d\zeta = [J_2(d\boldsymbol{\varepsilon})]^{1/2} = [1/2de_{ij} de_{ij}]^{1/2} \quad (4)$$

ただし、 f はひずみ硬化関数、 F はひずみ軟化関数、 $e_{ij} = \boldsymbol{\varepsilon}$ は偏差ひずみテンソル、 $\boldsymbol{\sigma}$ は応力テンソル、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ はひずみテンソル、 $J_2(d\boldsymbol{\varepsilon})$ は偏差ひずみ増分の第2不変量、 Z_1 は定数、 ζ は形状変形測度と呼ばれる変数である。主としてマイクロクラックの発生により生じるダイレイタンスを表わすため、ダイレイタンス $\boldsymbol{\lambda}$ の増分は次式で定義された。

$$d\boldsymbol{\lambda} = l(\boldsymbol{\lambda}) L\{J_2(\boldsymbol{\varepsilon}), I_1(\boldsymbol{\sigma}), \boldsymbol{\lambda}\} d\zeta \quad (5)$$

ここで、 $l(\boldsymbol{\lambda})$ はダイレイタンス硬化関数、 $L\{J_2(\boldsymbol{\varepsilon}), I_1(\boldsymbol{\sigma}), \boldsymbol{\lambda}\}$ はダイレイタンス軟化関数である。また、マイクロクラックの進展により内部構造が変化して弾性係数の低下を招くものと考え、この効果を非弾性ダイレイタンス $\boldsymbol{\lambda}$ によって次のように表わす。

$$K = K_0 \phi(\boldsymbol{\lambda}), \quad \mu = \mu_0 \phi(\boldsymbol{\lambda}) \quad (6)$$

ここで、 K_0 と μ_0 はそれぞれ初期体積弾性係数と初期せん断弾性係数である。以上のように、コンクリートの挙動の種々の特徴を上述の変数を使って表現するため、各変数は次のような多数の関数形と材料パラメータで表わされる。

$$\begin{aligned} f(\eta, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\sigma}) &= \left(1 + \frac{\beta_1 \eta + \beta_2 \eta^2}{1 + F_1/a_7}\right) F_2 \\ F_2 &= 1 + \frac{a_8}{(1 + a_9/\eta^2) J_2(\boldsymbol{\varepsilon})} \\ F_3(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\sigma}) &= \left[\frac{a_0}{1 - (a_6 I_3(\boldsymbol{\sigma}))^{1/3}} + F_1 \right] F_3 \\ F_1 &= \frac{a_2 \{1 + a_5 I_2(\boldsymbol{\sigma})\} \sqrt{J_2(\boldsymbol{\varepsilon})}}{[1 - a_1 I_1(\boldsymbol{\sigma}) - (a_3 I_3(\boldsymbol{\sigma}))^{1/3}] [1 + a_4 I_2(\boldsymbol{\sigma}) \sqrt{J_2(\boldsymbol{\varepsilon})}]} \\ F_3 &= 1 + \left[50 \left(1 - \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_{\max}}{\boldsymbol{\varepsilon}_0}\right) \left(1 - \frac{\boldsymbol{\sigma}_{\max}}{f_t}\right) \right]^{-3} \\ l(\boldsymbol{\lambda}) &= 1 - \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\lambda_0} \\ L\{J_2(\boldsymbol{\varepsilon}), I_1(\boldsymbol{\sigma}), \boldsymbol{\lambda}\} &= \frac{c_0}{1 - c_1 I_1(\boldsymbol{\sigma})} \left[\left(\frac{\boldsymbol{\lambda}}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\frac{J_2(\boldsymbol{\varepsilon})}{c_2^2 + J_2(\boldsymbol{\varepsilon})}\right)^3 \right] \\ \phi(\boldsymbol{\lambda}) &= 1 - 0.25 \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\lambda_0} \end{aligned} \quad (7)$$

これらの関数内の材料パラメータは次のものである。

$$\begin{aligned} a_0 &= 0.7, \quad a_1 = 0.6/f_c, \quad a_2 = 1400, \quad a_3 = 500/f_c^3 \\ a_4 &= 475/f_c^2, \quad a_5 = 0.8/f_c^2, \quad a_6 = 0.055/f_c^3, \quad a_7 = 0.05, \\ a_8 &= 1.25 \times 10^{-4}, \quad a_9 = 1.5 \times 10^{-3}, \quad c_0 = 1, \quad c_1 = 100/f_c, \\ c_2 &= 5 \times 10^{-4}, \quad Z_1 = 0.0015, \quad \beta_1 = 30, \quad \beta_2 = 3500, \\ \lambda_0 &= 0.001, \quad \nu = 0.18 \\ E_0 &= (0.565 + 0.00142f_c) \times 15114 \sqrt{f_c} \\ K_0 &= \frac{E_0}{3(1-2\nu)}, \quad \mu_0 = \frac{E_0}{2(1+\nu)} \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 f_c は標準円柱供試体の1軸圧縮強度、 $I_1(\sigma) \cdot I_2(\sigma) \cdot I_3(\sigma)$ はそれぞれ応力の第1不変量・第2不変量・第3不変量である。 $J_2(\varepsilon)$ は偏差ひずみの第2不変量、 ε_0 は引張クラック発生時のひずみ、 ε_{\max} は最大主ひずみ、 f_t は引張強度、 σ_{\max} は最大主応力である。また、材料パラメータは kgf/cm^2 単位で表わされ、 ν はポアソン比である。

さらに、せん断による体積減少と、静水圧圧縮による非弾性体積ひずみを考慮して、Bazant 等は以下のような修正理論を示した。その構成式は次のようである。

$$d\varepsilon = \frac{d\sigma}{2\mu} + \frac{\sigma}{2\mu} dz \quad (9)$$

$$d\varepsilon = \frac{d\sigma}{3K} + d\lambda + \frac{\sigma}{3K} dz' + d\lambda' \quad (10)$$

ここで、形状変化に対する intrinsic time, z は次式で表わされる。

$$dz = \frac{d\zeta}{Z_1}, \quad d\zeta = \frac{d\eta}{f(\eta, \varepsilon, \sigma)}, \quad d\eta = F(\varepsilon, \sigma) d\varepsilon \quad (11)$$

$$d\varepsilon = [J_2(d\varepsilon)]^{1/2} = [1/2 \text{ } d\varepsilon_{ij} \text{ } d\varepsilon_{ij}]^{1/2} \quad (12)$$

ただし、関数 f と F は静水圧鋭敏性と軟化効果を表現するように選ばれた。また、体積ひずみの非弾性成分を考慮するのに、3つの変数 (λ, λ', z') が導入された。 λ はせん断ひずみによる非弾性ダイレイタンス、 λ' はせん断ひずみによるせん断圧縮、 z' は体積減少に対する intrinsic time で高静水圧下で生ずる非弾性体積ひずみを表現するための変数であり、それぞれ次式で定義される。

$$d\lambda = l(\lambda) L(\lambda, \varepsilon, \sigma) d\varepsilon \quad (13)$$

$$d\lambda' = l'(\lambda') L'(\lambda', \varepsilon, \sigma) d\varepsilon \quad (14)$$

$$dz' = \frac{d\zeta'}{Z_2}, \quad d\zeta' = \frac{d\eta'}{h(\eta')}, \quad d\eta' = H(\sigma) d\varepsilon' \quad (15)$$

$$d\varepsilon' = |I_1(d\varepsilon)| = |d\varepsilon_{kk}| \quad (16)$$

ここで、 $I_1(d\varepsilon)$ はひずみ増分の第1不変量、 Z_2 は定数である。せん断による非弾性ダイレイタンス λ はマイクロクラックの開きによっておこると考えられ、 λ が増加するにつれて弾性係数は減少するものとして、弾性係数は次式で示された。

$$K = K_0 \phi(\lambda), \quad \mu = \mu_0 \phi(\lambda) \quad (17)$$

ただし、 K_0 と μ_0 は初期弾性係数を示す定数である。以上のように、コンクリート挙動の種々の特徴を表現するため多数の変数を用いているが、その変数は次のような関数形で表わされる。

$$f(\eta, \varepsilon, \sigma) = \left(1 + \frac{\beta_1 \eta + \beta_2 \eta^2}{1 + F_2/a_7} \right) F_3$$

$$F_3 = 1 + \frac{a_{10}}{J_2(\varepsilon) (1 + a_9/\eta^2)}$$

$$F(\varepsilon, \sigma) = F_1 + F_2, \quad F_1 = \frac{a_{10}(1 - g_1)}{1 - a_5(I_3(\sigma))^{1/3}(1 + g_2)}$$

$$F_2 = \frac{a_2 \sqrt{J_2(\sigma)} (1 + |a_6 I_2(\sigma)|^{1/4} + F_5)}{1 - a_1 I_1(\sigma) + |a_3 I_2(\sigma)|^{1/4} F_4 - a_4 I_3(\sigma) [J_2(\varepsilon)]^{1/8} (1 + g_2)}$$

$$g_1 = g_{11} g_{12}, \quad g_2 = g_{21} g_{22} g_{23}$$

$$g_{12} = 1 - \left[1 + \left(\frac{\sigma_{\min}}{a_{17}(\sigma_{\max} - a_{23})} \right)^4 \right]^{-1}$$

$$g_{11} = a_{14} [J_2(\varepsilon)]^{1/4} \frac{\sigma_{\text{med}} - \sigma_{\min}}{\sigma_{\max} - a_{23}} \times \left[a_{15} \left(\frac{\sigma_{\text{med}} - \sigma_{\min}}{\sigma_{\max} - a_{23}} \right)^{4/3} - a_{16} \right]$$

$$g_{21} = \left(\frac{a_{18} \left(\frac{\sigma_{\text{med}} - \sigma_{\min}}{\sigma_{\text{med}} - a_{23}} \right) - 1}{a_{19} \left(1 - a_{20} \frac{|\sigma_{\min}|}{\sigma_{\max} - a_{23}} \right) (\sigma_{\min} - a_{23})} \right)^{5/4}$$

$$g_{22} = \left[1 + a_{21} \left(\frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max} - a_{23}} \right)^4 \right]^{-1}$$

$$g_{23} = \left(\frac{[J_2(\varepsilon)]^{1/4}}{a_{22} + [J_2(\varepsilon)]^{1/2}} \right)^3$$

$$F_4 = \left(\frac{[J_2(\varepsilon)]^{1/4}}{a_4 + [J_2(\varepsilon)]^{1/2}} \right)^3$$

$$F_5 = a_{11} \sigma_{\min} (1 + a_{12} \sigma_{\min}) \left(\frac{[J_2(\varepsilon)]^{1/4}}{a_{13} \sigma_{\min}^{1/4} + [J_2(\varepsilon)]^{1/2}} \right)^3$$

$$h(\eta') = 1 + \frac{\eta'}{\beta_3} + \left(\frac{\eta'}{\beta_4} \right)^2, \quad H(\sigma) = b_1 \left(\frac{I_1(\sigma)}{b_2 - I_1(\sigma)} \right)^2$$

$$l(\lambda) = 1 - \frac{\lambda}{\lambda_0}$$

$$L(\lambda, \varepsilon, \sigma) = \frac{c_3}{1 - c_1 I_1(\sigma)} \left[\left(\frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^2 + \left(\frac{c_4 J_2(\varepsilon)}{c_2^2 + J_2(\varepsilon)} \right)^2 \right]$$

$$l'(\lambda') = c_6 \left(1 - \frac{|\lambda'|}{\lambda'_0} \right), \quad L'(\lambda', \varepsilon, \sigma) = \frac{\sigma_{\min} g_3^{1/3}}{1 + |g_3/c_8|}$$

$$g_3 = |c_7 \sigma_{\min}|^{0.98} - \sqrt{J_2(\varepsilon)}$$

$$\phi(\lambda) = \frac{1}{1 + c_5 \lambda} \quad (18)$$

これらの関数に含まれる材料パラメータは次のものである。

$$a_0 = 0.7, \quad a_1 = 0.6/f_c, \quad a_2 = 1400(f_c/327)^{0.5}$$

$$a_3 = (90/f_c^3) (253/f_c), \quad a_4 = 0.045$$

$$a_5 = (0.6/f_c) (253/f_c), \quad a_6 = 0.15/f_c^2, \quad a_7 = 0.05$$

$$a_8 = (15/f_c^2) (f_c/253)^{1.5}, \quad a_9 = 1.5 \times 10^{-3}$$

$$a_{10} = 1.25 \times 10^{-4}, \quad a_{11} = 0.2/f_c, \quad a_{12} = 0.8/f_c$$

$$a_{13} = 2.2 \times 10^{-5}/f_c, \quad a_{14} = 25, \quad a_{15} = 1.095, \quad a_{16} = 1.216$$

$$a_{17} = 0.055, \quad a_{18} = 0.94, \quad a_{19} = (1/f_c) (443/f_c)$$

$$a_{20} = 14, \quad a_{21} = 1000, \quad a_{22} = 0.04, \quad a_3 = 0.2f_c$$

$$b_1 = 9.1(f_c/494), \quad b_2 = 1.0f_c$$

$$c_1 = 2.0/f_c, \quad c_2 = 3.0 \times 10^{-3}, \quad c_3 = 0.5, \quad c_4 = 2.0$$

$$c_5 = 150, \quad c_6 = 0.0284, \quad c_7 = 1.49 \times 10^{-5}, \quad c_8 = 0.001$$

$$Z_1 = 0.0015, \quad Z_2 = 0.0125$$

$$\beta_1 = 30, \quad \beta_2 = 3500, \quad \beta_3 = 0.08, \quad \beta_4 = 0.23$$

$$\lambda_0 = 0.003, \quad \lambda'_0 = 0.003$$

$$E_0 = 2.81 \times 10^5 + (f_c - 327) \times 10^3$$

$$K_0 = \frac{E_0}{3(1 - 2\nu)}, \quad \mu_0 = \frac{E_0}{2(1 + \nu)} \quad (19)$$

ここで、 f_c は標準円柱供試体の 1 軸圧縮強度で、応力単位は kgf/cm^2 である。 σ_{\max} , σ_{med} , σ_{\min} はそれぞれ最大、中間および最小主応力（代数的には $\sigma_{\max} < \sigma_{\text{med}} < \sigma_{\min}$ ）である。

さらに、とくに高ひずみ領域において繰返し載荷時の Drucker の安定仮説を満足するように、Bazant 等によって先の理論が修正された。そこでは、非弾性ひずみを塑性成分と微小破壊成分に分けて考慮し、跳躍移動硬化 (jump-kinematic hardening) という概念を導入して破壊曲面の中心の移動を考えている。

以上のように、Bazant 等はこれまで修正理論を含めて 3 種類の増分型 Endochronic 理論を示しているが、本理論の特徴である除荷と再載荷の規準の設定なしに intrinsic time を用いて繰返し載荷時の履歴特性が表現できる点を考えるとき、第三の理論は上述の特徴が薄れ、式表現が非常に複雑で煩雑であり、圧縮載荷試験のモデル化に対して中間的修正理論とそれほど大差が見られない。従って、ここでは先の報告と同様に中間的修正理論について、その材料パラメータの応力-ひずみ曲線に及ぼす影響を調べた。

III. 材料パラメータの影響

まず、Bazant 等が示した初期理論¹⁾と中間的修正理論²⁾を用いて、その適合性について比較した。1 軸圧縮と 2 軸圧縮を受けるコンクリートの応力-ひずみ⁷⁾曲線を考える。Buyukozturk 等による実験データ⁷⁾に対して、初期理論と中間的修正理論を用いて数値計算した結果が Fig. 1(a) である。初期理論と修正理論での大差はなく、実験データをうまく表現している。とくに同図より、2 軸圧縮状態での最大圧縮強度の増加（応力比 σ_2/σ_1 が 0.5 のとき約 29%、等 2 軸圧縮状態のとき約 18% の増加）や、1 軸圧縮に比べての 2 軸圧縮下での延性と引張延性の増加等が合理的に表現できることがわかる。また、同一実験データの体積変化に対して、両理論を用いて計算した結果が Fig. 1(b) である。修正理論によると、載荷初期は直線の変化を示し、限界応力点で体積変化の方向が反転してダイレイタンスを示す挙動をうまく表現できる。しかし、初期理論ではこのダイレイタンスの表現が合理的になされることがわかる。また、3 軸圧縮を受けるコンクリートの応力-ひずみ⁸⁾曲線を調べる。低圧縮強度のコンクリートについての Mills の実験データ⁸⁾に対して、修正理論を用いて計算した結果が Fig. 2(a) である。高圧縮強度のコンクリートについての Hobbs の実験データ¹⁰⁾に対して、修正理論を用いて計

算した結果が Fig. 2(b) である。いずれの場合も、拘束圧の増加に伴って軸強度が増大する挙動をうまく表現することができる。一方、高圧縮強度のコンクリート⁹⁾についての Green 等の体積変化の実験データ⁹⁾に対して、修正理論を用いて計算した結果が Fig. 2(c) である。拘束圧の増加に伴って最小体積の増大からダイレイタンス挙動をうまく表現している。以上の結果を踏えて、この修正理論に注目して、その材料パラメータの変化の影響を調べた。修正理論には (19) 式に示すように、ポアソン比と弾性係数を含めて 44 個の材料パラメータがあるが、そのうち 15 個 ($a_1, a_2, a_3, a_5, a_6, a_8, a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{19}, a_{23}, b_1, b_2, c_1, E_0$) が 1 軸圧縮強度 f_c の関数である。ポアソン比 ν は 0.18 として、残り 43 個の材料パラメータについて、(19) 式で与えられる値、その 2 倍の値、およびその 0.3 倍の値を用いて計算した場合に、応力-ひずみ曲線の形状に及ぼす影響を調べた。

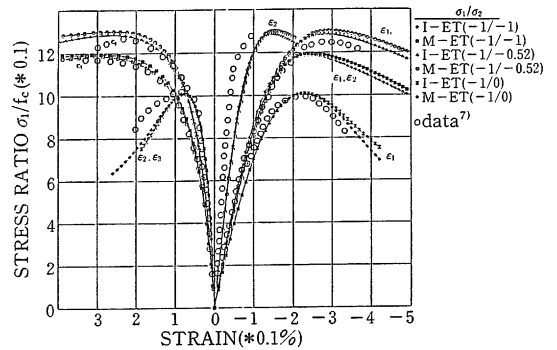


Fig. 1(a) Stress-strain curves under biaxial compression.
I-ET, M-ET: initial and modified endochronic theory

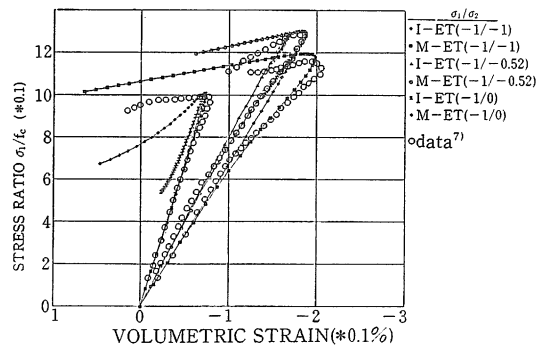


Fig. 1(b) Stress-volumetric strain curves under biaxial compression.
I-ET, M-ET: initial and modified endochronic theory

1. 1軸圧縮応力状態

(9) (10)式の構成関係式は、1軸応力場において次式で与えられる。

$$d\sigma_{11} = E d\varepsilon_{11} - \frac{2(1+\nu)}{3} \sigma_{11} dz - \frac{1-2\nu}{3} \sigma_{11} dz' - E(d\lambda + d\lambda') \quad (20)$$

$$d\varepsilon_{22} = -\nu d\varepsilon_{11} - \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{3E} \sigma_{11} dz + \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{3E} \sigma_{11} dz' + (1+\nu)(d\lambda + d\lambda') \quad (21)$$

ここで、 σ_{11} と ε_{11} はそれぞれ軸方向応力と軸方向ひずみ、 ε_{22} は横方向ひずみである。いまとくに、1軸圧縮強度 $f_c = 327 \text{ kgf/cm}^2$ であるコンクリートを考えた。応力-ひずみ曲線の形状に顕著な影響を及ぼす材料パラメータは、 $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, Z_1$ および E_0 であることがわかった。⁴⁾ 各場合の計算結果を Fig. 3 に示す。同図から、 a_0 は最大応力に影響して、その値が大きくなるほど最大応力が減少する。 a_1 はその値が大きくなるほど最大応力およびそのひずみは増大する。 a_2 と a_9 は最大応力前後の形状を支配し、その値が大きいほど最大応力およびそのひずみは減少する。 a_{10} は軟化関数に含まれるパラメータで、その値が大きくなるほど最大応力は増大し、曲線は延性的傾向が出る。 c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 の値が最大応力に及ぼす影響は小さく、主に応力下降域の形状を支配する。 c_1 と c_2 の値が大きくなるほど曲線は延性的傾向を示すが、 c_1 に比べて c_2 の影響の方が大きい。逆に、 c_3, c_4, c_5 の値が大きくなるほど曲線は脆性的傾向を示すが、 c_5 の影響は小さい。また、 Z_1 の値が大きくなるほど最大応力およびそのひずみは大きく増大するが、応力下降域の形状にはそれほど大きな影響を及ぼさない。初期弾性係数 E_0 の値は応力上昇域の形状に大きく影響して、その値が大きくなる

ほど最大応力およびそのひずみは増大するが、応力下降域の形状への影響は小さい。

2. 2軸圧縮応力状態

2軸圧縮荷重を受ける場合について、1軸圧縮強度 $f_c = 327 \text{ kgf/cm}^2$ であるコンクリートの応力-ひずみ曲線の形状に及ぼす材料パラメータの影響を調べた。材料パラメータ $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, Z_1$ および E_0 の値が顕著な影響を与えることがわかった。各場合の計算結果を Fig. 4 に示す。同図から、 a_1 は最大応力の大きさに、また $a_0, a_2, a_4, a_9, a_{10}$ の値は最大応力前後の形状に影響することがわかる。 a_0, a_2, a_4, a_9 はその値が大きくなるほど最大応力およびそのひずみは減少する。 a_{10} はその値が大きくなるほど最大応力とそのひずみは増大する。 c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 の値は主に応力下降域の形状を支配する。 c_1 と c_2 の値が大きくなるほど曲線は延性的傾向を示し、一方 c_3, c_4, c_5 の値

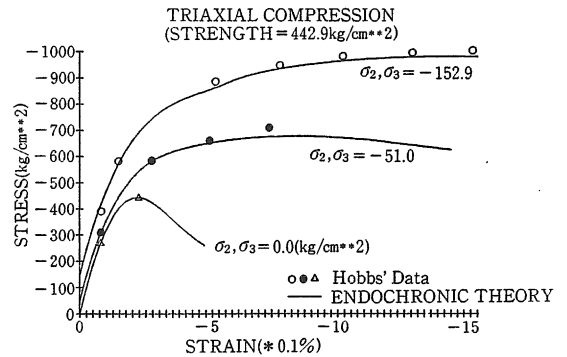


Fig. 2(b) Stress-strain curves under triaxial compression

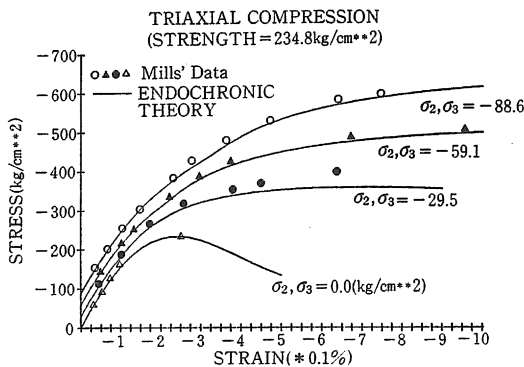


Fig. 2(a) Stress-strain curves under triaxial compression

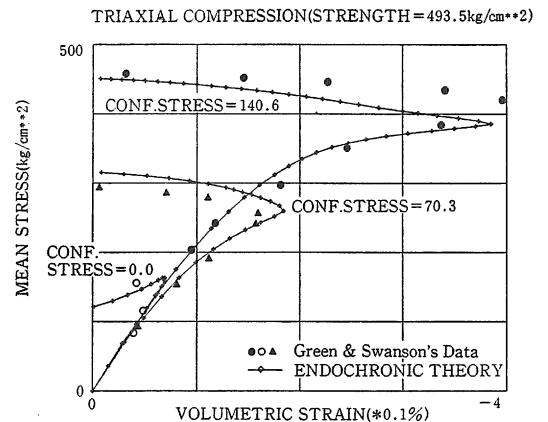


Fig. 2(c) Stress-volumetric strain curves under triaxial compression

が大きくなるほど曲線は脆性的傾向を示す。 Z_1 の値は最大応力およびそのひずみの大きさに大きな影響を及ぼし、その値が大きくなると最大応力およびそのひずみは非常に増大する。 E_0 の値は応力上昇域の形状に大きく影響することがわかる。

3. 3軸圧縮応力状態

3軸圧縮荷重を受ける場合について、1軸圧縮強度 $f_c=443\text{kgf/cm}^2$ 、拘束圧 51kgf/cm^2 であるコンクリートを例にとり、材料関数に含まれる44個の材料パラメータの影響を調べた。その結果、26個の材料パラメータ $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{13}, a_{19}, a_{20}, a_{22}, a_{23}, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, \beta_2, Z_1, \lambda_0$ および E_0 の値が応力-ひずみ曲線の形状に影響することがわかった。各場合の計算結果を Fig. 5 に示す。同図から、 $a_0, a_5, a_6, a_9, a_{10}$ は最大応力に影響して、 a_0, a_6, a_9 の値が大きくなるほど最大応力は減少し、 a_5 と a_{10} の値が大きくなるほど最大応力は増大する。 a_2, a_4, a_{19} ,

a_{22} の値は最大応力からそれ以降の形状に大きく影響し、その値が大きくなるほど最大応力およびそのひずみは減少する。 a_7, a_{11}, a_{13} は応力下降域の形状に影響して、 a_7 と a_{11} の値が大きくなると曲線は延性的傾向を、 a_{13} の値が大きくなると曲線は脆性的傾向を示す。 a_3, a_8, a_{20}, a_{23} の値は最大応力とその前後の形状に影響することがわかる。 c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 は応力下降域の形状を支配し、 c_1 と c_2 の値が大きくなると曲線は延性的傾向を示し、 c_3, c_4, c_5 の値が大きくなると曲線は脆性的傾向を示す。 β_2 と λ_0 の値は応力下降域の形状に影響を及ぼすことがわかるが、 β_2 の効果は小さい。また、 Z_1 の値が大きくなるほど最大応力およびそのひずみは大きく増大する。初期弾性係数 E_0 の値は応力上昇域の形状に大きく影響することがわかる。とくに、 $a_0, a_2, a_3, a_4, a_9, a_{10}, a_{19}, a_{22}, a_{23}, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, Z_1, E_0$ の16個の材料パラメータの影響が顕著であることがわかる。

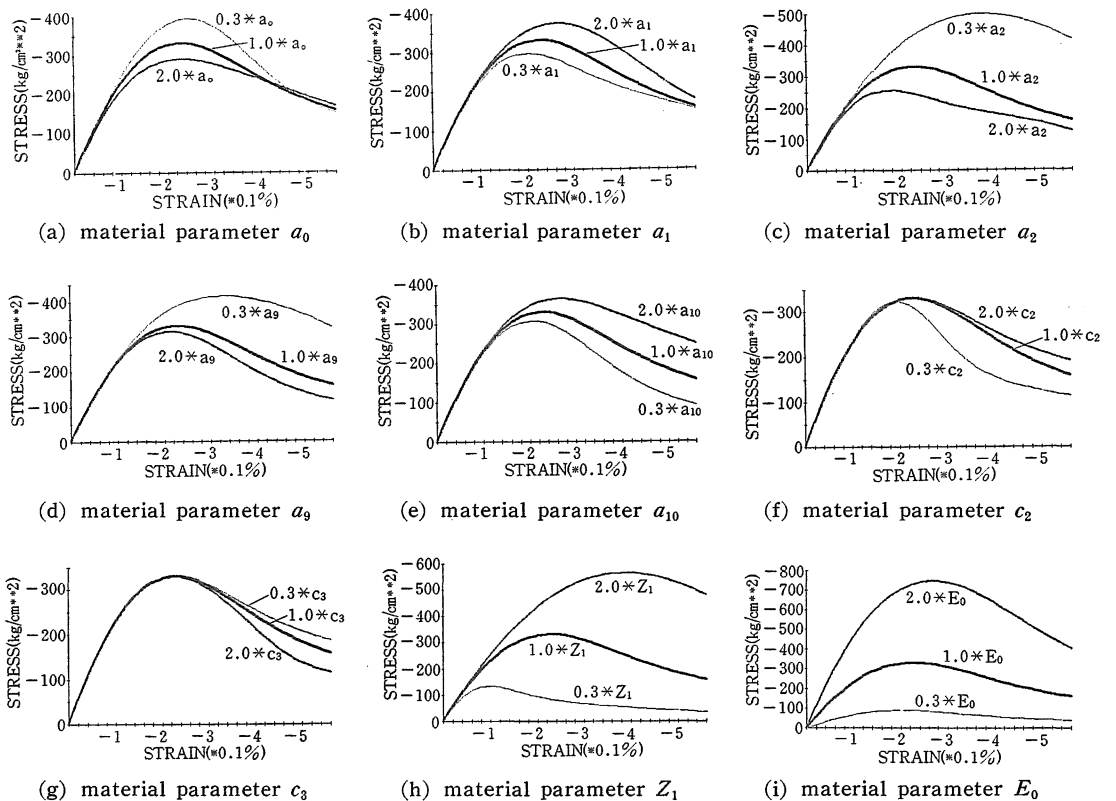
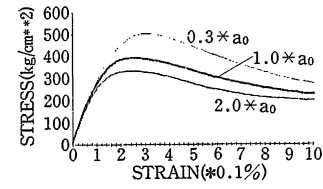
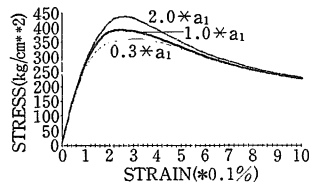


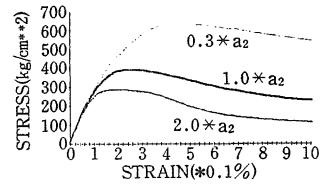
Fig. 3 Effect of material parameters on stress-strain curve under uniaxial compression



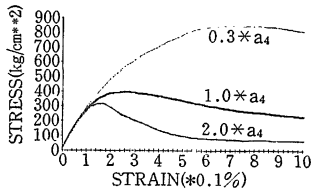
(a) material parameter a_0



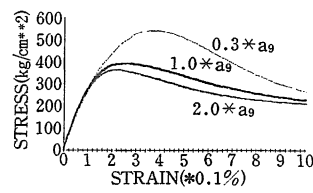
(b) material parameter a_1



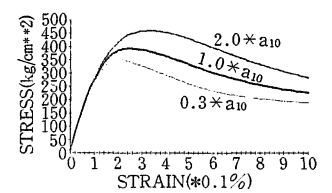
(c) material parameter a_2



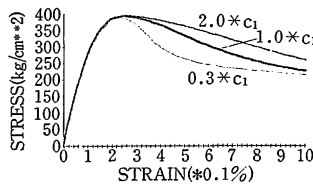
(d) material parameter a_4



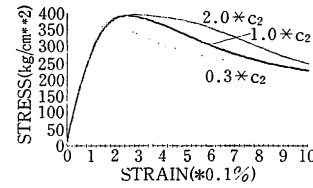
(e) material parameter a_9



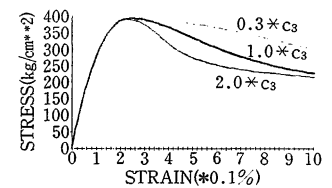
(f) material parameter a_{10}



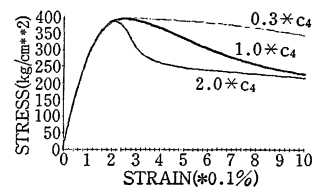
(g) material parameter c_1



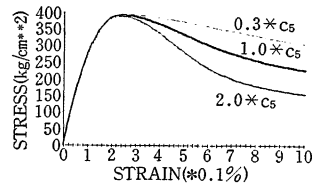
(h) material parameter c_2



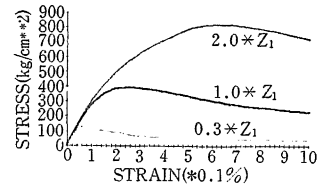
(i) material parameter c_3



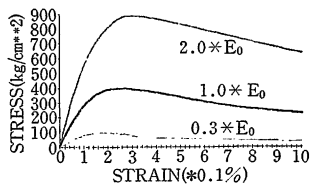
(j) material parameter c_4



(k) material parameter c_5



(l) material parameter Z_1



(m) material parameter E_0

Fig. 4 Effect of material parameters on stress-strain curve under biaxial compression

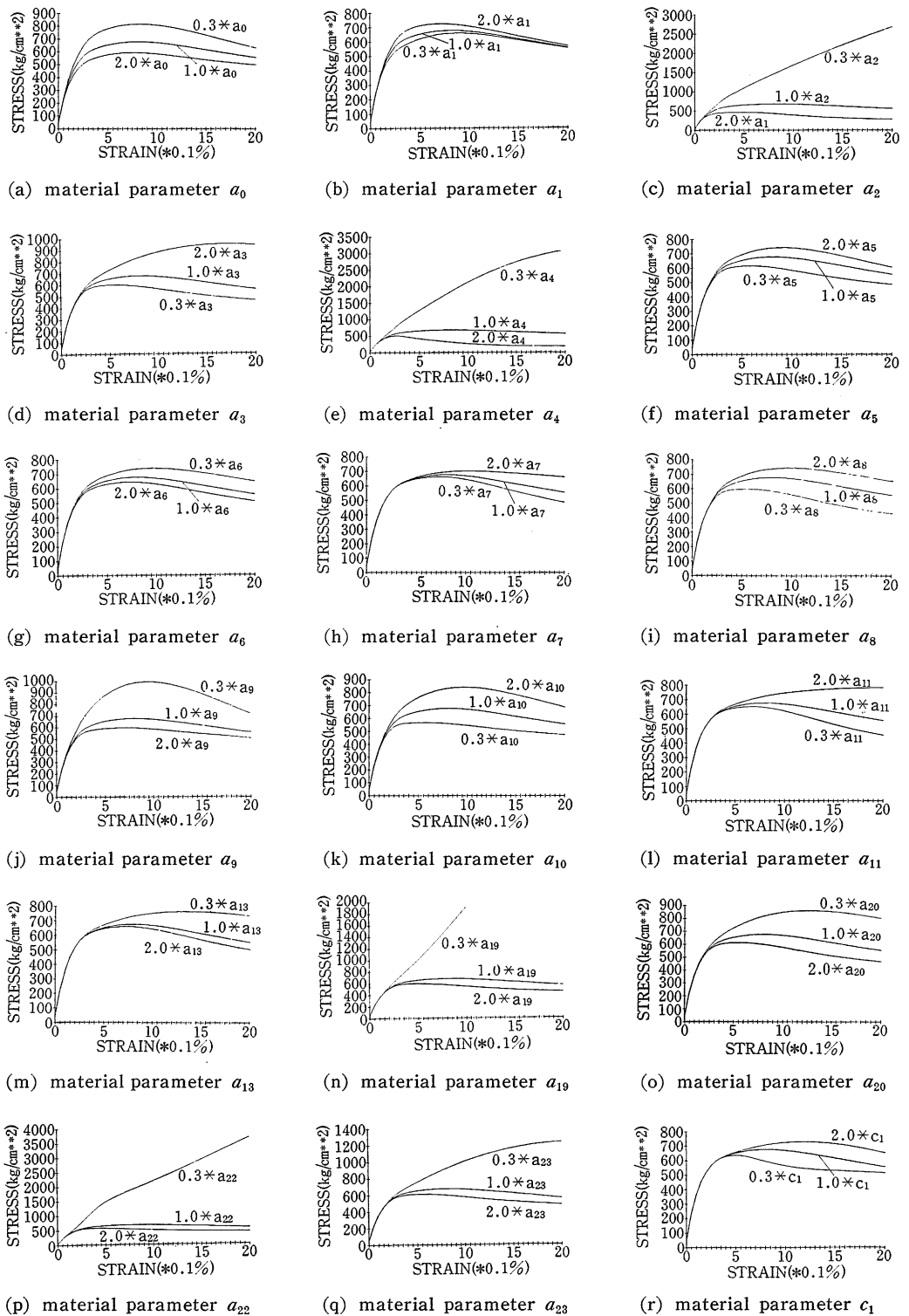


Fig. 5 Effect of material parameters on stress-strain curve under triaxial compression

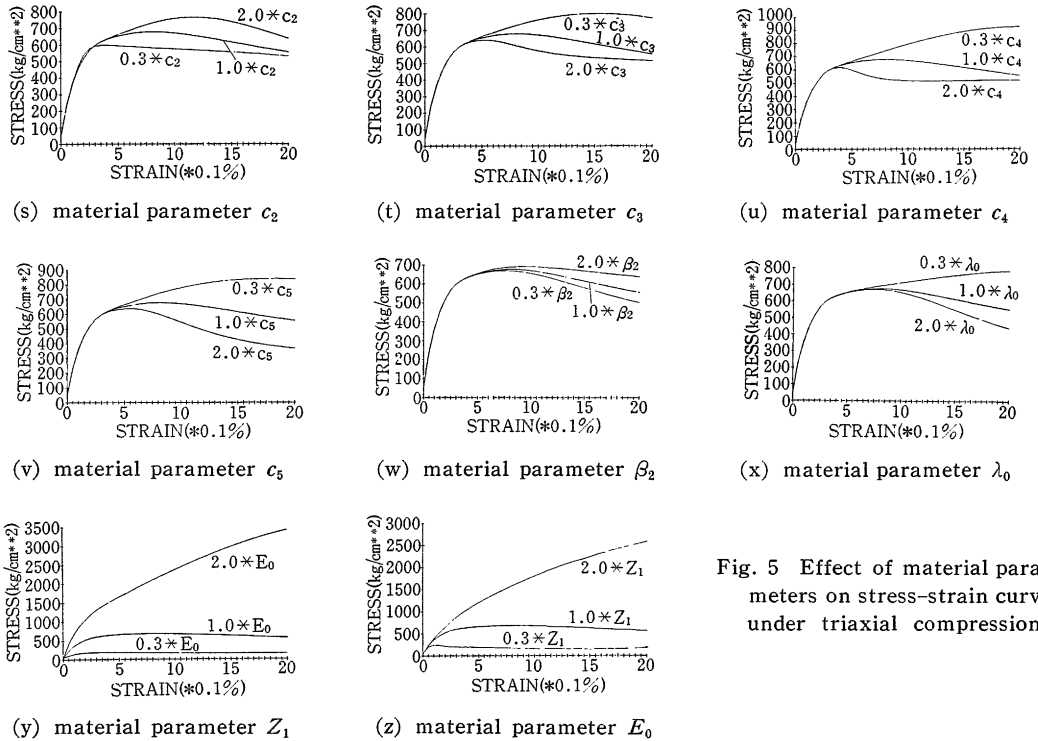


Fig. 5 Effect of material parameters on stress-strain curve under triaxial compression

IV. あとがき

コンクリートに対する増分型 Endochronic 理論は、多軸応力下にあるコンクリートの力学的挙動を表現する上で非常に有効なモデルであり、また従来の塑性論にない特徴と魅力をもつ。その半面、多数の材料パラメータを含む複雑な関数形が存在が際立ち、実際への応用に大きな可能性を有しながらも一般に利用されにくい理論でもある。一般に多軸応力状態にあるコンクリート構造物の挙動解析を行ない、その実際的な安全性を検討するとき、以上で述べた1軸と2軸応力状態の場合も含めて多軸応力状態下での応力-ひずみ曲線の形状に影響を及ぼす材料パラメータ、とくに前述の16個の材料パラメータについて、考慮する材料の実験データを集積して最適な値を最小二乗法等を用いて選んで、この増分型 Endochronic 修正理論を適用すれば、煩わしい硬化則や破壊条件を設定することなしに種々の非弾性挙動を追跡して、合理的な構造物の解析が可能になってくる。さらに、できるならば精度を犠牲にせずに材料パラメータの数を減らすことが望まれる。

最後に、本研究をすすめるに当り御指導を賜った京都大学農学部長谷川高士教授、および本報告をまとめる機

会を下された本学農学部鳥山昶司教授と野中資博助教授に深甚なる感謝の意を表します。

引用文献

1. BAZANT, Z. P. and BHAT, P. D.: J. of EM Div., Proc. of ASCE 102(EM4): 701-722, 1976.
2. BAZANT, Z. P. and SHIEH, C. L.: Nuclear Engineering and Design 47: 305-315, 1978.
3. 長谷川高士・藤居良夫: 農土学会論文集 118: 43-51, 1985.
4. 藤居良夫: 農土学会大会講演集: 466-467, 1986.
5. 藤居良夫: 農土学会中四国支部講演集: 70-72, 1986.
6. 藤居良夫: 農土学会大会講演集: 406-407, 1987.
7. BUYUKOZTURK, O. and SHAREEF, S. S.: Computers & Structures 21(3): 581-610, 1985.
8. MILLS, L. L.: Ph. D., New Mexico State University, 1967.
9. GREEN, S. J. and SWANSON, S. R.: Technical Report AFWL-TR-72-2, Terra-Tek, Inc., 1973.
10. HOBBS, D. W.: Technical Report, Cement and Concrete Association, London, 1974.