

# 生長曲線の検討

## 第4報 Gompertz 生長曲線式とその応用

稲田 充 男\*

### Analysis of Growth Curve

### 4. Gompertz Growth Equation and its Applications.

Mitsuo INADA

The Gompertz equation possesses a multiplicative reproductive property, that is, if  $X$  follows the Gompertz equation and  $a$  and  $b$  are constants, then  $aX^b$  follows the Gompertz equation. Utilizing this property, the height growth and the volume growth of one tree can be estimated by the diameter growth of the same tree.

The Gompertz equation was divided into three types according to the number of free parameters in equations, that is, the 3-parameter Gompertz, the 2-parameter Gompertz, and the 1-parameter Gompertz equations. The application of these three types of the Gompertz equation to 52 observed diameter, height and volume growths showed that the Gompertz equation fitted the observed data sufficiently, and that it was possible and practicable to predict the height growth and the volume growth by the parameter estimates for the diameter growth.

### 緒 言

生長とは、生物にみられる体長・重量等の経時的変化のことであり、生長曲線(式)とは、それをモデル化・数式化し、できるだけ単純な形で表現しようとするものである。この生長曲線式の具備すべき要件として、大隅他(1983)<sup>1)</sup>は導出基礎の合理性(理論的基礎)、記述性、解析性、予測性の4つをあげている。その中で予測性について、「予測性ということは、生長関数の定数の値を合理的な根拠に基づいて推定または設定することによって、将来の生長経路や生長量を予測する能力を有することである。その場合、単に当該生長曲線の延長によるだけでなく、当該生長データとは別の情報からでも定数が推定または設定され、それによって生長予測が可能になることが望ましい。」と述べている。ここでは、Gompertz 生長曲線式を取り上げ、これら具備すべき要件、特に予測性について満足しているかを検討する。

Gompertz 生長曲線式の理論的基礎、記述性、解析性については、SWEDA(1981, 1984)<sup>2,3)</sup>、秋山(1981)<sup>4)</sup>、石原(1985)<sup>5)</sup>などが示しているように、ほぼ満足するも

のであると言える。一方、予測性については、箕輪(1982, 1985)<sup>6,7)</sup>が指摘しているように「Gompertz 生長曲線式は、べき変換についてその形を保存する」という性質を有しており、Gompertz 生長曲線式が単純相対生長式や、山本他(1984, 1985)<sup>8,9)</sup>が長柱の座屈理論より導いた樹高曲線式などの関係を Gompertz 生長曲線式に適用し得ることを暗示している。すなわち、ある生長因子の生長経過より他の生長因子の生長を予測することが期待される。本論では、まず Gompertz 生長曲線式について説明し、さらに胸高直径の生長経過より他の生長因子(樹高、材積)の生長予測を行い、Gompertz 生長曲線式の予測性について実験的に検討する。

### Gompertz 生長曲線式の解と性質

Gompertz 生長曲線式は Benjamin GOMPERTZ が 1825年に Philosophical Transactions of the Royal Society で発表したものである。<sup>10)</sup>これは logistic 生長曲線式による生命表の高齢部分の修正生長曲線式として考え出したもので、この曲線式は、「生長の速度は、現在の大きさそのものと大きさの上限値の対数と現在の大きさの対数の差に比例する」として導かれている。

\* 森林計画学研究室

$$\frac{dy}{dt} = Cy(\ln A - \ln y) \quad (1)$$

ここで  $A, C$  は定数,  $y$  は現在の大きさ,  $t$  は時間である。

また、LUDWIG (1929)<sup>11)</sup> は「相対生長率は生長すると共に単調減少しなければならない」ということを公理とし、次のように定めた。

$$\frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dt} = p \cdot e^{-qt}$$

ここで  $p, q$  は定数で、これを積分すれば、Gompertz 生長曲線式と一致する。この場合、相対生長率は、時間の指数関数として減少すると考えられる。

微分方程式(1)について、その解を求める。(1)式で

$$\ln y = z$$

とおいて、この両辺を  $t$  で微分すると、

$$\frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dt} = \frac{dz}{dt}$$

となる。これらを(1)式に代入し整理すると、

$$\frac{dz}{dt} = C(\ln A - z)$$

となる。これを解くと、

$$z = \ln A - \exp(B^* - Ct)$$

となる。ただし、 $B^*$  は積分定数である。これを元の変数  $y$  に戻すと、

$$y = A \cdot \exp[-B \cdot \exp(-Ct)] \quad (2)$$

となる。ただし、 $B = \exp(B^*)$  である。この(2)式が Gompertz 生長曲線式である。ここで各定数はその定義から

- A: 上限値を表わす定数
- B: 生長の開始に係わる定数
- C: 生長速度を表わす定数

と考えられる。

定数  $A, C$  はそれぞれの定義から分かるように、本来正の値 ( $A > 0, C > 0$ ) である。 $B$  については、 $t = 0$  の時の  $y$  の値を  $y_0$  とすると、

$$y_0 = A \cdot \exp(-B)$$

となる。これから、

$$B = \ln\left(\frac{A}{y_0}\right)$$

となり、 $A > y_0 > 0$  より、 $B > 0$  である。

Gompertz 生長曲線式の漸近線は、

$$\begin{aligned} t \rightarrow -\infty \quad & \text{のとき} \quad y \rightarrow 0 \\ t \rightarrow \infty \quad & \text{のとき} \quad y \rightarrow A \end{aligned}$$

であり、上下2本の漸近線  $y = 0, y = A$  を持つ。

次に、Gompertz 生長曲線式の形状についてみる。(2)式を  $t$  について微分すると、

$$\frac{dy}{dt} = A \cdot \exp[-B \exp(-Ct)] \cdot C \cdot B \cdot \exp(-Ct) \quad (3)$$

となる。 $A > 0, B > 0, C > 0, \exp[-B \exp(-Ct)] > 0, \exp(-Ct) > 0$  であるので、 $dy/dt > 0$  となる。つまりこれは、単調増加関数であることを表わしている。

(3)式を再び  $t$  で微分すると、

$$\frac{d^2y}{dt^2} = A \cdot \exp[-B \exp(-Ct)] \cdot C^2 \cdot B \exp(-Ct) [B \exp(-Ct) - 1] \quad (4)$$

となり、

$$t < \frac{\ln B}{C} \quad \text{のとき} \quad \frac{d^2y}{dt^2} > 0$$

$$t > \frac{\ln B}{C} \quad \text{のとき} \quad \frac{d^2y}{dt^2} < 0$$

となる。これはこの生長曲線式が  $t$  の値に対して、

$$t < \frac{\ln B}{C} \quad \text{のとき} \quad \text{下に凸}$$

$$t > \frac{\ln B}{C} \quad \text{のとき} \quad \text{上に凸}$$

の曲線であることを表わしている。また、

$$t = \frac{\ln B}{C} \quad \text{のとき} \quad \frac{d^2y}{dt^2} = 0$$

になり、変曲点の位置は、

$$\left(\frac{\ln B}{C}, \frac{A}{e}\right)$$

である。

次に、定数の次元の単位についてみる。ここでは、物理学の様式にならない、時間を  $[T]$ 、長さを  $[L]$ 、質量を  $[M]$  とする。

$y$  の次元をたとえば、胸高直径、樹高とすると  $[L]$  となる。胸高断面積ならば  $[L^2]$ 、材積ならば  $[L^3]$ 、重量ならば  $[M]$  となる。

定数  $A$  の次元は、 $y$  の次元に対応して変わり、胸高直径、樹高なら  $[L]$ 、胸高断面積なら  $[L^2]$ 、材積なら  $[L^3]$ 、重量なら  $[M]$  となる。

$t$  の次元は  $[T]$  である。定数  $B$  の次元は無次元であり、定数  $C$  の次元は  $[T^{-1}]$  である。

### 単純相対生長式との関係

Huxley (1932) の唱えた相対生長の法則について依田の「森林の生態学」(1971)<sup>12)</sup> より引用する。

「相対生長則とは、生長系の2部分  $x$  と  $y$ 、あるいは全体  $x$  とその部分  $y$  との間に次の関係があるとき成り立つものである。

$$y = \alpha \cdot x^\beta \quad (5)$$

Huxley はこれを次のように説明した。すなわち、 $x$  と  $y$  の生長率が比例し、その比例定数を  $\beta$  とすると、

$$\frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dt} = \beta \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (6)$$

となり、積分することにより(5)式の関係が得られる。 $\alpha$ は積分定数である。比例定数  $\beta$  は相対生長係数と呼ばれる。ここでは、 $\beta$  は定数として与えられている。この(5)式および(6)式を単純相対生長式とよぶ。」

次に、Gompertz 生長曲線式と単純相対生長式との関係についてみる。

たとえば、胸高直径を  $d$  として、その生長が Gompertz 生長曲線式によって表現できるとする。さらに、樹高  $h$  と胸高直径  $d$  との間に単純相対生長関係が認められるとする。すなわち、

$$d = A \cdot \exp[-B \cdot \exp(-Ct)] \quad (7)$$

$$h = \alpha \cdot d^\beta \quad (8)$$

とする。(8)式に(7)式を代入すると、

$$h = \alpha \cdot A^\beta \exp[-\beta \cdot B \cdot \exp(-Ct)]$$

となる。ここで、 $A' = \alpha \cdot A^\beta$ 、 $B' = \beta \cdot B$  とおくと、

$$h = A' \cdot \exp[-B' \cdot \exp(-Ct)]$$

となる。

1つの生長因子の生長が Gompertz 生長曲線式によって表現でき、さらにその生長因子と他の生長因子との間に単純相対生長関係が認められるならば、その生長因子の生長もまた Gompertz 生長曲線式によって表現することができる。その時、定数  $A$ 、 $B$  の値は生長因子によって異なるが、定数  $C$  の値は同じである。

筆者は、「<sup>8)</sup>長柱の座屈理論に基づく樹高曲線式について」(1984)において、一種の単純相対生長式である樹高曲線式と材積式を導いている。それは、樹高は胸高直径の  $2/3$  乗に比例し、材積は胸高直径の  $8/3$  乗に比例するとするものである。すなわち、単純相対生長式(5)式において、 $\beta = 2/3$ 、 $\beta = 8/3$  と  $\beta$  の値を特定したものである。この関係を単純相対生長式と同様に、Gompertz 生長曲線式に應用することができる。この場合、樹高、材積の生長曲線式はそれぞれ、

$$h = A \cdot \exp[-(2/3) \cdot B \cdot \exp(-Ct)]$$

$$v = A \cdot \exp[-(8/3) \cdot B \cdot \exp(-Ct)]$$

となる。この結果、定数  $A$  の値は生長因子により異なるが、定数  $B$  の値は、樹高、材積それぞれ胸高直径の場合の  $B$  の値に  $2/3$ 、 $8/3$  倍した値になる。定数  $C$  の値は胸高直径のものと同じである。

### 資料と方法

資料としては、<sup>13)</sup>第1報、<sup>14)</sup>第3報において用いたものと同じで、4試験地、52樹幹解析木の測定結果である。試験地名、樹種、資料木本数はそれぞれ次のとおりであ

る。

二俣試験地(石川県輪島市二俣町堂ノ下)<sup>15)</sup>

樹種:アテ 12本

山本試験地(石川県山本町大字茶志尻)<sup>16)</sup>

樹種:アテ 18本

鳥取大学農学部蒜山演習林19林班い小班<sup>17)</sup>

樹種:コナラ 7本

鳥取大学農学部蒜山演習林17林班は小班<sup>18)</sup>

樹種:クスギ 15本

これら資料木の胸高直径、樹高、材積の実測値に対して Gompertz 生長曲線式(以下、3-PARA Gompertz 式と呼ぶ)をあてはめる。さらに、樹高、材積の実測値に対して単純相対生長式により制限された Gompertz 生長曲線式(以下、2-PARA Gompertz 式と呼ぶ)、 $\beta$  を  $2/3$ 、 $8/3$  と特定した相対生長式により制限された Gompertz 生長曲線式(以下、1-PARA Gompertz 式と呼ぶ)を最小二乗法によりあてはめを行う。ここで、1-PARA Gompertz 式、2-PARA Gompertz 式、3-PARA Gompertz 式などと呼ぶのは、あてはめ計算における各式の自由な定数の数による。すなわち、1-PARA Gompertz 式は、定数  $A$  だけが自由で、 $B$ 、 $C$  は固定されている。2-PARA Gompertz 式は、定数  $A$ 、 $B$  は自由、 $C$  は固定、3-PARA Gompertz 式は、定数  $A$ 、 $B$ 、 $C$  すべてが自由である。

3-PARA Gompertz 式のあてはめは第1報同様、デミングの方法により行った。その際、各定数に対する初期値が必要となるが、第1報で示したように、Gompertz 生長曲線式の対数差分における直線関係を利用して、定差図上の回帰直線の切片ならびに傾から定数  $A$ 、 $C$  の初期値を決定する。定数  $B$  については求めた定数  $A$ 、 $C$  の初期値ならびに適当な年数における  $y$  の値を代入することにより求める。

なお、2-PARA Gompertz 式、1-PARA Gompertz 式のあてはめは、3-PARA Gompertz 式による胸高直径のあてはめ結果を基にして行う。

### 結果と考察

各生長因子ごとの測定結果に対する、各式のあてはめ結果は表-1~3に示すとおりである。なお、表中の誤差率  $P(\%)$  は次の計算式より求めた。

平均値を  $\bar{x}$ 、個々の実測値を  $x_i$ 、各式で推定したそれぞれに必ず推定値を  $\hat{x}_i$ 、標本の数  $n$ 、定数の数を  $m$  とすると、

$$P = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \hat{x}_i)^2}{n - m} \cdot \frac{100}{\bar{x}}} \quad (\%)$$

19)である。

各生長因子ごとに各式の誤差率の出現度数、平均、標準偏差、最小値、最大値をまとめると表-4のようになる。

Gompertz 生長曲線式の予測性について検討するまえに、まず適合性についてみる。そのためには、3-PARA Gompertz 式のあてはめ結果を検討するのが適当であろう。それは、自由な定数を3個もち、もっとも柔軟性に富む曲線式であるからである。3-PARA Gompertz 式はどの生長因子についてもよく適合しており、その誤差率はすべて15%以内である。特に、樹高の2例を除けばすべて10%以内である。誤差率の平均では胸高直径4.43%、樹高4.56%、材積4.23%とすべて5%以内であり、曲線式の適合性をみる上で、非常に満足できるものである。

次に、予測性についてみると、2-PARA Gompertz 式、1-PARA Gompertz 式ともに、3-PARA Gompertz 式の胸高直径へのあてはめ結果に基づいて樹高、材積の実測値に対してあてはめたにもかかわらず、3-PARA Gompertz 式にさほど劣ることなく、各生長因子の生長過程を表現している。誤差率でみると、2-PARA Gompertz 式、1-PARA Gompertz 式ともにほぼ20%未満である。平均値で言えば、3-PARA Gompertz 式の5%には劣るものの、2-PARA Gompertz 式では樹高7.27%、材積7.71%、1-PARA Gompertz 式では樹高11.93%、材積10.59%と、ともに10%程度でおさまっている。これは Gompertz 生長曲線式の予測能力を評価する上で、期待以上の結果であると言える。2-PARA Gompertz 式、1-PARA Gompertz 式のあてはめ結果は、Gompertz 生長曲線式の予測性、胸高直径の生長経過による他の因子の生長予測について、その可能性を十分保証している。その際、単純相対生長式や座屈理論に基づく樹高曲線式などを用いて合理的に予測を行っていること、単に式中の定数の数を減らしたのではなく、一般に認められている法則に則って行っていることを忘れてはならない。特に 1-PARA Gompertz 式は、Gompertz 生長曲線式のもつ3個の定数のうち2個を理論的に固定しているにも拘らず、ここで示したような結果が得られたことは Gompertz 生長曲線式の予測能力の高さを証明している。

結 言

前述の大隅他は予測の方法について、内的予測と外的予測の2つに分けている。内的予測とは、生長の途中にあって、その生長要素の現在までの生長過程が明らかな

場合であって、その延長として将来の生長を推測するものである。他方、外的予測とは、対象とする生長要素の生長については、現在までの情報はないが、他の類似の生長に関する情報が得られており、これに基づいて将来

表-1 直径生長に対する 3-PARA Gompertz 式のあてはめ結果

試験地	資料番号	A	B	C	誤差率%
二俣	FU-1	20.69	4.280	0.0339	4.25
	FU-2	35.15	6.474	0.0453	3.32
	FU-3	24.22	12.321	0.0881	2.19
	FU-4	26.51	4.766	0.0625	3.30
	FU-5	19.09	7.972	0.0971	5.55
	FU-6	5.75	114.117	0.1275	8.60
	FU-7	40.12	4.076	0.0232	8.83
	FU-8	30.78	7.849	0.0525	1.87
	FU-9	11.96	15.565	0.0591	2.98
	FU-10	13.50	11.019	0.1007	3.69
	FU-11	23.81	6.215	0.0745	2.68
	FU-12	21.32	8.765	0.0793	3.95
山本	YA-1	10.24	4.991	0.0530	3.81
	YA-2	9.91	7.704	0.1131	5.49
	YA-3	5.74	71.492	0.1376	7.82
	YA-4	23.23	5.832	0.0620	3.59
	YA-5	9.54	5.757	0.0856	3.38
	YA-6	18.08	8.169	0.0544	2.63
	YA-7	16.17	4.399	0.0468	3.80
	YA-8	18.12	5.719	0.0429	3.78
	YA-9	110.70	6.346	0.0151	5.00
	YA-10	6.48	11.784	0.0807	3.94
	YA-11	16.98	5.740	0.0387	3.65
	YA-12	14.43	4.198	0.0382	3.01
	YA-13	31.22	4.085	0.0259	4.57
	YA-14	79.54	3.726	0.0140	5.14
	YA-15	48.29	5.432	0.0186	6.09
	YA-16	31.90	5.174	0.0240	5.30
	YA-17	4.65	44.264	0.1600	3.84
	YA-18	14.36	7.275	0.0411	5.39
蒜山	TH-1	12.72	4.017	0.0612	3.84
	TH-2	22.89	3.885	0.0493	5.72
	TH-3	19.13	4.634	0.0637	5.56
	TH-4	20.52	4.239	0.0625	5.52
	TH-5	27.74	4.137	0.0468	3.23
	TH-6	20.01	4.890	0.0720	5.05
	TH-7	46.57	4.564	0.0431	3.13
蒜山	CA-1	19.28	2.867	0.0538	4.96
	CA-2	13.07	3.327	0.1028	6.02
	CA-3	16.47	2.523	0.0781	2.90
	CA-4	21.11	2.610	0.0597	3.43
	CA-5	15.07	2.023	0.0527	8.49
	CA-6	10.75	3.446	0.0981	6.04
	CA-7	16.86	2.057	0.0733	4.12
	CA-8	28.53	3.149	0.0600	2.23
	CA-9	24.43	3.351	0.0612	6.92
	CA-10	18.14	4.103	0.0792	3.89
	CA-11	18.30	3.473	0.0737	4.32
	CA-12	22.41	3.674	0.0698	3.84
	CA-13	9.45	2.940	0.1073	2.33
	CA-14	13.39	4.369	0.1157	4.55
	CA-15	12.59	3.683	0.1090	2.91

表-2 樹高生長に対する各式のあてはめ結果

試験地	資料番号	3-PARA Gompertz 式				2-PARA Gompertz 式				1-PARA Gompertz 式			
		A	B	C	誤差率 %	A	B	C	誤差率 %	A	B	C	誤差率 %
二俣	FU-1	33.85	4.436	0.0228	7.04	20.91	4.931	0.0339	8.07	14.44	2.854	0.0339	22.96
	FU-2	25.54	5.072	0.0401	4.61	23.23	5.557	0.0453	4.74	20.27	4.316	0.0453	11.29
	FU-3	20.18	7.462	0.0674	2.46	17.76	11.656	0.0881	5.25	16.06	8.214	0.0881	13.09
	FU-4	19.18	3.404	0.0536	1.36	17.02	3.597	0.0625	2.39	15.91	3.177	0.0625	5.26
	FU-5	13.62	6.083	0.1018	3.39	13.91	5.737	0.0971	3.20	13.56	5.315	0.0971	4.07
	FU-6	11.79	5.031	0.0328	6.49	5.23	61.827	0.1275	21.90	5.44	76.078	0.1275	21.57
	FU-7	18.40	3.501	0.0323	11.19	24.97	3.306	0.0232	11.35	21.15	2.717	0.0232	13.74
	FU-8	33.78	4.425	0.0271	5.00	18.01	6.427	0.0525	10.37	16.41	5.233	0.0525	12.42
	FU-9	29.47	4.903	0.0185	5.35	8.65	11.456	0.0591	16.95	8.35	10.377	0.0591	16.63
	FU-10	14.96	4.913	0.0541	4.34	9.84	9.720	0.1007	10.26	9.01	7.346	0.1007	13.11
	FU-11	14.30	6.059	0.0937	3.33	16.48	4.889	0.0745	4.77	15.15	4.143	0.0745	8.03
	FU-12	16.63	6.343	0.0708	4.49	15.69	7.365	0.0793	4.76	14.47	5.844	0.0793	9.84
山本	YA-1	12.52	4.045	0.0397	8.82	10.48	5.102	0.0530	9.49	8.92	3.328	0.0530	17.27
	YA-2	11.66	4.367	0.0848	2.36	10.51	6.261	0.1131	5.61	10.09	5.136	0.1131	7.76
	YA-3	7.82	7.545	0.0671	5.60	6.00	42.306	0.1376	13.12	6.12	47.661	0.1376	12.86
	YA-4	18.21	5.991	0.0695	5.43	19.28	5.258	0.0620	5.46	17.09	3.888	0.0620	12.62
	YA-5	9.14	5.906	0.0968	5.08	9.69	5.119	0.0856	5.11	8.68	3.838	0.0856	11.88
	YA-6	14.53	7.551	0.0633	5.10	15.51	6.087	0.0544	5.51	14.89	5.446	0.0544	6.77
	YA-7	16.58	4.002	0.0441	2.66	16.06	4.183	0.0468	2.71	14.01	2.933	0.0468	12.79
	YA-8	14.40	9.070	0.0647	6.18	17.43	5.169	0.0429	8.82	15.21	3.813	0.0429	14.99
	YA-9	32.80	6.775	0.0269	5.36	81.21	5.701	0.0151	8.73	49.70	4.230	0.0151	19.13
	YA-10	9.01	4.818	0.0497	7.77	7.15	9.278	0.0807	11.04	6.84	7.856	0.0807	11.68
	YA-11	24.74	5.224	0.0315	1.91	20.19	5.920	0.0387	3.42	15.39	3.827	0.0387	18.85
	YA-12	11.66	3.573	0.0458	10.43	13.71	3.414	0.0382	9.98	11.76	2.799	0.0382	12.34
	YA-13	21.02	3.540	0.0320	3.41	25.70	3.412	0.0259	4.09	21.37	2.724	0.0259	10.27
	YA-14	23.10	4.274	0.0373	1.92	61.93	3.534	0.0140	12.01	39.68	2.484	0.0140	19.78
	YA-15	24.35	5.598	0.0294	5.79	42.49	4.767	0.0186	8.04	30.47	3.622	0.0186	16.13
	YA-16	26.37	5.668	0.0287	5.02	31.51	5.121	0.0240	5.45	22.79	3.449	0.0240	19.22
	YA-17	10.11	3.923	0.0383	1.43	4.14	23.285	0.1600	21.17	4.30	29.509	0.1600	20.45
	YA-18	17.66	5.777	0.0329	3.29	15.03	7.239	0.0411	4.74	12.54	4.850	0.0411	16.29
蒜山	TH-1	21.70	3.158	0.0386	6.32	15.53	3.740	0.0612	8.63	13.63	2.678	0.0612	14.10
	TH-2	17.56	2.969	0.0523	5.49	18.20	2.906	0.0493	5.19	17.21	2.590	0.0493	6.48
	TH-3	19.68	2.794	0.0471	6.31	16.61	3.189	0.0637	7.23	16.42	3.089	0.0637	6.90
	TH-4	23.64	2.987	0.0418	5.69	18.11	3.484	0.0625	7.56	16.74	2.826	0.0625	9.98
	TH-5	25.54	2.903	0.0345	5.03	19.78	3.016	0.0468	5.74	18.84	2.758	0.0468	6.33
	TH-6	25.80	3.245	0.0403	4.50	17.66	4.429	0.0720	9.78	15.99	3.260	0.0720	13.49
	TH-7	23.16	3.581	0.0519	2.43	27.19	3.406	0.0431	3.26	24.96	3.043	0.0431	5.64
蒜山	CA-1	15.86	3.301	0.0572	3.42	16.35	3.178	0.0538	3.53	13.54	1.911	0.0538	17.05
	CA-2	15.14	2.265	0.0805	4.40	14.17	2.708	0.1028	5.26	13.68	2.218	0.1028	7.03
	CA-3	13.73	2.331	0.1065	4.06	14.74	1.880	0.0781	5.29	14.37	1.682	0.0781	5.73
	CA-4	15.05	2.296	0.0811	2.62	16.77	1.986	0.0597	4.41	16.04	1.740	0.0597	5.66
	CA-5	13.72	1.850	0.0716	5.27	15.43	1.699	0.0527	5.61	14.21	1.348	0.0527	8.01
	CA-6	15.55	2.376	0.0467	2.99	11.08	3.496	0.0981	10.84	10.16	2.297	0.0981	14.76
	CA-7	13.35	2.043	0.0841	2.38	13.88	1.894	0.0733	2.75	12.84	1.371	0.0733	8.47
	CA-8	17.05	2.927	0.0713	2.12	18.13	2.606	0.0600	3.18	16.99	2.099	0.0600	7.26
	CA-9	21.42	2.822	0.0504	4.92	18.99	3.027	0.0612	5.28	16.78	2.234	0.0612	11.41
	CA-10	14.33	3.734	0.0893	2.48	14.88	3.330	0.0792	3.00	14.15	2.735	0.0792	6.70
	CA-11	15.20	3.396	0.0736	3.04	15.19	3.400	0.0737	2.85	13.64	2.316	0.0737	12.26
	CA-12	19.35	2.351	0.0408	3.12	14.95	2.960	0.0698	7.48	14.25	2.449	0.0698	8.84
	CA-13	9.26	2.212	0.0862	6.62	8.80	2.619	0.1073	6.77	8.39	1.960	0.1073	9.41
	CA-14	14.70	2.651	0.0720	4.71	12.67	3.970	0.1157	8.53	12.03	2.913	0.1157	11.17
	CA-15	14.35	2.341	0.0666	2.34	12.27	3.344	0.1090	7.60	11.63	2.456	0.1090	10.47

表-3 材積生長に対する各式のあてはめ結果

試験地	資料番号	3-PARA Gompertz 式				2-PARA Gompertz 式				1-PARA Gompertz 式			
		A	B	C	誤差率 %	A	B	C	誤差率 %	A	B	C	誤差率 %
二俣	FU-1	3635.9	14.714	0.0359	5.60	4083.7	13.926	0.0339	5.37	2975.7	11.415	0.0339	12.73
	FU-2	18017.6	15.395	0.0364	3.58	11853.8	19.871	0.0453	4.29	9835.1	17.264	0.0453	9.39
	FU-3	6202.1	19.108	0.0620	0.70	4374.2	41.476	0.0881	5.60	3833.3	32.856	0.0881	11.86
	FU-4	4685.6	14.207	0.0650	4.49	5007.0	13.622	0.0625	4.13	4547.1	12.708	0.0625	5.71
	FU-5	3520.3	14.155	0.0692	2.49	2233.0	23.679	0.0971	4.65	2047.9	21.260	0.0971	6.53
	FU-6	1060.4	11.833	0.0262	6.93	100.7	398.045	0.1275	24.66	91.0	304.312	0.1275	25.10
	FU-7	85418.6	11.756	0.0157	9.47	21150.4	12.744	0.0232	10.94	14317.8	10.870	0.0232	14.12
	FU-8	19267.3	14.408	0.0333	4.38	8019.6	25.177	0.0525	6.64	6522.3	20.930	0.0525	12.06
	FU-9	1116.2	19.616	0.0386	4.40	613.6	44.821	0.0591	6.93	575.4	41.506	0.0591	7.77
	FU-10	1310.1	14.243	0.0622	2.47	718.2	32.730	0.1007	6.22	668.5	29.384	0.1007	7.43
	FU-11	2898.2	19.802	0.0843	3.25	3505.9	16.653	0.0745	3.14	3484.4	16.574	0.0745	2.88
	FU-12	4898.4	14.397	0.0542	2.63	3085.7	27.371	0.0793	6.59	2749.7	23.375	0.0793	10.08
山本	YA-1	544.1	21.415	0.0621	3.94	628.7	15.907	0.0530	4.56	549.2	13.310	0.0530	10.49
	YA-2	603.0	18.760	0.0959	3.20	539.7	27.540	0.1131	3.86	479.3	20.544	0.1131	12.09
	YA-3	366.5	12.617	0.0433	4.38	108.7	227.263	0.1376	16.78	102.6	190.644	0.1376	16.86
	YA-4	6922.0	13.359	0.0482	1.74	4888.8	18.817	0.0620	3.81	4131.0	15.551	0.0620	10.59
	YA-5	618.2	10.391	0.0604	4.80	401.3	16.082	0.0856	6.70	387.0	15.352	0.0856	6.64
	YA-6	2704.6	19.364	0.0502	2.61	2472.5	22.490	0.0544	2.77	2409.7	21.783	0.0544	3.15
	YA-7	3252.9	10.207	0.0347	3.44	2181.2	14.200	0.0468	5.13	1863.8	11.732	0.0468	10.89
	YA-8	3691.7	14.839	0.0370	1.86	2958.4	18.107	0.0429	2.55	2481.5	15.251	0.0429	9.41
	YA-9	15229.7	28.438	0.0325	4.95	189085.0	15.640	0.0151	8.88	269444.0	16.922	0.0151	10.92
	YA-10	144.4	35.048	0.0827	3.47	146.8	32.797	0.0807	3.24	143.6	31.423	0.0807	3.57
	YA-11	13602.9	12.607	0.0222	2.98	3164.6	18.724	0.0387	6.23	2344.4	15.307	0.0387	13.62
	YA-12	336.1	19.229	0.0718	5.88	933.0	9.977	0.0382	8.56	1170.7	11.194	0.0382	10.16
	YA-13	7860.9	11.490	0.0286	3.19	9929.5	10.916	0.0259	3.19	9886.4	10.894	0.0259	3.06
	YA-14	48107.2	10.390	0.0186	2.80	121600.0	10.050	0.0140	3.70	116978.0	9.936	0.0140	3.68
	YA-15	4124.1	37.219	0.0429	8.75	31616.5	14.471	0.0186	12.44	31724.3	14.486	0.0186	11.99
	YA-16	25294.1	14.670	0.0207	3.23	16896.6	16.235	0.0240	3.48	12032.3	13.796	0.0240	12.31
	YA-17	80.8	18.684	0.0861	4.57	53.5	116.740	0.1600	9.81	53.6	118.037	0.1600	8.96
	YA-18	5043.1	13.416	0.0236	2.99	1741.0	25.873	0.0411	6.75	1291.4	19.400	0.0411	17.49
蒜山	TH-1	2540.7	7.447	0.0327	5.42	992.0	11.700	0.0612	10.05	925.1	10.713	0.0612	10.32
	TH-2	22145.9	8.587	0.0219	5.39	3145.5	11.288	0.0493	10.32	2839.0	10.361	0.0493	10.70
	TH-3	10285.3	8.150	0.0292	5.42	2710.5	14.502	0.0637	11.78	2376.9	12.357	0.0637	13.50
	TH-4	22235.5	8.801	0.0267	3.84	3940.1	15.000	0.0625	9.89	3056.8	11.303	0.0625	16.27
	TH-5	7548.4	9.776	0.0403	1.37	5794.9	10.848	0.0468	2.16	5930.8	11.033	0.0468	2.24
	TH-6	17720.5	8.645	0.0280	5.79	3444.2	19.567	0.0720	14.06	2583.1	13.039	0.0720	23.11
	TH-7	6729.0	18.001	0.0685	4.18	15472.6	11.330	0.0431	6.65	17861.1	12.171	0.0431	7.66
蒜山	CA-1	8892.4	7.125	0.0256	5.64	2582.0	10.842	0.0538	10.89	1968.7	7.645	0.0538	19.43
	CA-2	1635.9	4.996	0.0539	5.02	1060.9	10.238	0.1028	12.30	1016.0	8.873	0.1028	12.42
	CA-3	1782.2	5.081	0.0611	6.25	1507.7	6.347	0.0781	7.20	1545.7	6.727	0.0781	7.11
	CA-4	4228.6	5.767	0.0446	4.25	3016.5	6.858	0.0597	5.85	3050.5	6.961	0.0597	5.52
	CA-5	4558.9	5.324	0.0250	6.64	1272.4	5.662	0.0527	9.83	1221.7	5.394	0.0527	9.43
	CA-6	1059.3	5.619	0.0455	3.96	560.7	13.346	0.0981	14.20	490.8	9.188	0.0981	18.72
	CA-7	2312.9	4.571	0.0437	5.10	1456.0	6.326	0.0733	9.30	1362.0	5.484	0.0733	10.30
	CA-8	6507.9	7.549	0.0490	3.27	5344.6	9.321	0.0600	4.30	5006.3	8.396	0.0600	6.16
	CA-9	15298.0	7.303	0.0290	3.99	3983.8	10.576	0.0612	10.46	3429.3	8.937	0.0612	12.97
	CA-10	2029.8	9.532	0.0709	6.25	1875.5	11.254	0.0792	6.04	1850.4	10.940	0.0792	5.76
	CA-11	3322.5	7.067	0.0469	3.35	2112.7	11.323	0.0737	7.56	1896.9	9.262	0.0737	11.03
	CA-12	3963.6	8.030	0.0521	3.45	3106.0	11.742	0.0698	5.69	2836.3	9.797	0.0698	9.34
	CA-13	352.2	6.139	0.0899	1.80	329.6	8.064	0.1073	3.94	327.3	7.840	0.1073	3.81
	CA-14	1331.8	6.028	0.0591	5.15	873.5	15.978	0.1157	13.66	801.2	11.651	0.1157	16.45
	CA-15	1256.5	5.701	0.0568	5.11	828.5	13.643	0.1090	13.36	753.6	9.823	0.1090	16.72

表-4 生長因子別、あてはめ式別の誤差率総括表

	誤差率(%) 以上 未満	3-PARA Gompertz 式	2-PARA Gompertz 式	1-PARA Gompertz 式
胸 高 直 径	0-5	34(65.4%)	/	/
	5-10	18(34.6%)		
	10-15	—( — )		
	15-20	—( — )		
	20-	—( — )		
	平均	4.43		
標準偏差	1.64			
最小値	1.82			
最大値	8.83			
樹 高	0-5	29(55.8%)	16(30.8%)	1(1.9%)
	5-10	21(40.4%)	26(50.0%)	19(36.5%)
	10-15	2(3.8%)	7(13.5%)	20(38.5%)
	15-20	—( — )	1(1.9%)	9(17.3%)
	20-	—( — )	2(3.8%)	3(5.8%)
	平均	4.99	7.27	11.93
標準偏差	2.11	4.24	4.77	
最小値	1.36	2.39	4.07	
最大値	11.19	21.90	22.96	
材 積	0-5	35(67.3%)	16(30.8%)	7(13.5%)
	5-10	17(32.7%)	22(42.3%)	15(28.8%)
	10-15	—( — )	12(23.1%)	21(40.4%)
	15-20	—( — )	1(1.9%)	7(13.5%)
	20-	—( — )	1(1.9%)	2(3.8%)
	平均	4.23	7.71	10.59
標準偏差	1.71	4.32	5.08	
最小値	0.70	2.16	2.24	
最大値	9.47	24.66	25.10	

ただし、( )の数字は相対度数である。

の生長を推測するものである。本論で検討した予測能力は外的予測における能力である。すなわち、胸高直径の生長経過より他の因子の生長予測を行おうとするものである。これは逆に、樹高、材積の生長を胸高直径の生長に基づいて理解しようとするものでもある。胸高直径の測定は比較的容易であり、この胸高直径を基本としていることは、森林の調査、管理、施業という面からみて、非常に意義深い。

謝辞 本研究を行うにあたり、協力していただいた元専攻生の山口康弘君に深く感謝する。

引用文献

1. 大隅真一・石川善朗：京府大学術報告，35：49-76，1983.
2. SWEDA, T. and KOIDE, T.: J. Jap. For. Soc. 63: 113-124, 1981.
3. SWEDA, T.: Bull. Nagoya Univ. For. 7: 149-260, 1984.
4. 秋山郁男：島根大農卒論，136pp, 1981.
5. 石原匡師：島根大農卒論，121pp, 1985.
6. 箕輪光博：林統研誌，7：44-53, 1982.
7. 箕輪光博：林統研誌，10：1-24, 1985.
8. 山本充男・松村直人・鈴木太七：日林論，95：89-90, 1984.
9. 山本充男：島根大農研報，19：29-33, 1985.
10. GOMPertz, B.: Phil. Trans. Roy. Soc.: 513-585, 1825.
11. LUDIWIg, W.: Biol. Zentralbl. 49: 735-758, 1929.
12. 依田恭二：森林の生態学，331pp, 築地書館，東京 1971.
13. 山本充男・安井 鈞・秋山郁男：島根大農研報 16：48-52, 1982.
14. 山本充男・安井 鈞：島根大農研報，19：22-28, 1985.
15. 岡田泰紀：島根大農卒論，29pp, 1967.
16. 九十九剛：島根大農卒論，52pp, 1967.
17. 出田龍彰：島根大農卒論，103pp, 1972.
18. 鈴木和寿：島根大農卒論，102pp, 1972.
19. 西沢正久：森林測定，348pp, 農林出版，東京，1972.