

長短期流出両用モデルを基礎にした低水流出特性の検討

福島 晨*・田中礼次郎*

A Study of Base Flow Characteristics Based on Storage Model
for Analyzing Flood and Long Term Runoff

Akira FUKUSHIMA and Reijiro TANAKA

A practical method for numerical calculation of base flow has been developed to clarify the relation between parameters of a runoff model and characteristics of draughty discharge based on the following assumptions : (i) The parameters of storage model for analyzing flood and long term runoff are identified in an investigation basin. (ii) The recharge of delayed subsurface flow and groundwater runoff is evaluated by KWST model which is an applied model of the storage model for analyzing flood and long term runoff proposed by Kadoya and Nagai. (iii) When a rainfall is ended, the recharge of base flow is over at the same time. (iv) In the period of no rainfall, the evapotranspiration is estimated as a function of the valley storage.

A runoff cycle is divided into five stages. The first and second stages are related to rainless periods. The recharge of base flow occurs during other stages. The equations of runoff height of base flow for each stage are derived by the use of model parameters. Recession curves of base flow, which is correspond to normal recession curves, are simulated by the two identified runoff models and the characteristic values of base flow are evaluated. It is pointed out that a normal recession curve has a fluctuating tendency with years in the same way as a duration curve of river discharge.

I. ま え が き

洪水比流量に関してはクリーガー¹⁾曲線,あるいは洪水比流量研究グループによる提案式²⁾により,全国的にその地域特性を定量表示することが可能となっているが,洪水比流量の双対水文学としての渇水比流量については流域の地質特性を考慮した研究はいくつかみられるものの,全国各地域の特性を総合的に定量表現するに至っていない。

水工計画上で問題となる渇水量は個々の河川流域の流況曲線を介してその平均値,あるいは経年的変動を把握することは可能である。しかし,渇水比流量の推定問題には流量観測資料が皆無の地域が推定対象地域であったり,あるいは当該流域に流量観測資料があっても,農地開発事業などによる流域内の部分的開発に伴う渇水比流量の変化特性についての将来予測を必要とするケースがしばしば生ずる。現在,このような場合に対処しうる

合理的な手法は確立されていない。

こうした渇水比流量の問題に対し,各種の流出モデルを利用し,流出モデル定数と渇水比流量特性とを関連づける手法が一つのアプローチとして考えられる。その際,数多くある流出モデルのうち,最近,角屋・永井^{3),4)}によって提案された長短期流出両用モデルの利用がより有用な情報を提供するものと期待される。長短期流出両用モデルは基本的には洪水流出量予測問題へのアプローチを意図して開発された流出モデルであるが,短期流出,長期流出と現象,解析目的別に使い分けられてきた従来の流出解析手法を改良,統合した画期的な流出モデルとして位置づけられるものである。そして,本流出モデルはいくつの特長を有しているが,特に Horton 型の浸透能式が組み込まれているモデル構造となっていることにより,補給能モデルと等価な低水流出解析を可能とした点は本流出モデルの最大の特長といえる。事実,実流域での応用例からも,十分満足できる流出モデルであることが実証されており,その実用的利用価値は高い

* 農業水工学研究室

といえる。

そこで、本報では渇水比流量の地域特性を吟味するための基礎的知見を得ることを基本目的としながら、角屋・永井法の長短期流出両用モデルないし、角屋・永井法の長短期流出両用モデルを応用した KWST モデルが解析対象流域で最適同定されたことを前提に、これら流出モデルのモデル定数と低水流出高曲線との関係について若干の検討を試みることにする。

II. 長短期流出両用モデルおよび KWST モデル

角屋・永井が開発提案した長短期流出両用モデル LST-II⁴⁾ は図-1 に示すように3段タンクで構成されており、1段目は上層と下層に分かれている。

第1～3段目タンクの連続の式は次式で与えられている。

$$\frac{dS_1}{dt} = r_a - f - Q_1 - Q_2 \quad \dots\dots(1)$$

$$\frac{dS_2}{dt} = f - Q_3 - g_1 \quad \dots\dots(2)$$

$$\frac{dS_3}{dt} = g_1 - Q_4 - g_2 \quad \dots\dots(3)$$

$$\frac{dS_4}{dt} = g_2 - Q_5 \quad \dots\dots(4)$$

ここに、 $S_1 \sim S_4$: 貯留量 (mm), r_a : 降雨遮断効果を受けた後の降雨強度 (mm/h), f : 浸透強度 (mm/h), $g_1 \sim g_2$: 下段タンクへの供給量 (mm/h), $Q_1 \sim Q_5$: 各流出成分に対応する流出高 (mm/h) で Q_1 は表面流出, Q_2 は早い中間流出, Q_3 は遅い中間流出, Q_4, Q_5 は地下水流出を表わしている。

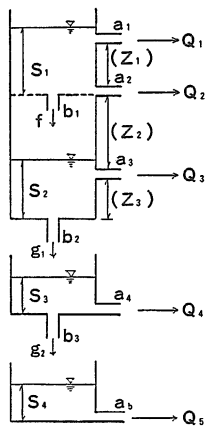


図-1 長短期流出両用モデル (角屋・永井法, LST-II)

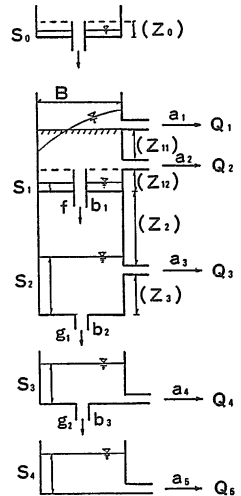


図-2 集中型 KWST モデル

Q, g は貯留量が孔の高さを越える場合にのみ流出があるものとするが、 f は下層の空容量に比例すると仮定し、それぞれ以下のような式で表示されている。

$$Q_1 = A_1(S_1 - z_1)^m, \quad m = 5/3 \quad \dots\dots(5)$$

$$Q_2 = A_2 S_1 \quad \dots\dots(6) \quad Q_3 = A_3(S_2 - z_3) \quad \dots\dots(7)$$

$$Q_4 = A_4 S_3 \quad \dots\dots(8) \quad Q_5 = A_5 S_4 \quad \dots\dots(9)$$

$$f = B_1(z_2 + z_3 - S_2) \quad \dots\dots(10)$$

$$g_1 = B_2 S_2 \quad \dots\dots(11) \quad g_2 = B_3 S_3 \quad \dots\dots(12)$$

ここに、 A_1 : 定数 ($\text{mm}^{-3/5} \cdot \text{h}^{-1}$), $A_2 \sim A_5$: 定数 (h^{-1}), $B_1 \sim B_3$: 定数 (h^{-1}), $z_1 \sim z_3$: 流出孔の高さ (mm) である。

なお、速い中間流に相当する (6) 式は $S_1 > z_1$ にも適用し、中間流出量最大値は想定されていない。

計算の単位時間 Δt は洪水時と低水時とで適宜選択できるが、低水流出計算のときは通常 $\Delta t = 24$ 時間としている。計算値を日単位で表示するときは、当然のことながら (1)～(12) 式中の降雨強度、流出高、浸透高等の単位は mm/d に、また定数 A_1 は $\text{mm}^{-3/5} \cdot \text{d}^{-1}$, 定数 $A_2 \sim A_5, B_1 \sim B_3$ は d^{-1} に変わる。

また蒸発散に伴う貯留量の減少強度 E には次式が採用されている。

$$E = \alpha_0 E_{\text{pan}} = E_1 + E_2 + E_3 \quad \dots\dots(13)$$

$$E_1 = \gamma \theta E, \quad E_2 = (1 - \gamma) E, \quad E_3 = \gamma(1 - \theta) E \quad \dots\dots(14-1)$$

$$\left. \begin{aligned} \theta &= 1; S_1 > 0 \text{ or } S_2 \geq z_3 \\ &= S_2/z_3; S_1 = 0 \text{ and } S_2 < z_3 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(14-2)$$

ここに、 E_{pan} は計器総蒸発量を各月の日数で割った月平均蒸発強度、 γ : 蒸発散量の第1段目タンク上層部への振り分け比で角屋らの京都市カマ谷流域での検討結果では $\gamma = 0.6$ が最良とされている。 α_0 は係数で通常 $\alpha_0 = 1$ として計算される。

さらに、次式の形で樹木等による降雨遮断を考え、流域平均降雨量より降雨遮断量を差し引いた雨量を第1段目タンク上層部に入力するように配慮されている⁴⁾。

$$I = (z_0 - S_{00}) \{1 - \exp(-R/z_0)\} \quad \dots\dots(15)$$

ここに、 I : 降雨遮断可能量 (mm), R : 累加雨量 (mm), z_0 : 最大遮断量 (mm), S_{00} : 初期貯留量 (mm)。

また、図-2 に示す KWST モデルは角屋・永井法の長短期流出両用モデルを応用した流出モデルである。すなわち、図-1 に示す角屋・永井法の長短期流出両用モデルにおいて、(15) 式で表わされる樹木等による降雨遮断効果、および第1段タンク下層部、第2～3段タンクはそのまま利用し、表面流、速い中間流に相当する斜面流には、洪水流出解析における代表的モデルと目されている雨水流モデルを適用しようとする流出モデルである。

なお、本流出モデルによる流出解析に際しての斜面流

への有効降雨算定法は、従来のように、保留量曲線を介して算定する手法とは異なり、長短期流出両用モデルに組み込まれているモデル構造を利用し、斜面流を形成する有効降雨を自動的に算定する方式となっている。

その算定手順を要約すると、以下のとおりである。

- i) 降雨遮断を(15)式の形で考え、降雨遮断効果を受けた後の降雨量 r_a を算定する。
- ii) 次に、第1段タンク上層部の貯留水深 S_1 の上限を図一2に示すように z_{12} とし、 r_a より地表面凹地貯留量を差し引いた後の降雨量 r_e を算定する。
- iii) 第1段タンク下層への浸透能 f を(16)式より算定し、前述の r_e と大小関係と比較することにより、斜面流への有効降雨 r_s を求める。

$$f = B_1(z_2 + z_3 - S_2) = \frac{\alpha}{B} b_1(z_2 + z_3 - S_2) \quad \dots\dots(16)$$

ここに、 f : 浸透能 (mm/h), B_1 : 角屋・永井法の定数, z_2, z_3 : 流出孔の高さ (mm), S_2 : 第1段タンク下層部の貯留量 (mm), B : 平均斜面長 (m), α : 換算係数で計算単位時間を Δt 秒としたとき, $\alpha = \Delta t \times 10^{-2}$, b_1 : 鉛直方向の浸透量を規定する定数 (cm/s), ここで、 f の値を mm/h で表示するときは $\alpha = 36$, また mm/d で表示する場合は $\alpha = 864$ となる。

こうした斜面流への有効降雨算定法を利用することにより、同時に遅い中間流、地下水流に関与する降雨分の時間的変化も自動的に算定可能となる。すなわち、上述の計算手順 iii) において、 $(r_e - r_s)$ の値が第1段タンク下層部への補給高 f_g となる。

なお、図一1に示す長短期流出両用モデルの場合、降雨が終了しても、第1段タンク上層部の貯留量が正である限り、下層部へ補給は継続するのに対し、図一2に示す集中型 KWST モデルでは、降雨終了とともに第1段タンク下層部への補給高 f_g は零となるモデル構造および計算方式が採用されている。

III. 流出モデル定数と低水流出高曲線との関係

河川流域の雨水流出過程において、自然低減曲線は次のように定義されている。⁶⁾

「降雨が終了したあと若干の時間が経つと、河川流量は低減する。特に、土壌水分やそれまでに流域に貯留された水のみによって、河川水が涵養されているときの流量曲線を自然低減曲線と呼ぶ」。

この自然低減曲線は河川流域の降雨特性のみならず、流域面積、流域地形、地被、地質等の流域特性に支配され、流域固有の性状を示し、この期間の流量は遅い中間流出および地下流出の両流出成分で形成されているもの

と解されている。

ここでは、前述の長短期流出両用モデル、ないし KWST モデルが解析対象流域で最適同定されたことを前提として、i) これら流出モデル定数を利用した降雨終了後の遅い中間流、および地下水流についての流出高低減曲線の推定法、および、ii) KWST モデルにおいて第1段タンク上層より下層への補給高がある場合の遅い中間流、および地下水流で形成される低水流出高曲線の推定法を検討することにする。

1. 計算基礎式

角屋・永井法の長短期流出両用モデルおよび集中型 KWST モデルによる第1段タンク下層部～第3段タンクを用いると連続の式、流出高、浸透高は次式で与えられる。また蒸発散量については新たな評価法を組み入れることにする。

(1) 連続の式

$$\frac{dS_2}{dt} = f_g - Q_3 - g_1 - E_1 \quad \dots\dots(17)$$

$$\frac{dS_3}{dt} = g_1 - Q_4 - g_2 - E_2 \quad \dots\dots(18)$$

$$\frac{dS_4}{dt} = g_2 - Q_5 - E_3 \quad \dots\dots(19)$$

ここに、 t : 時間 (d), $S_2 \sim S_4$: 第1段タンク下層～第3段タンクの貯留量 (mm), $Q_3 \sim Q_5$: 流出成分で、 Q_3 は遅い中間流出高 (mm/d), Q_4 と Q_5 は地下水流出高 (mm/d), f_g : 第1段タンク上層部よりの補給高 (mm/d) で、KWST モデルを用いて算定するものとする。
 g_1, g_2 : 下段タンクへの供給量 (mm/d), $E_1 \sim E_3$: 蒸発散に伴う各段タンク貯留量の減少強度 (mm/d)。

(2) 流出高、浸透高

$$Q_3 = A_3(S_2 - z_3) = \alpha_1 a_3(S_2 - z_3), \text{ (for } S_2 \geq z_3) \dots\dots(20)$$

$$Q_4 = A_4 S_3 = \alpha_1 a_4 S_3 \dots\dots(21) \quad Q_5 = A_5 S_4 = \alpha_1 a_5 S_4 \dots\dots(22)$$

$$g_1 = B_2 S_2 = \alpha_1 b_2 S_2 \dots\dots(23) \quad g_2 = B_3 S_3 = \alpha_1 b_3 S_3 \dots\dots(24)$$

ここに、 $A_3 \sim A_5, B_2 \sim B_3$: 角屋・永井法の定数 (d^{-1}), a_3 : 遅い中間流を規定する定数 (cm/s), a_4, a_5 : 地下水流を規定する定数 (cm/s), b_2, b_3 : 鉛直方向の浸透量を規定する定数 (cm/s), $S_2 \sim S_4$: 第1段タンク下層部～第3段タンクの貯留量 (mm), $\alpha_1 = \alpha/B$, B : 平均斜面長 (m), α : 換算係数で各変量に上述のような単位を用いると、 $\alpha = 864$ となる。なお、補給高 f_g は(16)式の f (mm/d) で与える場合、および一定値 f_0 (mm/d) で与えられる場合を考えることにする。

(3) 蒸発散量

蒸発散量 E_i (mm/d) に関しては石原・小葉竹の研究⁷⁾、および角屋・永井の長短期流出両用モデルにおける手法⁴⁾を利用し、次式の形式で算定することにする。

$$E_t = E_1 + E_2 + E_3 \quad \dots\dots(25)$$

$$E_1 = E_0 - E_c, \text{ (for } S_1 \geq 0 \text{ and } S_2 \geq z_3) \quad \dots\dots(26-1)$$

$$= \frac{S_2}{z_3}(E_0 - E_c), \text{ (for } S_1 = 0 \text{ and } 0 \leq S_2 \leq z_3) \quad \dots\dots(26-2)$$

$$E_2 = \gamma_1 E_c, \text{ (for } S_3 > 0) \quad \dots\dots(27)$$

$$E_3 = (1 - \gamma_1) E_c, \text{ (for } S_4 > 0) \quad \dots\dots(28)$$

ここに、 E_t : 時刻 t における蒸発散強度 (mm/d),
 E_c : 最終蒸発散強度 (mm/d), γ_1 : 最終蒸発散量 E_c の第2段タンクへの配分比で、ここでは $\gamma_1 = 0.6$ と仮定する、 S_1 : 第1段タンク上層部の貯留量 (mm).

第1段タンク下層の貯留量 S_2 と蒸発散量 E_1 との関係を図示すると図-3のようになる。なお、図中の記号 S_{2u} は S_2 の上限値である。

2. 流出サイクルの区分と低水流出高の計算条件

流出サイクルについては一般に次のように説明されている。³⁾ 「一連の降雨に対して河川流域で観測される一連のハイドログラフにおいて、表面流出と速い中間流出を含む直接流出の終了点ごとに区切った各期間は直接流出に関する1つのサイクルを形成している。すなわち、流出の1サイクルの時間長は、時間軸でとなりあった二つの直接流出分の終了時の時間間隔とする。このように、一連の降雨ごとに主として直接流出を対象とするときを短期流出といい、これは1サイクルの現象であり、季節あるいは1年ごとに表面流出、速い中間流出、遅い中間流出、地下水流出の全部の流出を対象とするときを長期流出といい、これを多段サイクルの現象という。」

低水流出解析では多段流出サイクルを解析対象として長期流出特性を吟味することになる。

ここでは、角屋・永井法の長短期流出両用モデルないし KWST モデルの第1段タンク下層部、第2~3段タンクよりの流出高 Q_3, Q_4, Q_5 を解析対象としている。この場合、第1段タンク下層部の貯留量 S_2 と第1段タンク下層部の流出孔の高さ z_3 との相対的關係で定まる遅い中間流出成分の有無、第1段タンク上層部より

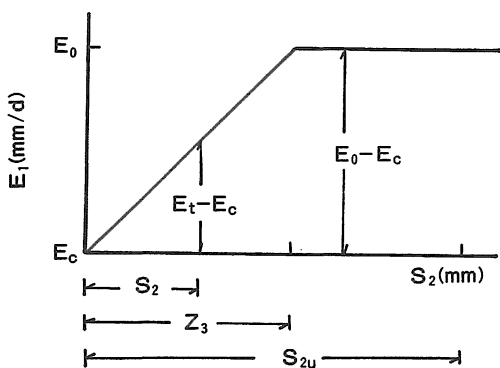


図-3 貯留量 S_2 と蒸発散量 E_1 との関係

の補給高 f_g の有無により、表-1に示すような5つのステージが考えられる。そして、各ステージよりの遷移パターンは8または10ケースとなる。すなわち、第1段タンク上層部よりの補給高 f_g が(16)式の f で与えられる場合は、図-4に示すように8ケース、 f_g が一定値 f_0 で与えられる場合はさらにステージ $4 \rightarrow 3$ 、ステージ $5 \rightarrow 4$ の遷移が加わり10ケースとなる。

なお、ここで t_0 : 補給高 f_g の終了時刻、 t_* : 補給高 $f_g = 0$ で、かつ $S_2 = z_3$ となる時刻、またはステージ $1 \rightarrow 2$ への遷移時刻、 t_s : 補給高 f_g の開始時刻、 t_{**} : $f_g \neq 0$ で、かつ $S_2 = z_3$ となる時刻、あるいは、ステージ $1 \rightarrow 4$ 、またはステージ $3 \rightarrow 4$ への遷移時刻、 t_u : $S_2 = S_{2u}$ となる時刻 (S_{2u} は S_2 の上限値) と定義する。

またステージ1, 2における蒸発散量の算定法として i) (25)~(28)式の E_t で評価する場合、ii) 角屋・永井法の長短期流出両用モデルで採用されている(13)~(14-2)式の E で評価する場合の2通り、さらにステージ3, 4, 5の補給高 f_g として i) (16)式で評価される f 値を入力する場合、ii) 一定値 f_0 を入力する場合の2通りを考えることにする。なお、ステージ3, 4, 5では蒸発散量は零とする。したがって、表-2に示すように、4ケースの計算条件が考えられることになる。

表-1 流出サイクルの区分

ステージ	時刻 t (d)	貯留量 S_2 (S_2 (mm))	遅い中間流出高 Q_3 (mm/d)	補給高 f_g (mm/d)	蒸発散量 E_t, E (mm/d)
1	$t_0 \leq t \leq t_*$	$z_3 \leq S_2 \leq S_{2u}$	有	無	有
2	$t_* \leq t \leq t_s$	$0 \leq S_2 \leq z_3$	無	無	有
3	$t_s \leq t \leq t_{**}$	$0 \leq S_2 \leq z_3$	無	有	無
4	$t_{**} \leq t \leq t_u$	$z_3 \leq S_2 \leq S_{2u}$	有	有	無
5	$t_u \leq t \leq t_0$	$S_2 = S_{2u}$	有	有	無

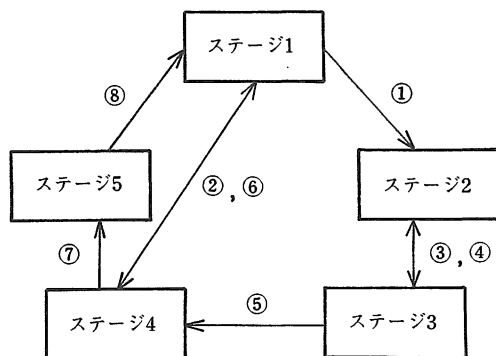


図-4 流出サイクルの区分と各ステージの遷移パターン

3. 流出モデルの各段タンク貯留量の時間的变化

前述の(13), (14), および(16)~(28)式の関係を用いると, 各ステージにおける流出モデルの各段タンク貯留量 S_2, S_3, S_4 に関し, 次式が得られる.

(1) 計算条件 I の場合

i) ステージ 1 ($t_0 \leq t \leq t_*$, $z_3 \leq S_2 \leq S_{2u}$, $f_g=0, E_t \neq 0$)
 $S_2 = (S_{20} - \zeta_0) \exp\{-\lambda_0(t-t_0)\} + \zeta_0$ (29)

$S_3 = -\zeta_1 \exp\{-\lambda_0(t-t_0)\} + (S_{30} + \zeta_1 - \zeta_2 + \zeta_3)$
 $\cdot \exp\{-\lambda_2(t-t_0)\} + \zeta_2 - \zeta_3$ (30)

$S_4 = \zeta_1 \zeta_4 \exp\{-\lambda_0(t-t_0)\} - \zeta_5(S_{30} + \zeta_1 - \zeta_2 + \zeta_3)$
 $\cdot \exp\{-\lambda_2(t-t_0)\} + \{S_{40} - \zeta_1 \zeta_4 + \zeta_5(S_{30} + \zeta_1 - \zeta_2 + \zeta_3) - \zeta_6(\zeta_2 - \zeta_3) + \zeta_7\} \exp\{-\lambda_3(t-t_0)\}$
 $+ \zeta_6(\zeta_2 - \zeta_3) - \zeta_7$ (31)

ii) ステージ 2 ($t_* \leq t \leq t_s$, $0 \leq S_2 \leq z_3$, $f_g=0, E_t \neq 0$)
 $S_2 = S_{2*} \exp\{-\lambda_1(t-t_*)\}$ (32)

$S_3 = -\zeta_8 \exp\{-\lambda_1(t-t_*)\} + (S_{3*} + \zeta_8 + \zeta_3)$
 $\cdot \exp\{-\lambda_2(t-t_*)\} - \zeta_3$ (33)

$S_4 = \zeta_8 \zeta_9 \exp\{-\lambda_1(t-t_*)\} - \zeta_5(S_{3*} + \zeta_8 + \zeta_3)$
 $\cdot \exp\{-\lambda_2(t-t_*)\} + \{S_{4*} - \zeta_8 \zeta_9 + \zeta_5(S_{3*} + \zeta_8 + \zeta_3) + \zeta_3 \zeta_6 + \zeta_7\} \exp\{-\lambda_3(t-t_*)\} - \zeta_3 \zeta_6 - \zeta_7$ (34)

iii) ステージ 3 ($t_s \leq t \leq t_{**}$, $0 \leq S_2 \leq z_3$, $f_g=f, E_t=0$)
 $S_2 = (S_{201} - \zeta_{10}) \exp\{-\lambda_4(t-t_s)\} + \zeta_{10}$ (35)

$S_3 = -\zeta_{11} \exp\{-\lambda_4(t-t_s)\} + (S_{301} + \zeta_{11} - \zeta_{12})$
 $\cdot \exp\{-\lambda_2(t-t_s)\} + \zeta_{12}$ (36)

$S_4 = \zeta_{11} \zeta_{13} \exp\{-\lambda_4(t-t_s)\} - \zeta_5(S_{301} + \zeta_{11} - \zeta_{12})$
 $\cdot \exp\{-\lambda_2(t-t_s)\} + \{S_{401} - \zeta_{11} \zeta_{13} + \zeta_5(S_{301} + \zeta_{11} - \zeta_{12}) - \zeta_6 \zeta_{12}\} \exp\{-\lambda_3(t-t_s)\} + \zeta_6 \zeta_{12}$ (37)

iv) ステージ 4 ($t_{**} \leq t \leq t_u$, $z_3 \leq S_2 \leq S_{2u}$, $f_g=f, E_t=0$)
 $S_2 = (S_{202} - S_{2u}) \exp\{-\lambda_5(t-t_{**})\} + S_{2u}$ (38)

$S_3 = -\zeta_{14} \exp\{-\lambda_5(t-t_{**})\} + (S_{302} + \zeta_{14} - \zeta_{15})$
 $\cdot \exp\{-\lambda_2(t-t_{**})\} + \zeta_{15}$ (39)

$S_4 = \zeta_{14} \zeta_{16} \exp\{-\lambda_5(t-t_{**})\} - \zeta_5(S_{302} + \zeta_{14} - \zeta_{15})$
 $\cdot \exp\{-\lambda_2(t-t_{**})\} + \{S_{402} - \zeta_{14} \zeta_{16} + \zeta_5(S_{302} + \zeta_{14} - \zeta_{15}) - \zeta_6 \zeta_{15}\} \exp\{-\lambda_3(t-t_{**})\}$

$+ \zeta_6 \zeta_{15}$ (40)

v) ステージ 5 ($t_u \leq t \leq t_0$, $S_2 = S_{2u}$, $f_g=f_c, E_t=0$)

$S_2 = S_{2u} = \{b_1(z_2 + z_3) + a_3 z_3\} / (a_3 + b_1 + b_2)$ (41)

$S_3 = (S_{303} - \zeta_{15}) \exp\{-\lambda_2(t-t_u)\} + \zeta_{15}$ (42)

$S_4 = \zeta_{17} \exp\{-\lambda_2(t-t_u)\} + \{S_{403} - \zeta_6 \zeta_{15} - \zeta_{17}\}$
 $\cdot \exp\{-\lambda_3(t-t_u)\} + \zeta_6 \zeta_{15}$ (43)

ここに, $\lambda_0 = \alpha_1(a_3 + b_2)$, $\lambda_1 = \alpha_1 b_2 + \frac{E_0 - E_c}{z_3}$, $\lambda_2 = \alpha_1$

$(a_4 + b_3)$, $\lambda_3 = \alpha_1 a_5$, $\lambda_4 = \alpha_1(b_1 + b_2)$, $\lambda_5 = \alpha_1(a_3 + b_1 + b_2)$, $\zeta_0 = \frac{\alpha_1 a_3 z_3 - E_0 + E_c}{\lambda_0}$, $\zeta_1 = \frac{\alpha_1 b_2(S_{20} - \zeta_0)}{\lambda_0 - \lambda_2}$,

$\zeta_2 = \frac{\alpha_1 b_2 \zeta_0}{\lambda_2}$, $\zeta_3 = \frac{\gamma_1 E_c}{\lambda_0 - \lambda_3}$, $\zeta_4 = \frac{\alpha_1 b_3}{\lambda_0 - \lambda_2}$, $\zeta_5 = \frac{\alpha_1 b_3}{\lambda_2 - \lambda_3}$,

$\zeta_6 = \frac{\alpha_1 b_3}{\lambda_3}$, $\zeta_7 = \frac{(1 - \gamma_1) E_c}{\lambda_3}$, $\zeta_8 = \frac{\alpha_1 b_2 S_{2*}}{\lambda_1 - \lambda_2}$, $\zeta_9 = \frac{\alpha_1 b_3}{\lambda_1 - \lambda_3}$,

$\zeta_{10} = \frac{\alpha_1 b_1(z_2 + z_3)}{\lambda_4}$, $\zeta_{11} = \frac{\alpha_1 b_2(S_{201} - \zeta_{10})}{\lambda_4 - \lambda_2}$, $\zeta_{12} = \frac{\alpha_1 b_2 \zeta_{10}}{\lambda_2}$,

$\zeta_{13} = \frac{\alpha_1 b_3}{\lambda_4 - \lambda_3}$, $\zeta_{14} = \frac{\alpha_1 b_2(S_{202} - S_{2u})}{\lambda_5 - \lambda_2}$, $\zeta_{15} = \frac{\alpha_1 b_2 S_{2u}}{\lambda_2}$,

$\zeta_{16} = \frac{\alpha_1 b_3}{\lambda_5 - \lambda_3}$, $\zeta_{17} = \frac{\alpha_1 b_3(\zeta_{15} - S_{303})}{\lambda_2 - \lambda_3}$, $\alpha_1 = \frac{\alpha}{B}$, $\alpha = 864$ である.

また, $S_{201}, S_{301}, S_{401}$: それぞれ $t=t_s$ での S_2, S_3, S_4 の値, $S_{202}, S_{302}, S_{402}$: それぞれ, $t=t_{**}$ での S_2, S_3, S_4 の値, $S_{203}, S_{303}, S_{403}$: それぞれ, $t=t_u$ での S_2, S_3, S_4 の値である.

計算時間 t は日単位とし, t_0 は降雨終了時刻 (d), t_* は第 1 段タンク下層の貯留量 S_2 が z_3 に等しくなる時刻 (d) で, 次式で与えられる.

$t_* = t_0 - \frac{1}{\lambda_0} \ln\left(\frac{z_3 - \zeta_0}{S_{20} - \zeta_0}\right)$ (44)

また, S_{20}, S_{30}, S_{40} はそれぞれ $t=t_0$ における各段タインの貯留量 S_2, S_3, S_4 (mm) の値であり, S_{2*}, S_{3*}, S_{4*} はそれぞれ $t=t_*$ における各段タンクの貯留量 (mm) である. S_{2*}, S_{3*}, S_{4*} の値はそれぞれ(29), (30), (31)式において $t=t_*$ とすることによって算定される. なお, 上述の $\zeta_0, \zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_7, \zeta_8, \zeta_{10}, \zeta_{11}, \zeta_{12}, \zeta_{13}, \zeta_{14}, \zeta_{15}, \zeta_{17}$ の単位は mm であり, $\zeta_4, \zeta_5, \zeta_6, \zeta_9$,

表-2 低水流出高の計算条件

ステージ	時刻 t	貯留量 S_2	計 算 条 件							
			I		II		III		IV	
			補給高	蒸発散量	補給高	蒸発散量	補給高	蒸発散量	補給高	蒸発散量
1	$t_0 \leq t \leq t_*$	$z_3 \leq S_2 \leq S_{2u}$	$f_g=0$	$E_t \neq 0$	$f_g=0$	$E_t \neq 0$	$f_g=0$	$E \neq 0$	$f_g=0$	$E \neq 0$
2	$t_* \leq t \leq t_s$	$0 \leq S_2 \leq z_3$	$f_g=0$	$E_t \neq 0$	$f_g=0$	$E_t \neq 0$	$f_g=0$	$E \neq 0$	$f_g=0$	$E \neq 0$
3	$t_s \leq t \leq t_{**}$	$0 \leq S_2 \leq z_3$	$f_g=f$	$E_t=0$	$f_g=f_0$	$E_t=0$	$f_g=f$	$E=0$	$f_g=f_0$	$E=0$
4	$t_{**} \leq t \leq t_u$	$z_3 \leq S_2 \leq S_{2u}$	$f_g=f$	$E_t=0$	$f_g=f_0$	$E_t=0$	$f_g=f$	$E=0$	$f_g=f_0$	$E=0$
5	$t_u \leq t \leq t_0$	$S_2 = S_{2u}$	$f_g=f_c$	$E_t=0$	$f_g=f_c$	$E_t=0$	$f_g=f$	$E=0$	$f_g=f_c$	$E=0$

ζ_{16} は無次元量である。また、 $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$ の単位は d^{-1} である。

降雨時、第1段タンク上層より浸透量 f があるときには、蒸発散量は零とすると、 S_2 の上限値 S_{2u} は次式で与えられる。

$$S_{2u} = \frac{f_u - f_c}{\alpha_1 b_1} \quad \dots\dots (45)$$

ここに、 $f_u = \alpha_1 b_1 (z_2 + z_3)$,

$$f_c = \frac{\alpha_1 \{b_1 b_2 (z_2 + z_3) + a_3 b_1 z_2\}}{a_3 + b_1 + b_2}$$

したがって、第1段タンク下層部より第2段タンクへの供給量 g_1 の上限値 g_{1u} は $g_{1u} = \alpha_1 b_2 S_{2u}$ で与えられる。そこで、この g_{1u} を(18)式に代入し、 $dS_3/dt=0$ となる S_3 を求めると、 S_3 の上限値 S_{3u} として次式が得られる。ただし、この場合は蒸発散量を考慮するものとする。

$$S_{3u} = \frac{1}{\alpha_1 (a_4 + b_3)} \left\{ \frac{b_2 (f_u - f_c)}{b_1} - \gamma_1 E_c \right\} \quad \dots\dots (46)$$

同様に、 S_4 の上限値 S_{4u} は次式で与えられる。

$$S_{4u} = \frac{1}{\alpha_1 a_6 (a_4 + b_3)} \left\{ \frac{b_3}{b_1} \left[\frac{b_2 (f_u - f_c)}{b_1} - \gamma_1 E_c \right] - (1 - \gamma_1) E_c \right\} \quad \dots\dots (47)$$

これらの結果より、 S_{20}, S_{30}, S_{40} の上限値はそれぞれ S_{2u}, S_{3u}, S_{4u} で与えられることになる。

(2) 計算条件 II の場合

この場合、ステージ 1, 2, 5 の貯留量 S_2, S_3, S_4 に関する時間的変化は計算条件 I と同一で、それぞれ(29)~(31), (32)~(34), (41)~(43)式で与えられる。したがって、本計算条件のステージ 3, 4 のみについて、貯留量 S_2, S_3, S_4 に関する式を示すと以下のようになる。

i) ステージ 3 ($t_s \leq t \leq t_{**}, 0 \leq S_2 \leq z_3, f_g = f_0, E_c = 0$)

$$S_2 = (S_{201} - \zeta_{18}) \exp \{-\lambda_6 (t - t_s)\} + \zeta_{18} \quad \dots\dots (48)$$

$$S_3 = -\zeta_{19} \exp \{-\lambda_6 (t - t_s)\} + (S_{301} + \zeta_{19} - \zeta_{20}) \cdot \exp \{-\lambda_2 (t - t_s)\} + \zeta_{20} \quad \dots\dots (49)$$

$$S_4 = \zeta_{19} \zeta_{21} \exp \{-\lambda_6 (t - t_s)\} - \zeta_5 (S_{301} + \zeta_{19} - \zeta_{20}) \cdot \exp \{-\lambda_2 (t - t_s)\} + \{S_{401} - \zeta_{19} \zeta_{21} + \zeta_5 (S_{301} + \zeta_{19} - \zeta_{20}) - \zeta_6 \zeta_{20}\} \exp \{-\lambda_3 (t - t_s)\} + \zeta_6 \zeta_{20} \quad \dots\dots (50)$$

ii) ステージ 4 ($t_{**} \leq t \leq t_u, z_3 \leq S_2 \leq S_{2u}, f_g = f_0, E_c = 0$)

$$S_2 = (S_{202} - \zeta_{22}) \exp \{-\lambda_0 (t - t_{**})\} + \zeta_{22} \quad \dots\dots (51)$$

$$S_3 = -\zeta_{23} \exp \{-\lambda_0 (t - t_{**})\} + (S_{302} + \zeta_{23} - \zeta_{24}) \cdot \exp \{-\lambda_2 (t - t_{**})\} + \zeta_{24} \quad \dots\dots (52)$$

$$S_4 = \zeta_{23} \zeta_{25} \exp \{-\lambda_0 (t - t_{**})\} - \zeta_5 (S_{302} + \zeta_{23} - \zeta_{24}) \cdot \exp \{-\lambda_2 (t - t_{**})\} + \{S_{402} - \zeta_{23} \zeta_{25} + \zeta_5 (S_{302} + \zeta_{23} - \zeta_{24}) - \zeta_6 \zeta_{24}\} \cdot \exp \{-\lambda_3 (t - t_{**})\} + \zeta_6 \zeta_{24} \quad \dots\dots (53)$$

ここに、 $\lambda_6 = \alpha_1 b_2, \zeta_{18} = \frac{f_0}{\lambda_6}, \zeta_{19} = \frac{\alpha_1 b_2 (S_{201} - \zeta_{18})}{\lambda_6 - \lambda_2}$

$$\zeta_{20} = \frac{\alpha_1 b_2 \zeta_{18}}{\lambda_2}, \zeta_{21} = \frac{\alpha_1 b_3}{\lambda_6 - \lambda_3}, \zeta_{22} = \frac{f_0 + \alpha_1 a_3 z_3}{\lambda_0},$$

$$\zeta_{23} = \frac{\alpha_1 b_2 (S_{202} - \zeta_{22})}{\lambda_0 - \lambda_2}, \zeta_{24} = \frac{\alpha_1 b_2 \zeta_{22}}{\lambda_2}, \zeta_{25} = \frac{\alpha_1 b_3}{\lambda_0 - \lambda_3} \text{ である。}$$

なお、 λ_6 の単位は d^{-1} であり、 $\zeta_{18}, \zeta_{19}, \zeta_{20}, \zeta_{22}, \zeta_{23}, \zeta_{24}$ の単位は mm であり、 ζ_{21}, ζ_{25} は無次元量である。

またステージ 3, 4 のそれぞれの上限時刻 t_{**}, t_u はそれぞれ次式で与えられる。

$$t_{**} = t_s - \frac{1}{\lambda_6} \ln \left(\frac{z_3 - \zeta_{18}}{S_{201} - \zeta_{18}} \right) \quad \dots\dots (54)$$

$$t_u = t_{**} - \frac{1}{\lambda_0} \ln \left(\frac{S_{202} - \zeta_{22}}{S_{202} - \zeta_{22}} \right) \quad \dots\dots (55)$$

ただし、計算条件 II の場合、補給高 f_0 の値いかんにより、ステージ 3 では S_2 が z_3 に、ステージ 4 では S_2 が S_{2u} に増大するとは限らない。ステージ 3 においては、 $z_3 > \zeta_{18}$ の場合、 t_{**} は次式の t_{**} で置換されるものとする。

$$t_{**} = t_s - \frac{1}{\lambda_6} \ln \left(\frac{S_{20*}}{S_{201} - \zeta_{18}} \right) \quad \dots\dots (56)$$

また、ステージ 4 については、 $\zeta_{22} < S_{2u}$ のとき t_u は次式の t_u または t_u'' で置き換えられる。

$$t_u' = t_{**} - \frac{1}{\lambda_0} \ln \left(\frac{S_{20*}}{S_{202} - \zeta_{22}} \right), \quad \left(\text{for } f_0 \geq \alpha_1 b_2 z_3 \right) \quad \dots\dots (57)$$

$$t_u'' = t_{**} - \frac{1}{\lambda_0} \ln \left(\frac{z_3 - \zeta_{22}}{S_{202} - \zeta_{22}} \right), \quad \left(\text{for } f_0 < \alpha_1 b_2 z_3 \right) \quad \dots\dots (58)$$

ここに、 $S_{20*} = S_2 - \zeta_{18} = S_2 - \zeta_{22} \doteq 0.0$ とする微小値で、実際の数値計算においては $S_{20*} = 0.01$ とすれば十分であろう。

そして、 $f_0 \geq \alpha_1 t_2 z_3$ のとき、時刻 $t = t_u'$ で $S_2 = \zeta_{22}$ となり、 $f_0 < \alpha_1 b_2 z_3$ のとき、時刻 $t = t_u''$ で $S_2 = z_3$ となる。

(3) 計算条件 III の場合

この場合、ステージ 3, 4, 5 の貯留量 S_2, S_3, S_4 は計算条件 I の場合と同じであり(35)~(43)式で与えられる。そこで、ステージ 1, 2 についての貯留量 S_2, S_3, S_4 に関する式を示すと以下のようになる。

i) ステージ 1 ($t_0 \leq t \leq t_*, z_3 \leq S_2 \leq S_{2u}, f_g = 0, E_c = 0$)

$$S_2 = (S_{20} - \zeta_{26}) \exp \{-\lambda_0 (t - t_0)\} + \zeta_{26} \quad \dots\dots (59)$$

$$S_3 = -\zeta_{27} \exp \{-\lambda_0 (t - t_0)\} + (S_{30} + \zeta_{27} - \zeta_{28} + \zeta_{29}) \exp \{-\lambda_2 (t - t_0)\} + \zeta_{28} - \zeta_{29} \quad \dots\dots (60)$$

$$S_4 = \zeta_{27} \zeta_{27} \exp \{-\lambda_0 (t - t_0)\} - \zeta_5 (S_{30} + \zeta_{27} - \zeta_{28} + \zeta_{29}) \exp \{-\lambda_2 (t - t_0)\} + \{S_{40} - \zeta_{27} \zeta_{27} + \zeta_5 (S_{30} + \zeta_{27} - \zeta_{28} + \zeta_{29}) - \zeta_6 (\zeta_{28} - \zeta_{29})\} \cdot \exp \{-\lambda_3 (t - t_0)\} + \zeta_6 (\zeta_{28} - \zeta_{29}) \quad \dots\dots (61)$$

ii) ステージ 2 ($t_* \leq t \leq t_s, 0 \leq S_2 \leq z_3, f_g = 0, E_c = 0$)

$$S_2 = S_{2*} \exp \{-\lambda_7 (t - t_*)\} \quad \dots\dots (62)$$

$$S_3 = -\zeta_{30} \exp \{-\lambda_7 (t - t_*)\} + (S_{3*} + \zeta_{29} + \zeta_{30}) \exp \{-\lambda_2 (t - t_*)\} - \zeta_{29} \quad \dots\dots (63)$$

$$S_4 = (\zeta_{30}\zeta_{31} - \zeta_{32}) \exp \{-\lambda_7(t-t_*)\} - \zeta_5(S_{3*} + \zeta_{29} + \zeta_{30}) \exp \{-\lambda_2(t-t_*)\} + \{S_{4*} - \zeta_{30}\zeta_{31} + \zeta_{32} + \zeta_5(S_{3*} + \zeta_{29} + \zeta_{30}) + \zeta_6\zeta_{29} + \zeta_{33}\} \cdot \exp \{-\lambda_3(t-t_*)\} - \zeta_6\zeta_{29} - \zeta_{33} \quad \dots\dots(64)$$

ここに、 $\lambda_7 = \alpha_1 b_2 + \frac{\gamma E}{z_3}$, $\zeta_{25} = \frac{\alpha_1 a_3 z_3 - \gamma E}{\lambda_0}$,
 $\zeta_{27} = \frac{\alpha_1 b_2 (S_{20} - \zeta_{26})}{(\lambda_0 - \lambda_2)}$, $\zeta_{28} = \frac{\alpha_1 b_2 \zeta_{26}}{\lambda_2}$, $\zeta_{29} = \frac{(1-\gamma)E}{\lambda_2}$,
 $\zeta_{30} = \frac{\alpha_1 b_2 S_{2*}}{\lambda_7 - \lambda_2}$, $\zeta_{31} = \frac{\alpha_1 b_3}{\lambda_7 - \lambda_3}$, $\zeta_{32} = \frac{\gamma E S_{2*}}{z_3(\lambda_7 - \lambda_3)}$,
 $\zeta_{33} = \frac{\gamma E}{\lambda_3}$ である。

なお、 λ_7 の単位は d^{-1} であり、 $\zeta_{26} \sim \zeta_{30}$, ζ_{32} , ζ_{33} の単位は mm であり、 ζ_{31} は無次元量である。

(4) 計算条件 IV の場合

この場合、ステージ 1, 2 の貯留量 S_2, S_3, S_4 は計算条件 III の場合と同じであり、(59)~(64)式で与えられる。またステージ 3, 4 の貯留量 S_2, S_3, S_4 は計算条件 II の場合と同じであり、(48)~(53)式で与えられる。さらに、ステージ 5 については計算条件 I の(41)~(43)式で与えられる。

なお、計算条件 III, IV において、第 1 段タンク下層部の貯留量 S_2 が z_3 に等しくなる時刻 $t_*(d)$ は次式で与えられる。

$$t_* = t_0 - \frac{1}{\lambda_0} \ln \left(\frac{z_3 - \zeta_{26}}{S_{20} - \zeta_{26}} \right) \quad \dots\dots(65)$$

また、計算条件 III, IV において、貯留量 S_2 の上限値は(45)式で与えられ、貯留量 S_3, S_4 のそれぞれの上限値 S_{3u}, S_{4u} は次式で表わされる。

$$S_{3u} = \frac{1}{\alpha_1(a_4 + b_3)} \left\{ \frac{b_2(f_u - f_c)}{b_1} - (1-\gamma)E \right\} \quad \dots\dots(66)$$

$$S_{4u} = \frac{b_3}{\alpha_1 a_6(a_4 + b_3)} \left\{ \frac{b_2(f_u - f_c)}{b_1} - (1-\gamma)E \right\} \quad \dots\dots(67)$$

4. 低水流出高曲線

計算条件 I ~ IV について、ステージ 1 ~ 5 における各段タンクの貯留量の時間的変化が前項 3. で示した式により算定可能となったので、これらを(20)~(22)式に代入することにより、降雨終了時刻ないし補給高 f_θ の終了時刻 t_0 以降の低水流出高曲線 $Q(t)$ として、以下の式が得られる。

(1) 計算条件 I の場合

i) ステージ 1 ($t_0 \leq t \leq t_*$, $z_3 \leq S_2 \leq S_{2u}$, $f_\theta = 0$, $E_t \neq 0$)

$$Q(t) = Q_3 + Q_4 + Q_5 \\ = \eta_1 \exp \{-\lambda_0(t-t_0)\} + \eta_2 \exp \{-\lambda_2(t-t_0)\} + \eta_3 \exp \{-\lambda_3(t-t_0)\} + \eta_4 \quad \dots\dots(68)$$

ii) ステージ 2 ($t_* \leq t \leq t_s$, $0 \leq S_2 \leq z_3$, $f_\theta = 0$, $E_t \neq 0$)

$$Q(t) = Q_4 + Q_6 \\ = \eta_5 \exp \{-\lambda_1(t-t_*)\} + \eta_6 \exp \{-\lambda_2(t-t_*)\}$$

$$+ \eta_7 \exp \{-\lambda_3(t-t_*)\} + \eta_8 \quad \dots\dots(69)$$

iii) ステージ 3 ($t_s \leq t \leq t_{**}$, $0 \leq S_2 \leq z_3$, $f_\theta = f$, $E_t = 0$)

$$Q(t) = Q_4 + Q_6 \\ = \eta_9 \exp \{-\lambda_4(t-t_s)\} + \eta_{10} \exp \{-\lambda_2(t-t_s)\} + \eta_{11} \exp \{-\lambda_3(t-t_s)\} + \eta_{12} \quad \dots\dots(70)$$

iv) ステージ 4 ($t_{**} \leq t \leq t_u$, $z_3 \leq S_2 \leq S_{2u}$, $f_\theta = f$, $E_t = 0$)

$$Q(t) = Q_3 + Q_4 + Q_5 \\ = \eta_{13} \exp \{-\lambda_5(t-t_{**})\} + \eta_{14} \exp \{-\lambda_2(t-t_{**})\} + \eta_{15} \exp \{-\lambda_3(t-t_{**})\} + \eta_{16} \quad \dots\dots(71)$$

v) ステージ 5 ($t_u \leq t \leq t_0$, $S_2 = S_{2u}$, $f_\theta = f_c$, $E_t = 0$)

$$Q(t) = Q_3 + Q_4 + Q_6 \\ = \eta_{17} \exp \{-\lambda_2(t-t_u)\} + \eta_{18} \exp \{-\lambda_3(t-t_u)\} + \eta_{19} \quad \dots\dots(72)$$

ここに、 $\eta_1 = \alpha_1 \{a_3(S_{20} - \zeta_0) - \zeta_1(a_4 - a_5\zeta_4)\}$,
 $\eta_2 = \alpha_1(a_4 - a_5\zeta_5)(S_{30} + \zeta_1 - \zeta_2 + \zeta_3)$
 $\eta_3 = \alpha_1 a_6 \{S_{40} - \zeta_1\zeta_4 + \zeta_6(S_{30} + \zeta_1 - \zeta_2 + \zeta_3) - \zeta_6(\zeta_2 - \zeta_3) + \zeta_7\}$,
 $\eta_4 = \alpha_1 [a_3(\zeta_0 - z_3) + a_4(\zeta_2 - \zeta_3) + a_5 \{ \zeta_6(\zeta_2 - \zeta_3) - \zeta_7 \}]$,
 $\eta_5 = \alpha_1 \zeta_8(a_5\zeta_9 - a_4)$,
 $\eta_6 = \alpha_1(a_4 - a_5\zeta_6)(S_{3*} + \zeta_8 + \zeta_3)$,
 $\eta_7 = \alpha_1 a_6 \{S_{4*} - \zeta_8\zeta_9 + \zeta_5(S_{3*} + \zeta_8 + \zeta_3) + \zeta_5\zeta_6 + \zeta_7\}$,
 $\eta_8 = -\alpha_1 \{a_4\zeta_3 + a_5(\zeta_8\zeta_6 + \zeta_7)\}$,
 $\eta_9 = \alpha_1 \zeta_{11}(a_5\zeta_{13} - a_4)$,
 $\eta_{10} = \alpha_1(a_4 - a_5\zeta_5)(S_{301} + \zeta_{11} - \zeta_{12})$,
 $\eta_{11} = \alpha_1 a_6 \{S_{401} - \zeta_{11}\zeta_{13} + \zeta_6(S_{301} + \zeta_{11} - \zeta_{12}) - \zeta_6\zeta_{12}\}$,
 $\eta_{12} = \alpha_1 \zeta_{12}(a_4 + a_5\zeta_6)$,
 $\eta_{13} = \alpha_1 \{a_3(S_{202} - S_{2u}) - \zeta_{14}(a_4 - a_5\zeta_{16})\}$,
 $\eta_{14} = \alpha_1(a_4 - a_5\zeta_5)(S_{302} + \zeta_{14} - \zeta_{15})$,
 $\eta_{15} = \alpha_1 a_6 \{S_{402} - \zeta_{14}\zeta_{16} + \zeta_5(S_{302} + \zeta_{14} - \zeta_{15}) - \zeta_6\zeta_{15}\}$,
 $\eta_{16} = \alpha_1 \{a_3(S_{2u} - z_3) + \zeta_{15}(a_4 + a_5\zeta_6)\}$,
 $\eta_{17} = \alpha_1 \{a_4(S_{303} - \zeta_{15}) + a_5\zeta_{17}\}$,
 $\eta_{18} = \alpha_1 a_6 (S_{403} - \zeta_6\zeta_{15} - \zeta_{17})$,
 $\eta_{19} = \alpha_1 \{a_3(S_{2u} - z_3) + \zeta_{15}(a_4 + a_5\zeta_6)\}$ である。

以上の結果に基づいて、i) $S_2 = z_3$ となるステージ 1 \rightarrow 2 への遷移時刻 t_* , ii) ステージ 2 において $S_2 = S_{20*} \neq 0$ となる時刻 T_1 , iii) ステージ 2 において $S_2 = 0$ かつ $S_3 = 0$ となる時刻 T_2 , iv) ステージ 2 において $Q_3 = Q_4 = 0$ となり、流量が Q_5 のみで形成され、かつ所定の流量 Q_D となる時刻 T_D を算定することができる。

t_* については前述(44)式に示したとおりであり、 T_1, T_2, T_D は次式で与えられる。

$$T_1 = t_* - \frac{1}{\lambda_1} \ln \left(\frac{S_{20*}}{z_3} \right) \quad \dots\dots(73)$$

$$T_2 = t_* - \frac{1}{\lambda_2} \ln \left(\frac{\zeta_3}{S_{3*} + \zeta_8 + \zeta_3} \right) \quad \dots\dots(74)$$

$$T_D = t_* - \frac{1}{\lambda_3} \ln \left(\frac{Q_D + \eta_{20}}{\eta_7} \right) \quad \dots\dots(75)$$

ここに、 $\eta_{20} = \alpha_1 a_5 (\zeta_3 \zeta_6 + \zeta_7)$ である。

時刻 t_* における低水流出高は(68)式から、また T_1 , T_2 における低水流出高は(69)式から算定できる。

(2) 計算条件 II の場合

ステージ 1, 2, 5 における低水流出高曲線 $Q(t)$ は計算条件 I の場合と同じであり、それぞれ(68), (69), (72)式で与えられる。ステージ 3, 4 における低水流出高曲線 $Q(t)$ はそれぞれ次式で表わされる。

i) ステージ 3 ($t_s \leq t \leq t_{**}$, $0 \leq S_2 \leq z_3$, $f_g = f_0$, $E_t = 0$)

$$Q(t) = Q_4 + Q_5 \\ = \eta_{21} \exp \{-\lambda_6(t - t_s)\} + \eta_{22} \exp \{-\lambda_2(t - t_s)\} \\ + \eta_{23} \exp \{-\lambda_3(t - t_s)\} + \eta_{24} \quad \dots\dots(76)$$

ii) ステージ 4 ($t_{**} \leq t \leq t_u$, $z_3 \leq S_2 \leq S_{2u}$, $f_g = f_0$, $E_t = 0$)

$$Q(t) = Q_3 + Q_4 + Q_5 \\ = \eta_{25} \exp \{-\lambda_0(t - t_{**})\} + \eta_{26} \exp \{-\lambda_2(t - t_{**})\} \\ + \eta_{27} \exp \{-\lambda_3(t - t_{**})\} + \eta_{28} \quad \dots\dots(77)$$

ここに、 $\eta_{21} = \alpha_1 \zeta_{19} (a_5 \zeta_{21} - a_4)$,
 $\eta_{22} = \alpha_1 (a_4 - a_5 \zeta_5) (S_{301} + \zeta_{19} - \zeta_{20})$,
 $\eta_{23} = \alpha_1 a_5 \{S_{401} - \zeta_{19} \zeta_{21} + \zeta_5 (S_{301} + \zeta_{19} - \zeta_{20}) - \zeta_6 \zeta_{20}\}$,
 $\eta_{24} = \alpha_1 \zeta_{20} (a_4 + a_5 \zeta_6)$,
 $\eta_{25} = \alpha_1 (a_3 (S_{202} - \zeta_{22}) - \zeta_{23} (a_4 - a_5 \zeta_{25}))$,
 $\eta_{26} = \alpha_1 (a_4 - a_5 \zeta_5) (S_{302} + \zeta_{23} - \zeta_{24})$,
 $\eta_{27} = \alpha_1 a_5 \{S_{402} - \zeta_{23} \zeta_{25} + \zeta_5 (S_{302} + \zeta_{23} - \zeta_{24}) - \zeta_6 \zeta_{24}\}$,
 $\eta_{28} = \alpha_1 \{a_3 (\zeta_{22} - z_3) + \zeta_{24} (a_4 + a_5 \zeta_6)\}$ である。

(3) 計算条件 III の場合

ステージ 3, 4, 5 における低水流出高曲線 $Q(t)$ は計算条件 I の場合と同じであり、それぞれ(70), (71), (72)式で与えられる。ステージ 1, 2 における低水流出高曲線 $Q(t)$ はそれぞれ次式で表わされる。

i) ステージ 1 ($t_0 \leq t \leq t_*$, $z_3 \leq S_2 \leq S_{2u}$, $f_g = 0$, $E_t = 0$)

$$Q(t) = Q_3 + Q_4 + Q_5 \\ = \eta_{29} \exp \{-\lambda_0(t - t_0)\} + \eta_{30} \exp \{-\lambda_2(t - t_0)\} \\ + \eta_{31} \exp \{-\lambda_3(t - t_0)\} + \eta_{32} \quad \dots\dots(78)$$

ii) ステージ 2 ($t_* \leq t \leq t_s$, $0 \leq S_2 \leq z_3$, $f_g = 0$, $E_t = 0$)

$$Q(t) = Q_4 + Q_5 \\ = \eta_{33} \exp \{-\lambda_7(t - t_*)\} + \eta_{34} \exp \{-\lambda_2(t - t_*)\} \\ + \eta_{35} \exp \{-\lambda_3(t - t_*)\} + \eta_{36} \quad \dots\dots(79)$$

ここに、 $\eta_{29} = \alpha_1 \{a_3 (S_{20} - \zeta_{26}) - \zeta_{27} (a_4 - a_5 \zeta_4)\}$,
 $\eta_{30} = \alpha_1 (a_4 - a_5 \zeta_5) (S_{30} + \zeta_{27} - \zeta_{28} + \zeta_{29})$,
 $\eta_{31} = \alpha_1 a_5 \{S_{40} - \zeta_4 \zeta_{27} + \zeta_5 (S_{30} + \zeta_{27} - \zeta_{28} + \zeta_{29}) - \zeta_6 (\zeta_{28} - \zeta_{29})\}$,
 $\eta_{32} = \alpha_1 \{a_3 (\zeta_{26} - z_3) + a_4 (\zeta_{28} - \zeta_{29}) + a_5 \zeta_6 (\zeta_{28} - \zeta_{29})\}$,
 $\eta_{33} = \alpha_1 a_5 (\zeta_{30} \zeta_{31} - \zeta_{32}) - a_4 \zeta_{30}$,
 $\eta_{34} = \alpha_1 (a_4 - a_5 \zeta_5) (S_{3*} + \zeta_{29} + \zeta_{30})$,

$$\eta_{35} = \alpha_1 a_5 \{S_{4*} - \zeta_{30} \zeta_{31} + \zeta_{32} + \zeta_5 (S_{3*} + \zeta_{29} + \zeta_{30}) + \zeta_6 \zeta_{29} + \zeta_{33}\},$$

$$\eta_{36} = -\alpha_1 \{a_4 \zeta_{29} + a_5 (\zeta_6 \zeta_{29} + \zeta_{33})\} \text{ である。}$$

(4) 計算条件 IV の場合

ステージ 1, 2 における低水流出高曲線 $Q(t)$ は計算条件 III の場合と同じであり、それぞれ(78), (79)式で与えられる。ステージ 3, 4 における低水流出高曲線 $Q(t)$ は計算条件 II の場合と同じであり、それぞれ(76), (77)式で与えられる。またステージ 5 については計算条件 I の場合と同じであり、(72)式で与えられる。

なお、計算条件 III, IV について、計算条件 I で得られた T_1 , T_2 , T_D に対応するそれぞれの時刻 T_1' , T_2' , $T_D'(d)$ を求めると次のようになる。

$$T_1' = t_* - \frac{1}{\lambda_7} \ln \left(\frac{S_{20*}}{z_3} \right) \quad \dots\dots(80)$$

$$T_2' = t_* - \frac{1}{\lambda_2} \ln \left(\frac{\zeta_{29}}{S_{3*} + \zeta_{29} + \zeta_{30}} \right) \quad \dots\dots(81)$$

$$T_D' = t_* - \frac{1}{\lambda_3} \ln \left(\frac{Q_D + \eta_{37}}{\eta_{35}} \right) \quad \dots\dots(82)$$

ここに、 $\eta_{37} = \alpha_1 a_5 (\zeta_6 \zeta_{29} + \zeta_{33})$ であり、また (80)~(82)式中の t_* は(65)式で定まる値である。

時刻 t_* における低水流出高は(78)式から、また T_1' , T_2' における低水流出高は(79)式から算定できる。

5. 蒸発散量の日変化と浸透能 f の回復曲線

計算条件 III, IV での蒸発散量 E の算定法は角屋・永井法の長短期流出両用モデルに組み込まれている方式である。この場合、(13)式で表わされる E の算定式中の E_{pan} の値は本来、蒸発散能であるが、実用的な手法として、各月の計器総蒸発量を月の時間数で割って得られる月平均蒸発強度が用いられている。したがって、この手法にしたがえば、計算条件 III, IV においては、月ごとに日蒸発散量に変化するという取り扱いがなされることになる。

一方、計算条件 I, II では蒸発散量 E_t の算定式中に最大蒸発散強度 E_0 (mm/d)、最終蒸発散強度 E_c (mm/d) が定義してある。これら E_0 , E_c をどのように評価するか問題であるが、この場合の蒸発散量 E_t は日変化することになる。

すなわち、(25)~(28), および(32)式から、時刻 t (d) における蒸発散強度 E_t (mm/d) は次のように表わされる。

i) ステージ 1 ($t_0 \leq t \leq t_*$, $z_3 \leq S_2 \leq S_{2u}$, $f_g = 0$)
 $E_t = E_0 \quad \dots\dots(83)$

ii) ステージ 2 ($t_* \leq t \leq t_s$, $0 \leq S_2 \leq z_3$, $f_g = 0$)
 $E_t = (E_0 - E_c) \exp \{-\lambda_1(t - t_*)\} + E_c \quad \dots\dots(84)$

また、浸透能 f は(16)式で表わされているので、第 1 段タンク下層の貯留量 S_2 の減少とともに、 f は回復

する。いま、ステージ 1, 2 について考えることにする。計算条件 I, II では(16)式と(29), (32)式を用いることにより、 f の回復曲線として次式が得られる。

i) ステージ 1 ($t_0 \leq t \leq t_*$, $z_3 \leq S_2 \leq S_{2u}$, $f_g=0$, $E_t \neq 0$)
 $f = \zeta_{34} - \zeta_{35} \exp \{-\lambda_0(t-t_0)\}$ (85)

ii) ステージ 2 ($t_* \leq t \leq t_s$, $0 \leq S_2 \leq z_3$, $f_g=0$, $E_t \neq 0$)
 $f = \zeta_{36} + \zeta_{37} [1 - \exp \{-\lambda_1(t-t_*)\}]$ (86)

ここに、 $\zeta_{34} = \alpha_1 b_1 (z_2 + z_3 - \zeta_0)$, $\zeta_{35} = \alpha_1 b_1 (S_{20} - \zeta_0)$, $\zeta_{36} = \alpha_1 b_1 z_2$, $\zeta_{37} = \alpha_1 b_1 z_3$ である。ただし、 $z_3 \leq S_{20} \leq S_{2u}$ 同様に、(16)式と(59), (62)式を用いると、計算条件

III, IV に対する f の回復曲線が次のように表わされる。
 i) ステージ 1 ($t_0 \leq t \leq t_*$, $z_3 \leq S_2 \leq S_{2u}$, $f_g=0$, $E_t \neq 0$)
 $f = \zeta_{38} - \zeta_{39} \exp \{-\lambda_0(t-t_0)\}$ (87)

ii) ステージ 2 ($t_* \leq t \leq t_s$, $0 \leq S_2 \leq z_3$, $f_g=0$, $E_t \neq 0$)
 $f = \zeta_{36} + \zeta_{37} [1 - \exp \{-\lambda_1(t-t_*)\}]$ (88)

ここに、 $\zeta_{38} = \alpha_1 b_1 (z_2 + z_3 - \zeta_{26})$, $\zeta_{39} = \alpha_1 b_1 (S_{20} - \zeta_{26})$ である。

IV. 低水流出高低減曲線の算定例とその考察

前項 III. で得られた式に基づき、低水流出特性について、流出モデルと関連づけて種々検討することが可能となった。

ここでは、計算条件 I, II のステージ 1, 2 についての若干の数値計算例について述べることにする。

表一 3 に低水流出高低減曲線の算定に用いた 2 つの流出モデルのモデル定数を示す。

モデル I のモデル定数は下狩川流域 (流域面積 1.32 km²) における洪水流出解析で得られた値を参考にしたものである。また、モデル II のモデル定数は永源寺ダム

流域 (流域面積 132 km²) における長短期流出両用モデルによる角屋・永井の研究成果より引用した値である。

なお、ここでは KWST モデルで定義したモデル定数 $a_3 \sim a_5$, $b_1 \sim b_3$ の値で表示されているが、これらの値は(20)~(24)式から明らかのように、平均斜面長 B の値によって、同一流域でも変化する。したがって、モデル II の場合、永源寺ダム流域で得られた角屋・永井法によるモデル定数 $A_3 \sim A_5$, $B_1 \sim B_3$ の値が流域の平均斜面長を 500 m とする流域モデルに対応するモデル定数 $a_3 \sim a_5$, $b_1 \sim b_3$ に換算されていることになる。

また、蒸発散量についての E_0 , および E_c の値 7 mm/d, 1 mm/d は石原・小葉竹による荒川流域における研究成果を参考に設定した値である。さらに、 E_0 , E_c には季節の変動があることを勘案し、表一 3 のように E_0 , E_c をそれぞれ 4.0, 0.5 mm/d とする計算 Case 2, 4 も検討してみることにする。

表一 4 は前項 III. の各式で定義した定数ないし変数を Case 1~4 についてまとめたものである。なお、各計算 Case とも、 S_{20} , S_{30} , S_{40} の値はそれぞれ S_{2u} , S_{3u} , S_{4u} の値を与えて計算した。また $t_0=0.0$, $S_{20*}=0.01$ とした。

同表から、i) 低減係数 $\lambda_0 \sim \lambda_3$ の値、ないし時定数、ii) 上限および最終浸透能 f_u, f_c の値、iii) 第 1 段タンク下層部~第 3 段タンクにおける貯留量の上限值 $S_{2u} \sim S_{4u}$, iv) 降雨終了時刻 t_0 から遅い中間流出の終了時刻 t_* までの日数、v) 時刻 t_* における各段タンクの貯留量、および流出高の状況、vi) 定数 $\zeta_0 \sim \zeta_9$ の値ないしそれぞれのオーダー、vii) 第 1 段タンク下層部の貯留量 S_2 がその上限値 S_{2u} から零になるのに要す

表一 3 低水流出高低減曲線の算定に用いたモデル定数

定 数	モ デ ル I		モ デ ル II	
	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
E_0 (mm/d)	7.0	4.0	7.0	4.0
E_c (mm/d)	1.0	0.5	1.0	0.5
a_3 (cm/s)	0.35	0.35	0.1250	0.1250
a_4 (cm/s)	0.03	0.03	0.0347	0.0347
a_5 (cm/s)	0.01	0.01	0.0025	0.0025
b_1 (cm/s)	0.55	0.55	0.6389	0.6389
b_2 (cm/s)	0.05	0.05	0.0639	0.0639
b_3 (cm/s)	0.02	0.02	0.0264	0.0264
z_2 (mm)	100.0	100.0	128.0	128.0
z_3 (mm)	25.0	25.0	29.0	29.0
α	864.0	864.0	864.0	864.0
B (m)	500.0	500.0	500.0	500.0

表-4 低水流出高低減曲線の算定に用いたモデル I, IIによる特性値

変数	単位	モデル I		モデル II	
		Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
λ_0	d ⁻¹	0.691	0.691	0.326	0.326
λ_1	d ⁻¹	0.326	0.226	0.317	0.231
λ_2	d ⁻¹	0.086	0.086	0.106	0.106
λ_3	d ⁻¹	0.017	0.017	0.004	0.004
f_u	mm/h	4.95	4.95	7.22	7.22
f_c	mm/h	1.72	1.72	1.45	1.45
S_{2u}	mm	81.6	81.6	125.6	125.6
S_{3u}	mm	74.6	78.1	125.6	128.5
S_{4u}	mm	126.1	144.6	1234.0	1310.3
t_{*}	d	2.54	2.99	4.56	5.33
S_{2*}	mm	25.0	25.0	29.0	29.0
S_{3*}	mm	67.3	69.3	100.2	98.8
S_{4*}	mm	125.9	144.2	1232.0	1307.5
ξ_0	mm	13.19	16.81	0.81	8.47
ξ_1	mm	9.77	9.26	62.40	58.57
ξ_2	mm	13.19	16.81	0.85	8.86
ξ_3	mm	6.94	3.47	5.68	2.84
ξ_4	—	0.05	0.05	0.14	0.14
ξ_5	—	0.50	0.50	0.45	0.45
ξ_6	—	2.00	2.00	10.56	10.56
ξ_7	mm	23.15	11.57	92.59	46.30
ξ_8	mm	9.00	15.43	15.12	25.51
ξ_9	—	0.11	0.17	0.15	0.20
$Q_4(t_*)$	mm/d	3.49	3.59	6.01	5.92
$Q_5(t_*)$	mm/d	2.17	2.49	5.32	5.65
$Q(t_*)$	mm/d	5.66	6.08	11.33	11.57
T_1	d	26.51	37.55	29.68	39.83
T_2	d	31.29	40.44	33.53	41.34
T_D	d	46.68	59.93	309.97	361.85
$Q(T_1)$	mm/d	1.78	1.64	5.06	5.04
$Q(T_2)$	mm/d	1.44	1.50	4.81	4.97
$Q(T_D)$	mm/d	1.00	1.00	1.00	1.00
η_1	mm/d	40.87	38.71	23.25	21.82
η_2	mm/d	3.37	3.20	11.19	10.50
η_3	mm/d	3.03	2.87	6.29	5.90
η_4	mm/d	-7.00	-4.00	-7.00	-4.00
η_5	mm/d	-0.45	-0.76	-0.90	-1.51
η_6	mm/d	3.59	3.81	7.02	7.38
η_7	mm/d	3.52	3.53	6.21	6.20
η_8	mm/d	-1.00	-0.50	-1.00	-0.50
ξ_{34}	mm/h	4.43	4.28	7.18	6.83
ξ_{35}	mm/h	2.71	2.57	5.74	5.39
ξ_{36}	mm/h	3.96	3.96	5.89	5.89
ξ_{37}	mm/h	0.99	0.99	1.33	1.33

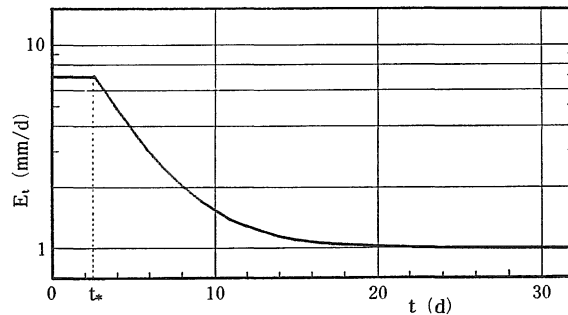
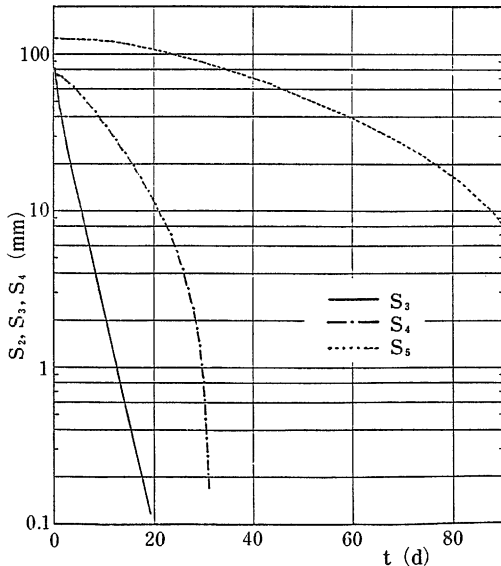


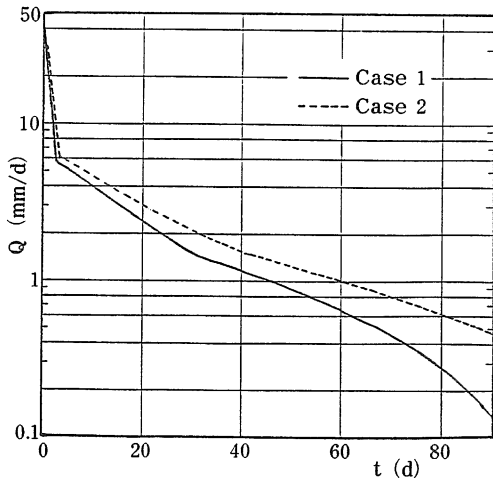
図-5 $E_t \sim t$ 曲線 (計算 Case 1)

る日数 T_1 とその時点の流出高 $Q(T_1)$, 続いて, viii) 第2段タンクの貯留量 S_3 が零になるのに要する日数 T_2 とその時点の流出高 $Q(T_2)$, さらに, ix) 低水流出高 $Q(t)$ が 1 mm/d に低減するのに要する日数 T_D , x) 定数 $\eta_1 \sim \eta_8$, および $\zeta_{34} \sim \zeta_{37}$ の値, 等がどのように評価されたかを流出モデル I, II について比較することができる。

図一5は計算 Case 1 について $E_t \sim t$ 曲線を示したものである。各段タンクとも降雨終了時刻 t_0 において, 貯留量が上限値(それぞれ S_{2u}, S_{3u}, S_{4u} の値)に等しいとした計算例である。降雨終了後2.54日(=61時間)



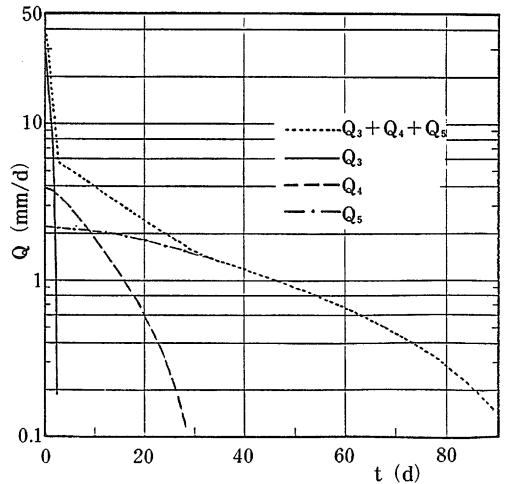
図一6 各段タンクの貯留量 S_2, S_3, S_4 の日変化 (計算 Case 1)



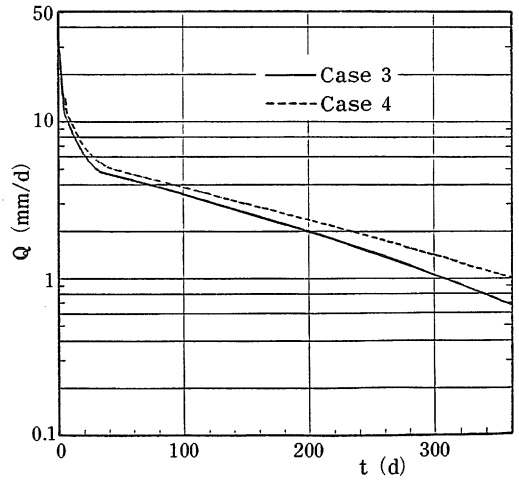
図一8 流出高低減曲線 (計算 Case 1, 2)

まで $E_t = 7 \text{ mm/d}$ ($=E_0$) であり, それ以降(84)式で与えられる減少傾向を示しながら, ほぼ20日で $E_t = 1 \text{ mm/d}$ ($=E_c$) に低下している。また計算 Case 1 についての各段タンクの貯留量の日変化を図一6に, 各段タンクからの流出高および総流出高を図一7に示す。ステージ1, 2の流出高低減期間において, 蒸発散量を加味していることから, 各段タンクの貯留量, 流出高ともいわゆる指数関数的減少傾向よりさらに早い低減状態を呈している。

図8, 9は計算 Case 1~4 について, 総流出高の日変化, すなわち流出高低減曲線を示したものである。 $t=t_0$ において, 各段タンクの貯留量は上限値を与えていることから, これらの曲線はいわゆる自然低減曲線に相当するものといえよう。ただし, 図8, 9のように



図一7 各段タンクの流出高および総流出高 (計算 Case 1)



図一9 流出高低減曲線 (計算 Case 3, 4)

E_0, E_c の値により、これらの曲線は異なった曲線を描くことになるから、実流域における自然低減曲線に E_0, E_c の季節的变化がどの程度影響するかは今後検討しなければならない。また、大流域においては $Q=1 \text{ mm/d}$ はほぼ渇水量に匹敵する流出高であり、こうした流出高に低減するのにモデルⅡでは310~360日程度の日数を要している。したがって、自然低減曲線は流況曲線と同様に年変化することも推察される。

図-10は計算 Case 1 について、i) 第2段タンクの初期水深 S_{30} とその貯留量が零となるのに要する日数 T_2 との関係、ii) 第2段タンクの種々の初期水深 S_{30} に対し、総流出高が 1.0 または 0.5 mm/d にまで低下するのに要する日数 T_D をプロットしたものである。この場合、 S_{20}, S_{40} はそれぞれ S_{2u}, S_{4u} の値を与えた計算例である。

図-11は計算 Case 1 についての浸透能 f の回復曲線を図示したものである。浸透能 f は(16)式で定義さ

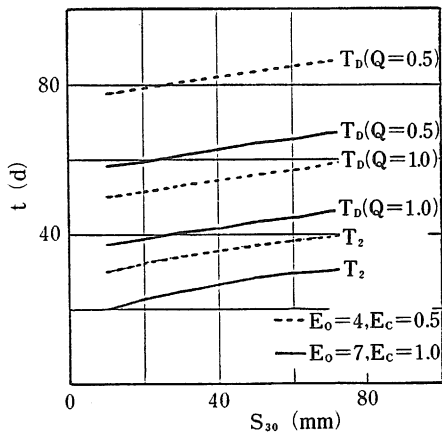


図-10 S_{30} と T_2, T_D との関係 (計算 Case 1, 2)

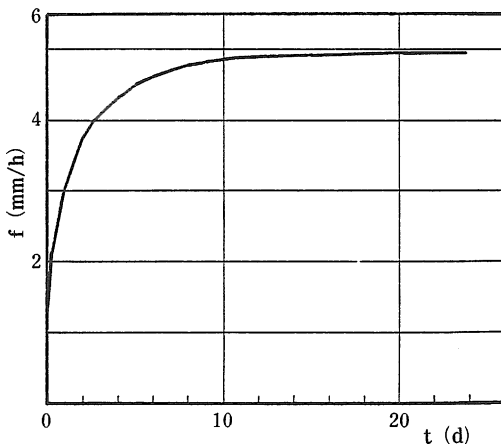


図-11 浸透能 f の回復曲線 (計算 Case1)

れているから、第1段タンク下層部の貯留量 S_2 の増減と表裏の関係にある。たとえば、計算 Case 1 の場合、 S_2 の時間的变化は図-6のような変化特性を示すから、 S_2 の減少とともに、 f は図-11のように回復し、ほぼ20日で上限浸透能 $f_u=4.95 \text{ mm/h}$ に達している。

V. あとがき

本報告では、長短期流出両用モデル、ないし集中型 KWST モデルが解析対象流域で最適同定されたことを前提として、i) これら流出モデル定数を利用した降雨終了後の遅い中間流、地下水流についての流出高低減曲線の推定法、および ii) KWST モデルにおいて第1段タンク上層より下層への補給高がある場合の遅い中間流、および地下水流で形成される低水流出高曲線の推定法について若干の考察を行った。誘導された式に基づき、2つの流出モデルについての数値シミュレーション結果による2, 3の特性を示すにとどまったが、当初意図した長短期流出両用モデルないし KWST モデルのモデル定数と渇水比流量の地域特性との関連づけに関しての研究を進めるうえにおいて一つの手掛りが得られたように思う。河川流域における流量低減曲線は降雨履歴特性が複雑に関与した特性を示すと思われるが、今後こうした流出モデルを基礎にしながら、逐次検討を続けたいと考えている。

最後に、本研究を着手する契機ならびに適切な御指導を賜った京都大学防災研究所角屋睦教授、および計算、資料整理に協力を賜った農業水工学専攻生の坂本英利君に深甚なる感謝の意を表する次第である。

なお、本報告は昭和60年度文部省科学研究費による研究成果の一部であり、数値計算には島根大学電子計算センター FACOM 140-F システムを用いたことを付記する。

参考文献

1. 建設省土木研究所：全国ダム地点地域別比流量図、土木研究所資料、1093：1-20、1976。
2. 農林水産省構造改善局：土地改良事業計画設計基準「設計ダム」：83-84、1981。
3. 永井明博・角屋睦：京大防災研年報、26 (B-2)：261-272、1983。
4. 角屋睦・永井明博・塚本浩二：昭和59年度農土講要旨集、190-191、1984。
5. 福島辰・田中礼次郎：島大農研報、19：96-104、1985。
6. 土木学会：昭和60年版水理公式集：148、1985。
7. 石原安雄・小葉竹重機：京大防災研年報、14(B)：131-141、1971。
8. 土木学会：土木工学ハンドブック(上)：495、1974。