

## 水耕トマト栽培における水消費

— Logistic 式による数値解析 —

松井 佳久\*・梶岡 律子\*

Water Consumption in Hydroponic Culture of Tomatoes.

— Numerical Analysis with the Logistic Equation —

Yoshihisa MATSUI and Ritsuko KAJIOKA

The amount of water consumed mainly by transpiration in hydroponic culture of tomatoes was measured and analyzed by the least-squares curve-fitting method with the Logistic equation:  $Y=A/[1+\exp(B-CT)]$ . The experimental data fitted well to the equation. Cumulative temperature was more preferable for the independent variable,  $T$ , than the day number of cultivation or the cumulative energy of solar radiation. The cumulative temperature at  $Y=A/2$  was evaluated to be  $1956 \pm 53$  deg·day. The  $A$  values were equal to  $113 \pm 3$  and  $88 \pm 4$  l per a plant of tomato for the cultivations through spring and autumn seasons, respectively. The flowering of the first truss of tomato began at the cumulative temperature of  $1045 \pm 38$  deg·day, irrespective of cultivation year and season.

微生物から動植物に至る生物の生育量を時間軸に対してプロットすれば、S字型の曲線を描くことが多い。このS字曲線の理論的解釈やそれに基づく定式化は古くより数多く試みられており、中でも次式で表わされる Logistic 式は有名である。<sup>1)</sup>

$$Y = \frac{A}{1 + \exp(B - CT)} \quad (1)$$

ここで  $Y$  は生育量を表わす任意の指標であり、 $T$  は時間である。また  $A, B, C$  は定数であり、 $A$  は最大生育量を、 $B/C$  は  $Y$  が  $A/2$  に達するに要する時間である。実験データをこの様な式にあてはめて議論することは、複雑な生育要因を極端に単純化しすぎる欠点をもつが、逆にそれによって現象を巨視的に把握できるという長所をもつ。

著者らは1981年以来、当農学部付属農場に設置されたマイクロコンピュータ制御の水耕栽培温室において、ト

マトの生産試験を行ってきている<sup>2)</sup>。その間、毎週1回、栽培に消費された水量の測定と培養液の養分分析を通して、水および各種栄養塩類の消費量の定量化を試みてきた。その結果、水および栄養塩の積算消費量は良好なS字型曲線を描くことを認めた。本報告では、水の消費特性について Logistic 式に基づき数値解析した結果を述べる。水耕栽培の場合、少量の水漏れと水面からの直接の蒸発を除けば、水の消費はほとんどが植物葉面からの蒸散によっている。この水の蒸散量は、植物の栄養吸収において重要な意義を有しており、また植物の生育状況を見る上でも重要な指標である。

なお、Logistic 式では独立変数として時間が用いられるのが普通である。一定の生育条件下で生育量を追跡する場合はこれで良い。しかし単年栽培の植物の生育を追う場合、気温や日射量のような生育に強く関与する因子が時間とともにかなり大きく変化する。このような場合、時間を軸とするより積算温度を軸とする方が、より

\* 土壌物理化学研究室

一般性の高い議論のできることは良く知られている。本研究では、時間のほかに積算温度および積算日射量をも独立変数として用い、数値解析した結果を比較することによって、水の消費量ひいては植物の生育を追跡する座標として、どれが適しているかを調べた。

### 実験方法

実験に用いた水耕栽培システムおよびトマトの栽培方法は既報において詳しく述べたので省略する。使用したトマトの品種はファースト系の TVR-II である。栽培は1年を前後半の2期に分けて行っている。前半を春作、後半を秋作と呼ぶ。ハウス内の気温は1時間毎にハウス内に設けられた温度センサーで読み取られ、データはコンピュータ中に蓄積されている。1日平均気温は、このデータを基に計算した。日射量は当農場においてグラフ紙上に自記記録されているものを数値化して用いた。水の消費量は、1週間毎に培養液の総量と補給水量とを測定することにより求めた。水耕システムの培養液量は、培養液タンクの水位と栽培ベッドの水位から概算した。ただし栽培ベッド中の水量は、植物の生育に伴い根の占める体積が増加するため、水位からの推定値より少ないはずである。しかし根の体積を随時に評価することは困難なことから、その体積がベッド中の水量に比べわずかなもの（栽培終了段階で約2%）と思われるため、これを無視して計算した。また補給水の量は、水道メータから読み取った。

### 数値解析法

実験データを Logistic 式にあてはめ、パラメータ  $A$ ,  $B$ ,  $C$  を求める方法は種々考察されているが、本研究においては、最小2乗法に基づく逐次近似法で最確値を求めた<sup>4)</sup>。以下、その概要を述べる。

独立変数  $T$  の実測値  $T_i (i=1, 2, \dots, n)$  に対する観測値を  $Y_i$ 、計算値を  $F_i$  とすると、 $F_i$  は次式で表わされる。

$$F_i = F(T_i, A, B, C) = \frac{A}{1 + \exp(B - CT_i)} \quad (2)$$

観測値  $Y_i$  と計算値  $F_i$  との残差  $Y_i - F_i$  の平方和を  $Q$  とすると、 $Q = \sum (Y_i - F_i)^2$ 。  $Q$  が最小となるよう  $A$ ,  $B$ ,  $C$  のあてはめを行うが、適合関数は1次式でないため、初期値の近傍で線形化する必要がある。 $A$ ,  $B$ ,  $C$  の第1近似パラメータとして適当に設定した値  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  を用いて式(2)から計算した値を  $F_i'$  とすれば、

$$F_i' = F(T_i, A', B', C') \quad (3)$$

今、 $a = A - A'$ ,  $b = B - B'$ ,  $c = C - C'$  とし、適合関

数を Taylor 展開し、第2項までをとると次式が得られる。

$$F_i = F_i' + f_{ai} \cdot a + f_{bi} \cdot b + f_{ci} \cdot c \quad (4)$$

ここで  $f_{ai} = \left(\frac{\partial F_i}{\partial A}\right)' = \frac{\partial F_i}{\partial A}(T_i, A', B', C')$  であり、

Logistic 式を代入すると、

$$f_{ai} = \frac{1}{1 + \exp(B' - C'T_i)} \quad (5)$$

となる。同様に次式が導ける。

$$f_{bi} = \frac{-A' \cdot \exp(B' - C'T_i)}{[1 + \exp(B' - C'T_i)]^2} \quad (6)$$

$$f_{ci} = \frac{A' T_i \exp(B' - C'T_i)}{[1 + \exp(B' - C'T_i)]^2} \quad (7)$$

$n$  個の観測値に対して  $(\partial Q / \partial a) = 0$ ,  $(\partial Q / \partial b) = 0$ ,  $(\partial Q / \partial c) = 0$  が成り立つとすれば、次の3個の正規式が得られる。

$$a \sum f_{ai}^2 + b \sum f_{ai} f_{bi} + c \sum f_{ai} f_{ci} = \sum f_{ai} (Y_i - F_i') \quad (8)$$

$$a \sum f_{ai} f_{bi} + b \sum f_{bi}^2 + c \sum f_{bi} f_{ci} = \sum f_{bi} (Y_i - F_i') \quad (9)$$

$$a \sum f_{ai} f_{ci} + b \sum f_{bi} f_{ci} + c \sum f_{ci}^2 = \sum f_{ci} (Y_i - F_i') \quad (10)$$

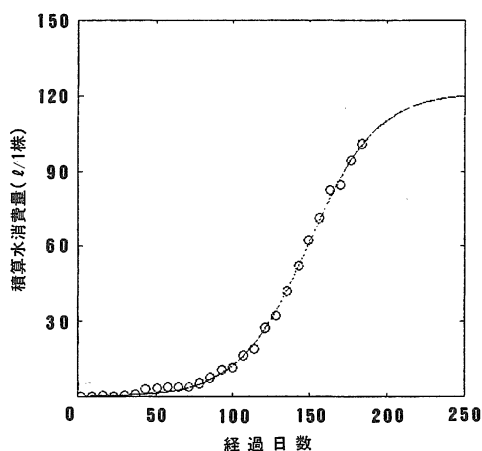
この連立方程式を解いて  $a$ ,  $b$ ,  $c$  を求める。つぎに、 $A'' = A' + a$ ,  $B'' = B' + b$ ,  $C'' = C' + c$  を第2近似として同じ計算を行う。この様にして逐次計算を繰り返し、一定の収束条件が満たされた時、計算を終える。収束条件は次の様に設定した。 $m$  回目の繰り返し計算における標準偏差値を  $S(m)$  とし、許容誤差上限値を  $\epsilon$  とすれば、

$$\frac{|S(m) - S(m-1)|}{S(m)} < \epsilon \quad (11)$$

$\epsilon$  としては通常  $10^{-5}$  を用いたが、 $10^{-3}$  を用いても計算結果にはほとんど差がなかった。 $A \sim C$  の第1近似値は次の様に設定した。 $A'$  としては  $Y$  の観測値の最大値より若干大きい値を任意に選んだ。次に  $Y$  がほぼ  $A/4$ ,  $A/2$  となる  $T$  値を実測データから推定し、これをそれぞれ  $T_4$ ,  $T_2$  とした。理論式から  $C' = \ln 3 / (T_2 - T_4)$ ,  $B' = C' T_2$  となる。計算には NEC 社製マイクロコンピュータ PC-100 を用いた。初期値として実測値から異常に離れた値を入力すると、計算は発散したが、上の方法で見積った初期値を用いると確実に収束した。また初期値を少々変動させても、収束後の結果にはほとんど変化がなかった。計算は4~6回の繰り返しで収束に達した。

## 実験結果および考察

トマト1株当りの水の積算消費量を播種日からの経過日数に対してプロットすると、滑らかなS字型曲線が得られた。第1図にはその結果の一例と、これを Logistic 式にあてはめて得られた適合曲線とを示す。この場合の相関係数 ( $r$ ) は 0.9992 であり、理論曲線は実験データとよく一致している。1981年秋作から1984年秋作まで合計7回の栽培について解析した結果を第1表にまとめた。いずれの場合も  $r$  値は非常に高い値を示しており、Logistic 式の有用性が確認できた。しかしながら、 $B/C$  値すなわち  $Y=A/2$  に達するに要する日数は、春作で125~164日であるのに対し、秋作では72~78日と約



第1図 1984年春作における積算水消費量と栽培日数との関係、実線は Logistic 式にあてはめて得た理論曲線

半分の日しか示さず、両者の差は非常に大きかった。春作では12月~1月に播種するため、生育前期は気温が低く、日射も弱く、苗の生育に長時間がかかる。また生育後期になると気温が上昇し、日射も強く、水の蒸散が活発となる。このため  $B/C$  値は栽培期間の後半に属することとなる。これに対して秋作では7月に播種するため、生育前期は気温が高く、日射も強く、苗は短時間で成長する。ところが植物体が大きくなった生育後期には、気温・日射とも低下するため、水の蒸散は抑制される。このため  $B/C$  値は栽培期間の中央部に属することとなる。1983年春作で  $B/C$  値が164日と大きな値を示したのは、例年より播種日を約1ヶ月早めたにもかかわらず、その1ヶ月間は気温が低く、苗の生育が遅く、水の消費がほとんど無かったためである。冬期の低温・低日照下では、1ヶ月ほど播種日を早めても、植物体の生育促進にはあまり効果のないことがわかる。

植物体の生育や水の蒸散に気温の高低が大きく影響することは当然であるので、Logistic 式の独立変数  $T$  として時間をとるより積算温度を選んだ方が、より一般的な議論ができると推測される。ただし積算温度の求め方には種々の方法が考えられる。たとえば10℃以下になると生育が止まる植物では、10℃以下の気温は削除して0とし、10℃以上の値を積算する(10℃基準積算温度)のも一つの考え方である。トマトの生育に適当な温度は、13~14℃から27~28℃の範囲と考えられており、8℃になると生長量増加は鈍り、5℃で茎葉の伸長はほとんど停止するといわれている<sup>6a)</sup>。したがって5~10℃を積算の基準とする考え方には十分な合理性がある。また通常は1日平均気温が積算の対象となるが、植物の生育(特に水の蒸散)には昼間気温の寄与が大きいので、昼間気温

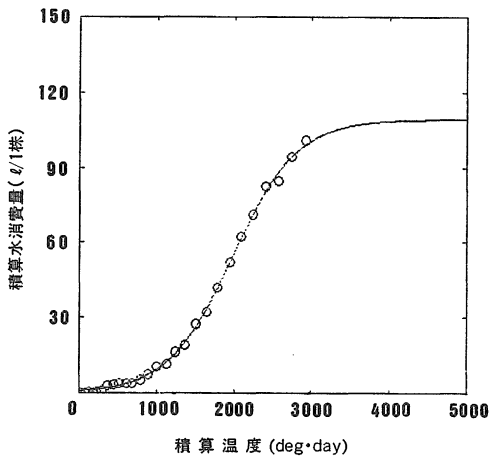
第1表 水消費に関する Logistic 式パラメータ。栽培日数を独立変数とした場合。

作期 <sup>a)</sup>	播種日	栽培終了日	データ数	$A(D)$	$B$	$C \times 10^2$	$B/C(\text{day})$	$r$
'81-b	'81- 7-21	'81- 1- 6	22	88.7	3.68	5.14	71.6	0.9969
'82-a	'82- 1-21	'82- 6-30	22	127.0	5.85	4.70	124.6	0.9996
'82-b	'82- 7- 9	'82-11-22	21	73.8	3.89	5.41	72.0	0.9963
'83-a	'82-12- 8	'83- 7- 4	31	119.5	6.58	4.02	163.8	0.9997
'83-b	'83- 7-12	'83-12-22	22	84.4	3.50	4.84	72.3	0.9964
'84-a	'84- 1-10	'84- 7-12	27	121.4	6.67	4.48	148.8	0.9992
'84-b	'84- 7-19	'84-12-17	22	78.6	3.39	4.34	78.1	0.9973
春作平均				122.6	6.37	4.40	145.7	0.9995
秋作平均				81.4	3.62	4.93	73.5	0.9967
総平均				99.1	4.79	4.70	104.5	0.9979

a) a:春作, b:秋作

平均を積算の対称とする方が実体に則しているとも考えられる。気温の代りに培養液温を積算することも一つの考えであろう。著者等はこれらの点に関してもすでに詳しく検討しているが、繁雑さを避けるため本報告では省略し、とりあえず0℃基準・一日平均気温を積算したものを独立変数とした場合について述べる。

第2図は、第1図と同じ実験データを積算温度に対してプロットし、Logistic式で解析したものである。相関係数で判断したところ、実験データへの適合性は時間を独立変数とした場合より若干良好となっているが、大差はない。しかし7期にわたって行われた試験に対して得られたパラメータ(第2表)を、第1表と対比させると、興味深い相違点が見出せる。すなわち第2表中の



第2図 1984年春作における積算水消費量と0℃を基準とした積算温度との関係。実線は Logistic 式にあてはめて得た理論曲線

第2表 水消費に関する Logistic 式パラメータ。積算温度を独立変数とした場合。

作期 <sup>a)</sup>	A(l)	B	C×10 <sup>3</sup>	B/C(deg·day)	r
'81-b	95.7	4.31	2.33	1847	0.9985
'82-a	119.8	4.59	2.51	1825	0.9990
'82-b	77.6	4.37	2.40	1817	0.9979
'83-a	109.9	5.11	2.35	2171	0.9998
'83-b	91.4	3.95	2.03	1944	0.9980
'84-a	109.4	4.77	2.41	1982	0.9994
'84-b	86.5	4.00	1.90	2111	0.9988
春作平均	113.0	4.82	2.42	1993	0.9994
秋作平均	87.8	4.16	2.17	1930	0.9983
総平均	98.6	4.44	2.28	1956	0.9988

a) a:春作, b:秋作

B/C 値は、春作・秋作とはほとんど無関係で 1817~2171 deg·day とかなり近接した値を示している(平均 1956±53 deg·day)。このことは水の消費量や、ひいてはトマトの生育量を追跡する場合のX座標としては、積算温度の方が時間より優れていることを示している。また第2表の A 値が第1表の A 値と若干異なっている点も注目される。A 値はこの場合トマト1株当りの最大水消費量を意味する。第1表において、春作の A 値は平均 122.6±2.3 l、秋作では 81.4±3.3 l で、秋作の A 値は春作の約66%にすぎない。ところが独立変数として積算温度を用いた第2表では、第1表の A 値と比べて春作は減少し(平均 113.0±3.4 l)、秋作では増加し(平均 87.8±3.9 l)、その結果、秋作の A 値は春作の約78%まで接近した。第1図と第2図の比較からもわかるように、X軸を時間から積算温度に変えると、各プロットの間隔は、春作では前半部が縮まり後半部が拡大する。逆に秋作では前半部が拡がり後半部が縮まる。その結果、X座標値が無限大の時の Y 値に相当する A の値は、春作では減少、秋作では増加することになる。このような処理を行っても、A 値は春作と秋作とでなお22%程度の差はあるが、トマトの生育に対して気温・日射量などの環境因子が適している春作の方が秋作より多くの水を消費するのは当然であろう。事実、トマトの果実収量も春作の方が秋作<sup>2)</sup>より多く、平均すれば秋作は春作の80%となっている。この80%という値が、A 値における春作と秋作の差の78%と非常に近い値となっていることも興味深い。A 値あるいは水の消費量が植物の生育指標として優れていることを示している。いずれにしても、B/C 値だけでなく A 値から見ても、積算温度の方が栽培日数よりも、生育を追跡する際の独立変数(X座標)としては一般性の高いことがわかる。

なお、水耕トマト栽培における1株当たり水消費量については、これまでにも幾つかの測定例がある。たとえば綿原<sup>7)</sup>らは、3月中旬から7月下旬までの春作<sup>8)</sup>において1株当たり100~109 l と報告している。また西野<sup>8)</sup>らは、8月下旬から1月下旬までの秋作(3段摘心)において、1株当たり50 l、3月中旬から7月中旬までの春作(5段摘心)において67 l という値を得ている。これらの値は若干変動しているが、大まかに言って本報告の値と一致している。

第3表は独立変数として、積算日射量を用いた時の結果をまとめたものである。プロットの適合性は、相関係数で見た場合、積算温度を用いた時より若干劣るが、大きな差はない。しかし A 値、B/C 値の年度や作期による変動幅は、積算温度の場合より明らかに拡大してい

る。ただ栽培日数を用いた場合と比べれば、変動幅は小さい。日射量は気温とかなり高い相関をもつ。しかし年間を通して見れば、気温が通常7～8月に最高となるのに対し、日射量は5～6月に最大となり、若干のズレがある。少なくとも水の蒸散に関しては、日射量より気温とのかかわりが深いと考えられる。

以上の結果から、水耕トマト栽培における水消費量は、独立変数として積算温度を用いた Logistic 式によって、良く表現されることが明らかとなった。この関係式はトマトの作期とは無関係に成り立つ。したがってこの関係式を用いれば、水耕トマト栽培における水消費量の予測や、ひいてはトマトの生育予測が可能となるであろう。積算温度は従来から、植物の生育段階<sup>5)</sup>を予測するための指標としてしばしば利用されてきている。水耕ト

マト栽培においても、これが生育段階を表わす指標となりうるか否かを調べるため、過去7期にわたる栽培について、第1花房開花日、果実収穫開始日、栽培終了日の積算温度を対比してみた（第4表）。収穫開始日は果実の成熟着色が始まった時に対応し、栽培終了日は最高段花房（第4～5花房）の果実の大半が成熟着色し終わった時にほぼ対応する。いずれの生育段階を比較しても、経過日数は年度・作期によってかなり大きく変動している。特に春作と秋作との差が著しい。これに対して積算温度は、年度・作期による変動が少なく、大まかに見てほぼ一定値を示している。すなわち第1花房の開花は積算温度が  $1045 \pm 38 \text{ deg}\cdot\text{day}$  において始まり、果実の収穫は  $2120 \pm 46 \text{ deg}\cdot\text{day}$  において始まり、これが  $3035 \pm 83 \text{ deg}\cdot\text{day}$  となると栽培が終了している。ほぼ  $1000 \text{ deg}\cdot\text{day}$  間隔でこれらの生育段階が訪れるという大変簡単な結果が得られた。この結果を基にすれば、播種日として任意の時期を選んでも、年間平均気温のデータさえあれば、何日頃に開花が始まり、何日頃に果実の収穫が始まるか、大よその予測ができることとなる。

なお斎藤によれば、土耕トマト栽培において、発芽から第1花房の花芽分化までの積算温度は  $600 \text{ deg}\cdot\text{day}$ 、第1花房の花芽分化から開花までの積算温度は  $1000 \text{ deg}\cdot\text{day}$  とされている。したがって発芽から第1花房開花までは  $1600 \text{ deg}\cdot\text{day}$  となり、本研究の  $1045 \text{ deg}\cdot\text{day}$  と比べるとかなり大きな値となる。土耕栽培条件が分からないので正確なことは言えないが、本水耕栽培では培養液温度を冬期でも  $15^\circ\text{C}$  以上に保持しており、これが水耕トマトの生育をうながす一因となっているものと思われる。

第3表 水消費に関する Logistic 式パラメータ。  
積算日射量を独立変数とした場合。

作期 <sup>a)</sup>	A(I)	B	C	B/C (kcal·day/cm <sup>2</sup> )	r
'81-b	100.9	4.59	0.157	29.2	0.9988
'82-a	118.9	4.19	0.119	35.1	0.9988
'82-b	76.1	4.39	0.187	23.4	0.9976
'83-a	106.9	4.13	0.110	37.4	0.9991
'83-b	92.1	3.97	0.151	26.3	0.9980
'84-a	124.6	4.46	0.107	41.7	0.9992
'84-b	90.5	4.09	0.134	30.6	0.9983
春作平均	116.8	4.26	0.112	38.1	0.9990
秋作平均	89.9	4.26	0.157	27.4	0.9982
総平均	101.4	4.26	0.138	32.0	0.9985

a) a:春作, b:秋作

第4表 第1花房開花、果実収穫開始、および栽培終了時における経過日数と積算温度

作期 <sup>b)</sup>	第1花房開花		収穫開始		栽培終了	
	日数 <sup>a)</sup> (day)	積算温度 (deg·day)	日数 <sup>a)</sup> (day)	積算温度 (deg·day)	日数 <sup>a)</sup> (day)	積算温度 (deg·day)
'81-b	37	1021	90	2142	170	3164
'82-a	77	964	126	1958	160	2632
'82-b	36	947	82	1982	136	2922
'83-a	96	1078	159	2157	208	3189
'83-b	44	1205	92	2278	163	3243
'84-a	90	958	149	2087	184	2923
'84-b	39	1144	89	2238	151	3173
春作平均	87	1000	145	2067	184	2915
秋作平均	39	1079	88	2160	155	3126
総平均	60	1045	112	2120	167	3035

a) 播種日からの経過日数

b) a:春作, b:秋作

## ま と め

水耕トマト栽培における水消費量を、1981年秋作から1984年秋作までの7期にわたって測定し、Logistic式に基づいて水消費の積算量変化を解析した。実験データのLogistic式へのあてはめは、最小2乗法に基づく逐次近似法によって行った。Logistic式の独立変数としては、栽培日数のほかに積算温度、積算日射量についても検討した。いずれの場合も実験値はこの式によく適合した。中でも積算温度を用いた場合の適合性がすぐれ、しかも栽培年度や作期によるパラメータの変動が最も少なかった。積算日射量、栽培日数の順に適合性は低下した。7期の栽培では、積算温度が $1956 \pm 53 \text{ deg}\cdot\text{day}$ で水消費量が総消費の半分に達した。水の総消費量は春作で $113 \pm 3 \text{ l}$ 、秋作で $88 \pm 4 \text{ l}$ であった。また積算温度が $1045 \pm 38 \text{ deg}\cdot\text{day}$ で第1花房の開花が始まり、 $2120 \pm 46 \text{ deg}\cdot\text{day}$ で果実の成熟着色が始まり、 $3035 \pm 83 \text{ deg}\cdot\text{day}$ で大部分の果実の着色が終了した。

謝辞 本研究の実施に際して、寺田俊郎 本学名誉教授、吉野蕃人教授の深い理解と協力を得た。附属農場の太田勝巳助手からは、積算温度に関する有用な示唆を得た。水耕トマト栽培では、附属農場の高橋亮正技官、小

数賀仁也技官の多大な協力を得た。また水および培養液の管理・計測に関しては、土壌物理化学研究室の専攻生であった引野干嘉志、猪原泰、水嶋修らの協力を得た。ここに心からの謝意を表する。

## 引用文献

1. 吉良竜夫(編):生態学大系, 第2巻上, 植物生態学(2), 古今書院, 東京, 1960, p.272.
2. 寺田俊郎・高橋亮正・小數賀仁也・松井佳久・梶岡律子・水嶋修:島根大附属農場研報 6:1-9, 1985.
3. 山本充男・安井鈞・秋山郁男:島根大農研報 16:48-52, 1982.
4. 日本物理学会(編):計算機による物理実験データ処理, サイエンス社, 東京, 1973, p.118.
5. 江原薫:栽培学大要, 養賢堂, 東京, 1972, p.77.
6. 斎藤隆:トマト—基礎生理と応用技術—, 農文協, 東京, 1976, a) p.60, b) p.82, c) p.109.
7. 綿原孝夫・松田照男・松田 栄:農及園 42:521-522, 1967.
8. 西野寛・川勝隆男・西村隆:京農試研報 2:8-16, 1967.