

河道網系における次数別河道数の分布特性

福 島 ^{*} 晟

Akira FUKUSHIMA

Distribution Characteristics of Ordered Stream Numbers
in Stream Network Systems

1. ま え が き

河川流域の水文環境は流域における各種形態の水の存在状態、移動過程を規定するすべての外的条件と定義でき、気候、地形、地質、植生などの自然的要素あるいは人間生活の営みから形成される人工的要素が複雑にからみあい、流域固有の様相をもっている。地域性の強いこうした河川流域の水文環境を降雨—流出系の面から眺めた場合、流域は1つのオープンシステムを形成し、降雨より流域末端における流量への変換過程は入力となる降雨の時空間的分布特性、および地被、河道配列、流域面積など流域自身が保有する流域特性、さらに流出システムに介在する物理法則等に依存している。したがって、治水、利水などの水工計画策定には i) 流域の地形形態的特徴、ii) 流域の雨水流出過程における応答特性、iii) 流域の生態的特徴、iv) 流域の社会、経済的な特徴などの定量的な把握が重要なポイントとしてあげられる。さらに、最近では、地域開発、あるいは環境改善に伴う都市近郊の農林地の利用形態の変化と洪水流出および内水はんらんの影響の問題が、防災計画、あるいは環境保全計画で議論され、また新たな研究課題が提起されつつある。

本報告は前述 i) の流域の地形形態的特徴を水文学的観点より吟味、検討し、出水特性との関連を定量的に把握することを基本目的とした研究成果の一部であり、ここでは流域の河道配列構造の定量的表示に常用されている河道次数の概念を基礎にして、河道網系における次数別河道数分布特性について検討した結果を述べる。

2. 河道網系の河道分類法

1945年、Horton は河道網系のもつ侵蝕地形の空間的

規則性を経験則として表現した。この研究成果は水の循環過程で生ずる河道網の形成過程をはじめて定量化したもので、自然地理学ならびに水文学における河道網系の定量的表現・把握に関する研究の端緒となった。すなわち、Horton は河道次数の概念により、侵蝕地形発達の定量的解釈を試み、出水現象に関連する重要な地形量である河道数、河道長、河道勾配に関するいわゆる Horton 則を提案した。

Horton の河道次数の概念の提唱以後、展開された河道網系に関する研究は i) 河道網系の幾何学的性質、ii) 河道網系のトポロジー的特徴、iii) 河道網系の地形形態の特性、iv) 河道網系の数理モデル化、v) 河道の水利幾何学、vi) 流域地形特性と出水特性との関連等の研究に分類できよう。これらについてはすでに成書としてまとめられている部分があるので、ここでは本報告に関連することの概要を示すにとどめる。

Strahler は Horton の河道次数の評価法で同次数の河道が合流するたびに、そのうちの主流方向の河道部分の次数を数えなおすという手順を省いた河道の次数化法を提案した。すなわち、1次河道はそれ自身支流をもたない水源部の細流とし、一般に同一次数の2本の u 次河道が合流したとき、 $(u+1)$ 次河道が形成され、 u 次河道にそれより低次の河道が流入しても次数は変化しないという手法である。その他、Scheidegger, Woldenberg, Shreveなどによる次数化方式が提案されている。

たとえば、Strahler の次数化法は u 次河道にそれより低次の河道が合流しても河道次数は変化しないとするという評価法であり、これら合流点における水理、水文的变化特性が無視されるという不自然さがあるとして Scheidegger は新たに論理的河道次数 (consistent stream order) を提案している。しかし、Scheidegger の指摘にもかかわらず、現在、河道の定量的分類法として

* 農業水工学研究室

地形解析に常用されているのは *Strahler* の河道次数化方式である。これは *Scheidegger*, *Shreve* の各方式が *Strahler* の方式において成立しない次数の分配法則を改良した半面、次数が不連続になるという欠点を残したことにその一因があるように思われる。

ところで、*Shreve* は河道網の最小単位をリンクとして河道を分類するマグニチュード理論を提唱している。この方法によると河道の合流点において結合則が成立する。さらに、*Shreve* は「地質的影響が強く作用しない場合には、自然の河道網はほぼトポロジ的にランダムである」という仮定のもとに河道網のトポロジ的モデルを考え、河道網系についての確率統計の理論を展開している。

このマグニチュード理論を用いると、ソース数が n である河道網系において、トポロジ的に異なる河道網 (*topologically distinct channel network*, 以下 TDCN と略称する) の総数 Z_n は次式で与えられる。

$$Z_n = Y_n/n! = \frac{1}{n} \binom{2n-2}{n-1} = \frac{1}{2(2n-1)} \binom{2n}{n} \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 $Y_n = \prod_{r=2}^n (4r-6) = 2_{n-2}P_{n-1}$ である。

表1 TDCNにおける1次河道数 N_1 と Z_n , N_{Ac} の関係

N_1	Z_n	N_{Ac}
1	1	1
2	1	1
3	2	1
4	5	2
5	14	3
6	42	6
7	132	11
8	429	23
9	1430	46
10	4862	98
11	16796	207
12	58786	451
13	208013	983
14	742903	2179
15	2.674×10^6	4850
16	9.695×10^6	10905
17	3.536×10^7	24631
18	1.296×10^8	56011
19	4.776×10^8	127912
20	1.767×10^9	293547
32	1.454×10^{16}	7.863×10^9
64	9.430×10^{34}	1.2023×10^{22}

ソース数が n のトポロジ的に異なる Z_n 個の河道網の各々が出現する確率は前述のランダム性の仮定により、等確率 $1/Z_n$ である。ここでソース数 n と *Strahler* 方式の1次河道数 N_1 とは同値である。表1の第2欄に河道網の1次河道数が $N_1=1\sim 20$, および32, 64本含まれる場合についての Z_n の値を示す。

さて、河道網系を洪水流出現象の生起場および河道流の流下・伝播の機能をもつ系として考える場合は、河道配列における支川の合流に左右の区別をする必要はない。この場合の河道網パターン数 $N_{Ac}(N_1)$ は次式で表わされることになる。⁴⁾

$$N_{Ac}(N_1) = \sum_{\nu=1}^{N_1} N_{Ac}(\nu) \cdot N_{Ac}(N_1-\nu) \quad (\text{for } N_1: \text{odd})$$

$$N_{Ac}(N_1) = \sum_{\nu=1}^{N_1-1} N_{Ac}(\nu) \cdot N_{Ac}(N_1-\nu) + \frac{1}{2} N_{Ac}(N_1) \{N_{Ac}(N_1) + 1\} \quad (\text{for } N_1: \text{even}) \dots\dots(2)$$

ここに、 $\nu_1 = [N_1/2]$, [] はガウス記号を示す。また $N_1=1, 2, 3$ のとき $N_{Ac}(N_1)=1$ である。

なお、こうした河道網の分類を *Smart* は *Ambilateral classification* と呼んでいる。表1の第3欄に $N_1=1\sim 20$, および32, 64についての $N_{Ac}(N_1)$ の値を示す。表1より *Smart* の提案による河道網パターンの評価法はトポロジ的に異なる河道網のパターン数をより *lumping* した評価法であり、 N_1 の増大とともに両者の差異はより顕著になることが指摘できる。

しかし、*Smart* の *Ambilateral classification* の評価法によっても N_1 が大きくなるにつれ、 $N_{Ac}(N_1)$ は大幅な増大傾向にあるから、大流域になるほどこうした評価法による河道網パターンの特性と雨水伝播特性を定量的に検討することは容易ではないといえる。

そこで、筆者らは以上の点を考慮し、河道網の次数化方式として N_1 方式を提案した。⁵⁾ これは同じ次数の河道が合流するときのみ、より高次の河道を形成するという *Horton-Strahler* 方式の河道次数の概念を若干修正し、かつ次数間の流域内地形量に相似性が保たれ、流域内地形量の *lumping* が可能な手法である。すなわち、あるスケールのもとに設定された河道網系において各河道合流点より上流域に含まれる水源部細流の数、すなわち1次河道数 N_1 が次式を満足するような集水域をその河道網系の u 次河道と定義する。

$$u = (\log_{10} 2N_1 / \log_{10} 2) \dots\dots\dots(3)$$

ここに、[] はガウス記号である。式(3)より算定される N_1 方式の次数 u と N_1 との関係を表2に示す。

表2 N_1 方式の次数化による次数 u と N_1 の関係

次 数	$2^{u-1} \leq N_1 < 2^u$
$u = 2$	$2 \leq N_1 < 4$
$= 3$	$4 \leq N_1 < 8$
$= 4$	$8 \leq N_1 < 16$
$= 5$	$16 \leq N_1 < 32$
$= 6$	$32 \leq N_1 < 64$
$= 7$	$64 \leq N_1 < 128$
$= 8$	$128 \leq N_1 < 256$
$= 9$	$256 \leq N_1 < 512$
$= 10$	$512 \leq N_1 < 1024$
$= 11$	$1024 \leq N_1 < 2048$
$= 12$	$2048 \leq N_1 < 4096$

この N_1 方式による次数化方式は *Strahler* 方式とマグニチュード理論による河道分類法との中間的な河道分類法として位置づけられる。したがって、今後、*Strahler* 方式による河道分類法とともに、 N_1 方式による河道次数の概念が実用的な流域河道網構造の尺度としてどの程度応用できるかを実流域の河道網系について検討する余地があるといえよう。

3. 河道網系の河道次数と次数別河道数分布

流域を降水一流出系の変換場として眺めた場合、そこには流域固有の河道配列がみられ、流域表面地形は河道およびそれに付随する山腹斜面から構成されているとみなすことができる。こうした河道・斜面系の空間的特徴を工学的精度で評価し、水文学的な流域モデルを作成しようとするとき、前述2.の計量地形学的な研究成果の応用が考えられる。そこで、流域モデル作成に前述の *Strahler* 方式および N_1 方式の河道次数の概念を基礎にすることを前提として、議論を進める。ここでは上述の両次数化方式を河道網系に適用した場合、各次数別の河道数分布はどのような特性をもつかを数値シミュレーションにより検討してみる。

ところで、*Shreve* は河道網系を *Strahler* 方式で次数化した場合、最高次数が w となり、かつ次数別河道数が $(N_1, N_2, \dots, N_{w-1}, 1)$ となるトポロジー的に区別しうる河道網 (TDCN) の総数を定式化している。しかし *Shreve* の式から1次河道数を N_1 本含む *Strahler* 方式による最高次数が w となる TDCN において、一般に u 次河道数 N_u がどのような確率分布するかを推定することは困難である。

そこで、*Shreve* のリンクマグニチュードの概念を基礎にして導いた以下のような式にもとづいて検討するこ

とにする。

さて、1次河道数を N_1 本含む集水域でマグニチュード ν と $(N_1 - \nu)$ のリンクが合流し、マグニチュード N_1 のリンクを形成する確率 P_{ν, N_1} は次式で与えられる。

$$P_{\nu, N_1} = (2 - \delta_{\nu, \frac{N_1}{2}}) \frac{2N_1 - 1}{2(2\nu - 1) \{2(N_1 - \nu) - 1\}} \left(\frac{2\nu}{\nu} \right) \left(\frac{2(N_1 - \nu)}{N_1 - \nu} \right) / \left(\frac{2N_1}{N_1} \right) \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 $\delta_{\nu, \frac{N_1}{2}}$ はクロネッカーのデルタ記号である。

式(2)、(4)を用いると、1次河道数が N_1 本ある流域において、 u 次河道が N_u 本形成される確率 $P(u, N_u)_{N_1}$ 、およびその河道網パターン数 $N_{AC}(u, N_u)_{N_1}$ が次式のよ

$$P(u, N_u)_{N_1} = \sum_{\nu=1}^{\nu_1} \sum_{\alpha=0}^{\alpha_1} (2 - \delta_{\nu, \frac{N_1}{2}}(\alpha, \beta)) P_{\nu, N_1} \cdot P(u, \alpha) \cdot P(u, \beta)_{N_1 - \nu} \dots \dots \dots (5)$$

$$N_{AC}(u, N_u)_{N_1} = \sum_{\nu=1}^{\nu_1} \sum_{\alpha=0}^{\alpha_1} N_{AC}(u, \alpha)_{\nu} \cdot N_{AC}(u, \beta)_{N_1 - \nu}$$

$$N_{AC}(N_1) = \sum_{N_u=0}^{\alpha_2} N_{AC}(u, N_u)_{N_1} \dots \dots \dots (6)$$

ここに、 $\nu_1 = [N_1/2]$ 、 $\alpha_1 = [\nu/2^{u-1}]$ 、 $\beta = N_u - 2$ 、 $P(2, 1)_2 = P(2, 1)_3 = 1$ 、 $N_1 \leq 2^{u-1} - 1$ のとき $P(u, 0)_{N_1} = 1$ 。

$\nu = N_1/2$ であつ $\alpha = \beta$ の場合、 $\delta_{\nu, \frac{N_1}{2}}(\alpha, \beta) = 0$ 、その他の場合 $\delta_{\nu, \frac{N_1}{2}}(\alpha, \beta) = 1$ である。

また、 $\alpha_2 = [N_1/2^{u-1}]$ であり、さらに $\nu = N_1/2$ であつ $\alpha = \beta (= N_u/2)$ の場合、式(6)の \dots の部分は次の項で置きかえるものとする。

$$\frac{1}{2} N_{AC}(u, \alpha)_{\frac{N_1}{2}} (N_{AC}(u, \alpha)_{\frac{N_1}{2}} + 1)$$

解析対象とする河道網系に対し、*Strahler* 方式、 N_1 方式のいずれの次数化方式を用いても、 N_u の最大値は $[N_1/2^{u-1}]$ である。なお、*Strahler* 方式による次数化方式を適用する場合、集水域内のソース数、あるいはリンクのマグニチュードにより最大次数が一義的に定まらないため、上式による計算には若干の修正が必要である。

すなわち、式(5)、(6)による数値計算をすすめるに際し、*Strahler* の河道次数の定義により、リンク ν と $(N_1 - \nu)$ の河道次数が等しい場合、リンク N_1 の河道次数は1次だけ増加することを考慮しなければならない。

表3は $N_1 = 32$ の場合についての2次河道数の形成確率 $P(u, N_u)_{N_1}$ 、およびその河道網パターン数 $N_{AC}(u, N_u)_{N_1}$ を示したものである。*Strahler* 方式、 N_1 方式のいずれの次数化方式を適用しても、2次河道数は等しく評価される。したがって、 $u = 2$ の場合、両次数化方式に

対する $P(u, N_u)_{N_1}$ および $N_{Ac}(u, N_u)_{N_1}$ の値は同一となる。表3より、 $P(u, N_u)_{N_1}$ のモードは $N_u=8$ であるのに対し、 $N_{Ac}(u, N_u)_{N_1}$ のモードは $N_u=10$ で生じ、両者のモードは一致しないことが指摘できる。また図1、2はTDCNにおいて、1次河道数 $N_1=2^i (i=6\sim 10)$ を含む集水域において形成される Strahler 方式、および N_1 方式の3次河道数のヒストグラムを示したものである。 N_1 の増大とともに分布形状は扁平となり、分散は大きくなる傾向が指摘できる。

これらの結果、また他の次数についての u 次河道数 N_u 、および $P(u, N_u)_{N_1}$ の数値計算結果より、 N_u の確率分布は正規確率紙上で直線近似されることが明らかになった。したがって、TDCNにおいて N_1 の増大とともに u 次河道数 N_u の分布は正規分布に漸近するといえる。

ところで、河道網系における河道数に関しては式(7)の

表3 TDCNにおける河道数の形成確率と河道網のパターン数 ($u=2, N_1=32$)

N_u	$P(u, N_u)_{N_1}$	$N_{Ac}(u, N_u)_{N_1}$
1	0.73823×10^{-7}	1
2	0.80283×10^{-5}	225
3	0.25289×10^{-3}	14665
4	0.34246×10^{-2}	420637
5	0.23630×10^{-1}	6276437
6	0.90974×10^{-1}	53444353
7	0.20577×10^0	273982891
8	0.28110×10^0	871588821
9	0.23425×10^0	1743699349
10	0.11843×10^0	2191374517
11	0.35528×10^{-1}	1702052112
12	0.60560×10^{-2}	788497033
13	0.54348×10^{-3}	204125898
14	0.22396×10^{-4}	26180304
15	0.31995×10^{-6}	1290243
16	0.66656×10^{-9}	10905

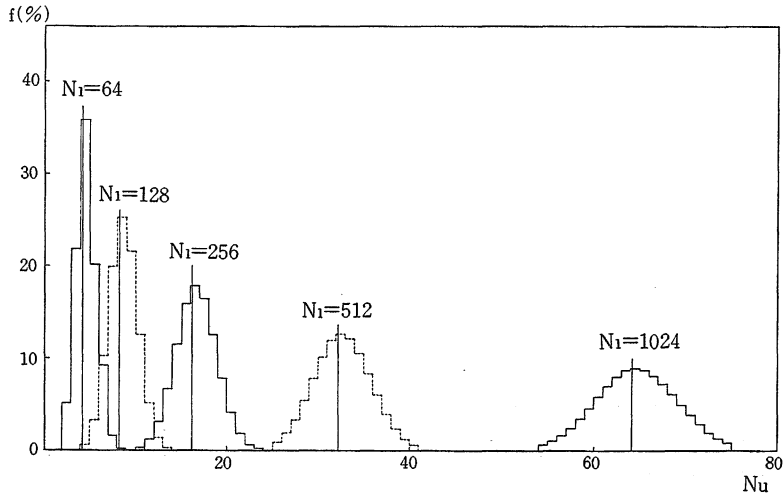


図1 河道数 N_u のヒストグラム (Strahler 方式, $u=3$)

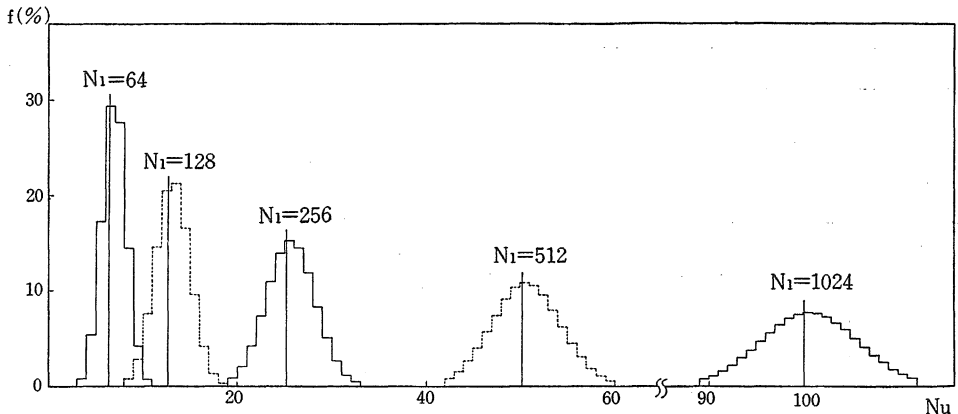


図2 河道数 N_u のヒストグラム (N_1 方式, $u=3$)

Horton の河道数則, あるいはトポロジーモデルにより確率論的に導かれた式(8)で表わされる 1/4 則がある.

$$N_u = R_b^{w-u}, \quad R_b = N_u / N_{u+1} \dots \dots \dots (7)$$

$$N_u = \left(\frac{1}{4}\right)^{u-1} \cdot N_1 \dots \dots \dots (8)$$

ここに, N_u, N_{u+1} はそれぞれ次数 $u, u+1$ の河道数, w は流域最下流河道の次数, R_b は分岐比である.

これらの河道数則は次数 u の河道数 N_u が十分大きい場合に成立する河道網系の巨視的かつ平均的な構成秩序を定量表示したものである.

実流域において上述の河道数則の適合性は通常, 次数

u と u 次河道数 N_u の関係を半対数紙上にプロットし, その直線性の有無により検討されている.

いま, TDCN における次数別河道数の確率分布より, その平均値 \bar{N}_u および標準偏差 s を算定すれば, 上述の河道数則に関する適合性を TDCN における次数別平均河道数 \bar{N}_u と標準偏差 s の2つのパラメーターを用いて検討することが可能となる.

図3, 4に TDCN における1次河道数 N_1 と次数別平均河道数 \bar{N}_u との関係を示す. 図3より, TDCN を Strahler 方式で次数化した場合, 1次河道数を N_1 本含む集水域内の次数別平均河道数は河道数に関する 1/4 則をほぼ満足しているといえる. また図4より, TDCN

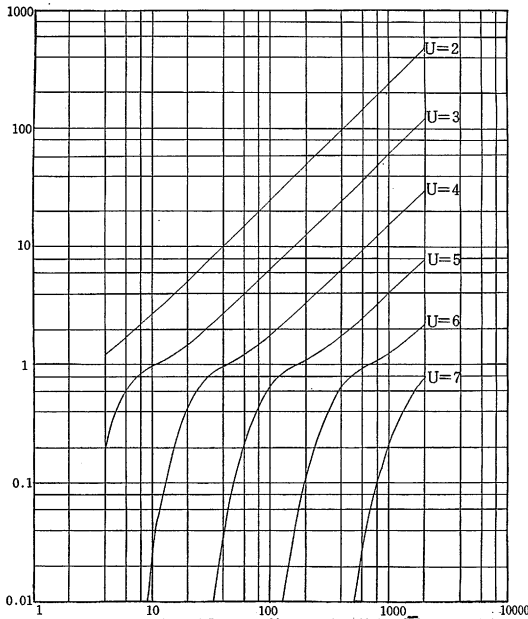


図3 1次河道数 N_1 と平均 u 次河道数 \bar{N}_u の関係 (Strahler 方式)

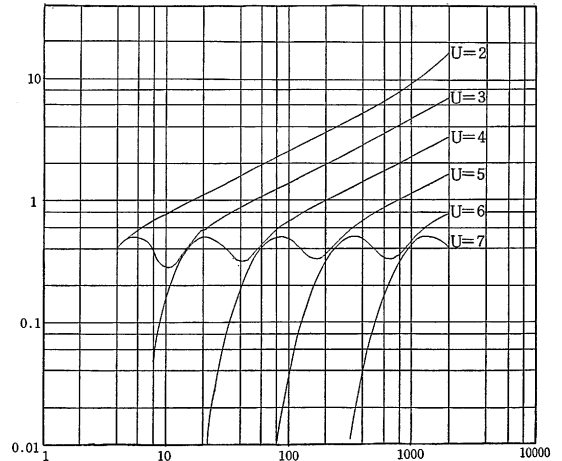


図5 1次河道数 N_1 と u 次河道数 N_u の標準偏差 s の関係 (Strahler 方式)

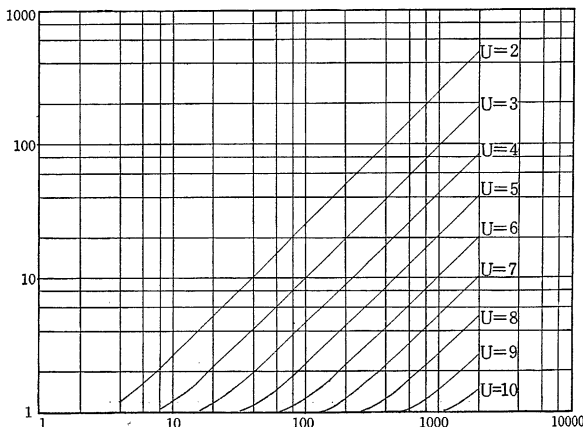


図4 1次河道数 N_1 と u 次河道数 \bar{N}_u の関係 (N_1 方式)

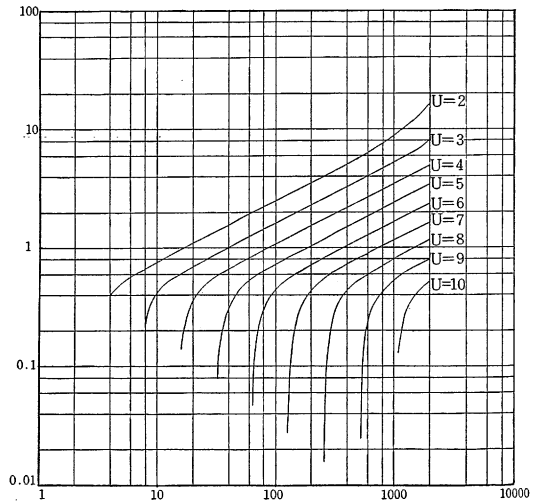


図6 1次河道数 N_1 と u 次河道数 N_u の標準偏差 s の関係 (N_1 方式)

表4 次数別平均河道数 \bar{N}_u と標準偏差 s (Strahler方式)

N_1	$u=2$		$u=3$		$u=4$		$u=5$		$u=6$		$u=7$		$u=8$	
	\bar{N}_u	s	\bar{N}_u	s	\bar{N}_u	s	\bar{N}_u	s	\bar{N}_u	s	\bar{N}_u	s	\bar{N}_u	s
4	1.2	0.4	0.2	0.4										
8	2.2	0.7	0.9	0.4	0.0	0.1								
16	4.1	1.0	1.3	0.4	0.3	0.4	0.0	0.0						
32	8.1	1.4	2.2	0.8	0.8	0.4	0.01	0.1	0.0	0.0				
64	16.1	2.0	4.2	1.1	1.3	0.5	0.3	0.4	0.0	0.0	0.0	0.0		
128	32.1	2.8	8.2	1.6	2.2	0.8	0.8	0.4	0.01	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0
256	64.1	4.0	16.2	2.2	4.2	1.1	1.3	0.5	0.3	0.4	0.0	0.0	0.0	0.0
512	128.1	5.9	32.2	3.2	8.2	1.6	2.2	0.8	0.8	0.4	0.01	0.1	0.0	0.0
1024	256.1	9.1	64.1	4.6	16.2	2.3	4.2	1.1	1.3	0.5	0.3	0.4	0.0	0.0
2048	511.8	17.0	128.1	6.9	32.2	3.3	8.2	1.6	2.2	0.8	0.8	0.4	0.01	0.1

表5 次数別平均河道数 \bar{N}_u と標準偏差 s (N_1 方式)

N_1	$u=2$		$u=3$		$u=4$		$u=5$		$u=6$		$u=7$		$u=8$		$u=9$		$u=10$	
	\bar{N}_u	s	\bar{N}_u	s	\bar{N}_u	s	\bar{N}_u	s	\bar{N}_u	s	\bar{N}_u	s	\bar{N}_u	s	\bar{N}_u	s	\bar{N}_u	s
4	1.2	0.4																
8	2.2	0.7	1.1	0.2														
16	4.1	1.0	1.8	0.6	1.0	0.1												
32	8.1	1.4	3.3	0.9	1.6	0.6	1.0	0.1										
64	16.1	2.0	6.4	1.3	3.0	0.9	1.6	0.6	1.0	0.1								
128	32.1	2.8	12.7	1.8	5.8	1.2	2.9	0.8	1.5	0.6	1.0	0.0						
256	64.1	4.0	25.2	2.6	11.4	1.7	5.5	1.2	2.8	0.8	1.5	0.5	1.0	0.0				
512	128.1	5.9	50.2	3.7	22.6	2.5	10.9	1.7	5.4	1.2	2.8	0.8	1.5	0.5	1.0	0.0		
1024	256.1	9.1	100.1	5.4	45.1	3.5	21.6	2.4	10.6	1.7	5.3	1.2	2.8	0.8	1.5	0.5	1.0	0.0
2048	511.8	17.0	200.1	8.3	90.0	5.1	42.9	3.5	21.0	2.4	10.5	1.7	5.3	1.2	2.8	0.8	1.5	0.5

を N_1 方式で次数化した場合も N_1 と \bar{N}_u の関係は両対数紙上で直線近似されるが、式(7)で示される分岐比 R_b は $N_1/N_2=4$ 、 $u \geq 2$ のときは $N_u/N_{u+1} \approx 2$ に漸近し、Strahler方式による場合の分岐比と異なった傾向にある。

また図5、6には TDCN における N_1 と N_u の標準偏差 s との関係を示す。Strahler方式、 N_1 方式ともに、 N_u の標準偏差は N_1 の増大とともに両対数紙上で直線的に増加する部分が認められる。すなわち、各次数とも N_u の標準偏差 s が0.7~5.0と評価される範囲内では s と N_1 の関係は次式で近似される。

$$s = aN_1^b \dots\dots\dots(9)$$

ここに、 a 、 b はともに定数で、 a の値は次数 u により異なるが、 b はいずれの次数ともほぼ0.5である。

$s < 0.7$ 、または $s > 5.0$ と評価される領域では N_1 と s の関係は両対数紙上で曲線を描いている。すなわち、

s が小さく評価される範囲は N_u の確率分布が正規分布で近似されない領域であり、また s が5.0以上に評価される領域では N_u の確率分布形状が扁平になる傾向がより強くなる結果、式(9)では近似し難いといえる。

表4、5は $N_1=2^i$ ($i=2\sim 11$) とした TDCN において、Strahler方式、および N_1 方式のそれぞれの次数化方式を適用した場合の次数別平均河道数 \bar{N}_u と N_u の標準偏差 s の値を示したものである。

また図7、8は実流域における次数 u と \bar{u} 次河道数 N_u との関係を図示したものである。なお、図中の w/l の値は1/2.5万地形図上等高線の幅 w とその奥行き l との比を示し、 $w/l=1$ 、あるいは2の地点まで水源部の河道とみなして設定される2種の河道網についての計測例が図示されている。また同図には上述の TDCN から算定される \bar{N}_u および $\bar{N}_u \pm s$ の値も併示してある。

このように、 $\bar{N}_u \pm s$ の値をプロットすることにより、

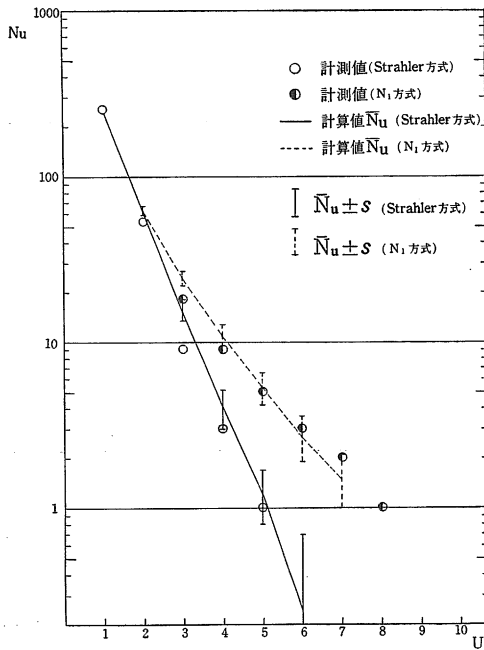


図7 次数 u と u 次河道数 N_u の関係
(大迫ダム流域, 河道網 $w/l=1$)

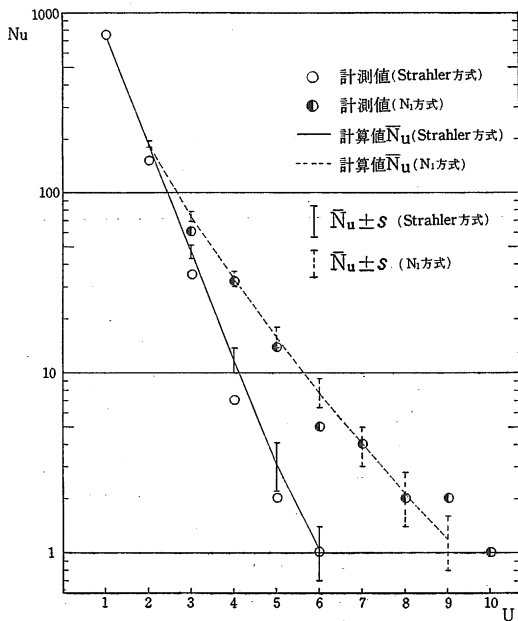


図8 次数 u と u 次河道数 N_u の関係
(大迫ダム流域, 河道網 $w/l=2$)

河道数に関する1/4則の適合度をより厳密に判定できよう。

なお、河道数に関する1/4則からのズレの程度の尺度

として次式を用いる。

$$N_{Gu} = \frac{N_u - \bar{N}_u}{s} \dots\dots\dots (10)$$

または

$$N_G = \frac{1}{w} \sum_{u=1}^w \left(\frac{N_u - \bar{N}_u}{s} \right)^2 \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 N_{Gu} 、 N_G は TDCN で評価される平均河道数と実流域で計測される河道数との偏差を示す尺度で、これは流域表面地形、地質特性が反映された流域固有の指標とも定義できる。また w は流域最下流河道の次数、 \bar{N}_u 、 s はそれぞれ TDCN で評価される平均 u 次河道数、および u 次河道数の標準偏差である。

表6に N_{Gu} 、および N_G の算定例を示す。同表より、大迫ダム流域はいずれの次数化方式を適用しても、 N_{Gu} が負値となる場合が多く、TDCN における平均的な河道配列構造に比較し、各次数の河道数は少なく評価されているといえる。一方、串良川流域は N_G の値が Strahler 方式では0.22、 N_1 方式の場合0.75と大迫ダム流域に比較し、非常に小さく評価されており、かつ本流域の河道配列構造は TDCN における平均的な河道配列形態に近似しているといえる。

ここで定義した N_{Gu} 、または N_G の値と出水時の雨水伝播特性とはどのような関連があるかについては今後検討しなければならないが、河道配列構造についての流域間の相互比較を次数別河道数のみならず、表6に示すように N_{Gu} 、および N_G の値を用いて検討することが可能となったといえる。

なお、 $N_1 \sim \bar{N}_u$ の関係、および $N_1 \sim s$ の関係は、数値シミュレーションを行った $N_1=4 \sim 2048$ の範囲を一義的な式で表示し難いので、表4、5に示した N_1 以外の数値シミュレーション結果を付表1、2に示しておく。

表4、5、および付表1、2を利用することにより、

表6 N_{Gu} 、 N_G の算定例 (大迫ダム流域河道網 $w/l=1$)

流域 次数化方式 河道次数	大迫ダム		串良川	
	Strahler	N_1	Strahler	N_1
$u=2$	-2.47	-2.47	0.82	0.82
$=3$	-3.10	-2.60	-0.44	0.14
$=4$	-0.98	-1.27	0.03	-0.10
$=5$	-0.53	-0.36	0.14	1.12
$=6$	-0.56	0.29	0.63	-1.48
$=7$		0.93	-0.05	0.81
$=8$				-0.69
N_G	3.46	2.59	0.22	0.75

任意の1次河道数 N_1 をもつ河道網系に対して上述のような河道数に関する検討が可能となったといえる。

4. あとがき

本報告では代表的な流域特性としてあげられる河道配列構造について、従来の研究成果を基礎にしなが、その定量的な分析を試みた。

まず、流域の河道配列構造の定量的分類法を概観した。その結果、流域の地形形態の特性と雨水流出現象等の水文事象との関連を議論する上において、*Horton* の提唱による河道次数の概念、およびそれを若干修正した *Strahler* 方式の河道次数の概念が重要な役割をもつこと、また *Shreve* のマグニチュード理論による河道分類法は流域内のソース数ないし1次河道数が大きくなるにつれ、河道網のパターン数が急激に増加することから、マグニチュード理論および *Smart* の *Ambilateral classification* による評価法は実用的観点より、その適用は容易でないことが指摘された。

またそうした点を勘案して提案された N_1 方式は *Strahler* 方式とマグニチュード理論による河道分類法との中間的な評価法として位置づけられ、流域地形のマクロの特性を表現する一手法として検討する余地があることを指摘した。

ついで、トポロジー的に異なる河道網系を対象に N_1 方式、および *Strahler* 方式による河道次数化方式を適用し、次数別河道数分布特性を数値シミュレーションにより検討した。

従来、河道網系の次数別河道数に関しては *Horton* 則ないし1/4則により、河道網系における平均的な傾向を吟味するのみであったが、数値シミュレーション結果より、トポロジー的に異なる河道網系における次数別河道数分布特性が明らかにされ、そうした河道数則からの偏差の程度を次数別河道数の標準偏差を用いて検討するこ

とが可能となった。

また、トポロジー的に異なる河道網系における平均的な河道配列形態からの偏差を尺度とする指標を提示した。この指標を実流域の河道網系で評価することにより、各流域固有の河道配列構造の特性がより厳密に検討できるものと思われる。さらに、河道数則の検討の際に参考となるように、トポロジー的に異なる河道網系における1次河道数と次数別平均河道数、および次数別河道数の標準偏差との関係を表にまとめた。

最後に、本研究をすすめるにあたり、御指導を賜った京都大学防災研究所角屋睦教授、島根大学農学部田中礼次郎教授、および計算・資料整理に御協力を賜った大学の門城祐司事務官、ならびに農業水利工学専攻生の越島鉄也君、坂本智君、渡辺昌明君に深甚なる感謝の意を表する次第である。

なお、本報告は文部省科学研究費による研究成果の一部であり、また数値解析には京都大学大型計算機センター FACOM M-382 システム、および島根大学電子計算センター FACOM 140-F システムを用いたことを付記する。

参考文献

1. 石水照雄・奥野隆史：計量地理学 共立出版1973, p. 62-81.
2. 高山茂美：河川地形 共立出版 1974, p. 4-74.
3. A. E シャイデッガー（奥田節夫監訳）：理論地形学 古今書院 1980, p. 17-26, 263-300.
4. 藤田睦博：土木学会論文集 234: 73-82, 1975.
5. 福島 晟・田中礼次郎・角屋 睦：自然災害科学総合シンポジウム講演論文集 12: 195-198, 1975.
6. SHREVE, R. L.: J. Geol. 74(1): 17-37, 1966.
7. 石原藤次郎・高棹琢馬・瀬能邦雄（現姓、友杉）：京大防災研年報 12-B: 345-365, 1969.

Summary

The basic purpose of this study was to develop the method for analyzing the stream network structure of basin geometry and to clarify the relation between quantitative properties of basin geomorphology and the hydrological characteristics of runoff phenomenon in an actual river basin.

As a part of the study on such a theoretical procedure in quantitative geomorphology, this paper discussed on the various stream classification methods suggested in the past and the distribution characteristics of ordered stream numbers.

Then, the numerical calculation based on the concept of stream order was carried out by the statistical theory of stream network systems, which was found on the basic

postulate that natural stream network systems in the absence of strong geologic controls are very nearly topologically random.

As the ordering method of stream network systems, Strahler and N_1 ordering systems were applied.

The main results were as follows: 1) Topologically distinct channel networks were evaluated in too extreme numbers comparing with ones based on the ambilateral classification. 2) Strahler and N_1 ordering systems were the practical method of stream classification for evaluation in the macro scale of river basin geometry. 3) The frequency distributions of Strahler and N_1 stream numbers drawn from an infinite topologically random stream network systems with respect to each order were approximately given by the normal probability density function. And the standard deviation of stream numbers increased rapidly at the rate of exponential function. 4) The mean stream number and the standard deviation of stream numbers were evaluated in relation to the numbers of first-order streams in random topology stream network systems. 5) The geomorphologic index for ordered stream numbers in an actual river basin was defined and the measuring examples in river basins were shown.

付表1 次数別平均河道数 $\bar{N}u$ と標準偏差 s (Strahler方式)

N_1	$u=2$		$u=3$		$u=4$		$u=5$		$u=6$		$u=7$		$u=8$	
	$\bar{N}u$	s	$\bar{N}u$	s	$\bar{N}u$	s	$\bar{N}u$	s	$\bar{N}u$	s	$\bar{N}u$	s	$\bar{N}u$	s
5	1.43	0.49	0.43	0.49										
10	2.65	0.76	0.97	0.28	0.02	0.15								
15	3.89	0.95	1.20	0.41	0.20	0.40								
20	5.14	1.10	1.47	0.56	0.44	0.50	0.0	0.01						
25	6.38	1.24	1.76	0.65	0.64	0.48	0.0	0.03						
30	7.63	1.36	2.07	0.73	0.79	0.42	0.0	0.07						
35	8.88	1.47	2.37	0.80	0.89	0.36	0.02	0.12						
40	10.13	1.57	2.68	0.86	0.97	0.32	0.04	0.19						
45	11.38	1.67	2.99	0.92	1.03	0.32	0.07	0.25						
50	12.63	1.76	3.30	0.97	1.09	0.35	0.11	0.31						
55	13.88	1.85	3.61	1.02	1.15	0.39	0.15	0.36						
60	15.13	1.93	3.92	1.07	1.21	0.43	0.21	0.41						
65	16.38	2.01	4.23	1.11	1.27	0.47	0.27	0.44						
70	17.63	2.08	4.54	1.16	1.34	0.51	0.32	0.47						
75	18.88	2.16	4.86	1.20	1.41	0.54	0.38	0.49	0.0	0.01				
80	20.13	2.23	5.17	1.24	1.48	0.57	0.44	0.50	0.0	0.01				
85	21.38	2.30	5.48	1.28	1.55	0.60	0.49	0.50	0.0	0.01				
90	22.63	2.37	5.79	1.31	1.62	0.63	0.55	0.50	0.0	0.02				
95	23.88	2.43	6.10	1.35	1.70	0.65	0.60	0.49	0.0	0.03				
100	25.13	2.50	6.41	1.39	1.77	0.67	0.64	0.48	0.0	0.04				
110	27.63	2.62	7.04	1.46	1.92	0.71	0.72	0.46	0.0	0.05				
120	30.13	2.74	7.66	1.52	2.07	0.75	0.79	0.42	0.01	0.08				
130	32.63	2.85	8.29	1.58	2.23	0.79	0.84	0.39	0.01	0.10				
140	35.13	2.96	8.91	1.65	2.38	0.82	0.89	0.36	0.02	0.13				
150	37.62	3.07	9.54	1.70	2.53	0.85	0.93	0.34	0.03	0.16				
160	40.12	3.17	10.16	1.76	2.69	0.88	0.97	0.33	0.04	0.19				
170	42.62	3.27	10.79	1.82	2.84	0.91	1.00	0.33	0.05	0.22				
180	45.12	3.36	11.41	1.87	3.00	0.94	1.03	0.33	0.07	0.25				
190	47.62	3.46	12.04	1.92	3.15	0.97	1.06	0.34	0.09	0.28				
200	50.12	3.55	12.66	1.97	3.31	1.00	1.09	0.35	0.11	0.31				
220	55.12	3.73	13.91	2.07	3.62	1.05	1.15	0.39	0.16	0.36				
240	60.12	3.90	15.16	2.16	3.93	1.09	1.21	0.43	0.21	0.41				
260	65.12	4.06	16.41	2.25	4.24	1.14	1.27	0.47	0.27	0.44				
280	70.12	4.22	17.66	2.34	4.55	1.19	1.34	0.51	0.33	0.47				
300	75.12	4.38	18.91	2.42	4.86	1.23	1.41	0.54	0.38	0.49	0.0	0.01		
320	80.12	4.53	20.16	2.50	5.17	1.27	1.48	0.58	0.44	0.50	0.0	0.01		
340	85.12	4.68	21.41	2.58	5.49	1.31	1.55	0.60	0.50	0.50	0.0	0.02		
360	90.12	4.82	22.66	2.65	5.80	1.35	1.62	0.63	0.55	0.50	0.0	0.02		
380	95.12	4.96	23.91	2.73	6.11	1.39	1.70	0.65	0.59	0.49	0.0	0.03		
400	100.11	5.10	25.16	2.80	6.42	1.42	1.77	0.68	0.64	0.48	0.0	0.04		
420	105.11	5.24	26.41	2.87	6.73	1.46	1.85	0.70	0.68	0.47	0.0	0.05		
440	110.11	5.38	27.66	2.94	7.05	1.49	1.92	0.72	0.72	0.46	0.0	0.06		
460	115.11	5.51	28.90	3.01	7.36	1.53	2.00	0.74	0.75	0.44	0.0	0.07		
480	120.11	5.65	30.15	3.07	7.67	1.56	2.08	0.76	0.79	0.42	0.01	0.08		
500	125.11	5.78	31.40	3.14	7.98	1.59	2.15	0.78	0.82	0.41	0.01	0.09		
550	137.60	6.10	34.53	3.30	8.76	1.67	2.34	0.82	0.88	0.37	0.02	0.13		
600	150.10	6.42	37.65	3.45	9.54	1.75	2.54	0.86	0.93	0.34	0.03	0.16		
650	162.60	6.74	40.78	3.59	10.32	1.82	2.73	0.90	0.98	0.33	0.04	0.20		
700	175.09	7.06	43.90	3.74	11.11	1.89	2.92	0.93	1.02	0.33	0.06	0.24		
750	187.58	7.37	47.02	3.87	11.89	1.96	3.12	0.97	1.05	0.34	0.08	0.28		
800	200.08	7.69	50.15	4.01	12.67	2.02	3.31	1.00	1.09	0.36	0.11	0.31		
850	212.57	8.00	53.27	4.14	13.45	2.09	3.50	1.03	1.13	0.38	0.14	0.35		
900	225.07	8.33	56.39	4.27	14.23	2.15	3.70	1.07	1.16	0.40	0.17	0.38		
950	237.56	8.65	59.52	4.40	15.01	2.21	3.89	1.10	1.20	0.43	0.20	0.40		
1000	250.05	8.97	62.64	4.52	15.79	2.27	4.09	1.13	1.24	0.45	0.24	0.43		
1050	262.54	9.30	65.77	4.64	16.57	2.33	4.28	1.15	1.28	0.48	0.27	0.45		
1100	275.04	9.64	68.89	4.76	17.35	2.38	4.47	1.18	1.32	0.50	0.31	0.46		
1150	287.53	9.98	72.01	4.88	18.13	2.44	4.67	1.21	1.37	0.52	0.35	0.48	0.0	0.01
1200	300.02	10.32	75.13	5.00	18.91	2.49	4.86	1.24	1.41	0.55	0.38	0.49	0.0	0.01
1250	312.51	10.67	78.26	5.12	19.69	2.54	5.06	1.26	1.45	0.57	0.42	0.49	0.0	0.01
1300	325.00	11.02	81.38	5.24	20.47	2.59	5.25	1.29	1.50	0.58	0.45	0.50	0.0	0.01
1350	337.49	11.38	84.50	5.35	21.26	2.65	5.45	1.31	1.54	0.60	0.49	0.50	0.0	0.02
1400	349.98	11.75	87.63	5.47	22.04	2.70	5.64	1.34	1.59	0.62	0.52	0.50	0.0	0.02
1450	362.47	12.12	90.75	5.58	22.82	2.74	5.84	1.36	1.63	0.63	0.55	0.50	0.0	0.02
1500	374.96	12.49	93.87	5.70	23.60	2.79	6.03	1.39	1.68	0.65	0.58	0.49	0.0	0.03
1550	387.45	12.87	96.99	5.81	24.38	2.84	6.23	1.41	1.73	0.66	0.61	0.49	0.0	0.03
1600	399.93	13.26	100.12	5.92	25.16	2.89	6.42	1.43	1.77	0.68	0.64	0.48	0.0	0.04
1650	412.42	13.65	103.24	6.04	25.94	2.94	6.62	1.46	1.82	0.69	0.67	0.48	0.0	0.04
1700	424.91	14.05	106.36	6.15	26.72	2.98	6.81	1.48	1.87	0.71	0.69	0.47	0.0	0.05
1750	437.40	14.46	109.48	6.26	27.50	3.03	7.01	1.50	1.91	0.72	0.71	0.46	0.0	0.05
1800	449.88	14.87	112.61	6.37	28.28	3.07	7.20	1.52	1.96	0.73	0.74	0.45	0.0	0.06
1850	462.37	15.28	115.73	6.49	29.06	3.12	7.40	1.55	2.01	0.74	0.76	0.44	0.0	0.07
1900	474.85	15.71	118.85	6.60	29.84	3.16	7.59	1.57	2.06	0.75	0.78	0.43	0.01	0.08
1950	487.34	16.13	121.97	6.71	30.62	3.21	7.79	1.59	2.10	0.77	0.80	0.42	0.01	0.08
2000	499.82	16.57	125.09	6.83	31.41	3.25	7.98	1.61	2.15	0.78	0.82	0.41	0.01	0.09

付表2 次数別平均河道数 \bar{N}_u と標準偏差 s (N_1 方式)
 ※ N_1 方式の $u=2$ の値は *Strahler* 方式の $u=2$ の値と同値である

N_1	$u=3$		$u=4$		$u=5$		$u=6$		$u=7$		$u=8$		$u=9$		$u=10$	
	\bar{N}_u	s	\bar{N}_u	s	\bar{N}_u	s	\bar{N}_u	s	\bar{N}_u	s	\bar{N}_u	s	\bar{N}_u	s	\bar{N}_u	s
5																
10	1.22	0.41														
15	1.67	0.58														
20	2.14	0.69	1.14	0.35												
25	2.62	0.79	1.33	0.48												
30	3.11	0.87	1.54	0.55												
35	3.59	0.94	1.75	0.61	1.04	0.19										
40	4.08	1.01	1.96	0.66	1.11	0.32										
45	4.57	1.07	2.18	0.71	1.20	0.40										
50	5.05	1.13	2.39	0.75	1.29	0.46										
55	5.54	1.19	2.61	0.79	1.39	0.50										
60	6.03	1.24	2.83	0.83	1.48	0.53										
65	6.51	1.30	3.04	0.86	1.58	0.56	1.01	0.07								
70	7.00	1.35	3.26	0.90	1.68	0.59	1.03	0.17								
75	7.49	1.39	3.48	0.93	1.78	0.62	1.06	0.24								
80	7.98	1.44	3.70	0.96	1.88	0.64	1.10	0.30								
85	8.47	1.49	3.92	0.99	1.99	0.67	1.14	0.35								
90	8.95	1.53	4.13	1.02	2.09	0.69	1.18	0.39								
95	9.44	1.57	4.35	1.05	2.19	0.71	1.23	0.42								
100	9.93	1.61	4.57	1.08	2.29	0.73	1.27	0.45								
110	10.91	1.69	5.01	1.13	2.50	0.77	1.36	0.49								
120	11.88	1.77	5.45	1.19	2.70	0.81	1.46	0.52								
130	12.86	1.84	5.88	1.24	2.91	0.84	1.55	0.55	1.00	0.06						
140	13.83	1.91	6.32	1.28	3.12	0.88	1.65	0.58	1.03	0.16						
150	14.81	1.98	6.76	1.33	3.33	0.91	1.75	0.61	1.06	0.23						
160	15.79	2.05	7.20	1.37	3.53	0.94	1.85	0.63	1.09	0.29						
170	16.76	2.11	7.64	1.42	3.74	0.97	1.95	0.66	1.13	0.34						
180	17.74	2.17	8.08	1.46	3.95	1.00	2.05	0.68	1.18	0.38						
190	18.72	2.23	8.51	1.50	4.16	1.03	2.15	0.70	1.22	0.41						
200	19.69	2.29	8.95	1.54	4.36	1.05	2.25	0.72	1.26	0.44						
220	21.64	2.40	9.83	1.61	4.78	1.11	2.45	0.76	1.35	0.48						
240	23.60	2.51	10.71	1.69	5.20	1.16	2.65	0.80	1.45	0.52						
260	25.55	2.62	11.58	1.76	5.61	1.21	2.85	0.83	1.54	0.55	1.00	0.05				
280	27.50	2.72	12.46	1.82	6.03	1.25	3.05	0.86	1.64	0.58	1.02	0.15				
300	29.46	2.81	13.34	1.89	6.45	1.30	3.25	0.90	1.73	0.60	1.06	0.23				
320	31.41	2.91	14.22	1.95	6.86	1.34	3.46	0.93	1.83	0.63	1.09	0.29				
340	33.36	3.00	15.09	2.01	7.28	1.38	3.66	0.96	1.93	0.65	1.13	0.34				
360	35.31	3.09	15.97	2.07	7.70	1.42	3.86	0.99	2.03	0.67	1.17	0.38				
380	37.27	3.17	16.85	2.13	8.11	1.46	4.06	1.01	2.12	0.70	1.21	0.41				
400	39.22	3.26	17.72	2.18	8.53	1.50	4.27	1.04	2.22	0.72	1.26	0.44				
420	41.17	3.34	18.60	2.24	8.95	1.54	4.47	1.07	2.32	0.74	1.30	0.46				
440	43.12	3.42	19.48	2.29	9.36	1.58	4.67	1.09	2.42	0.75	1.35	0.48				
460	45.08	3.50	20.36	2.34	9.78	1.61	4.88	1.12	2.52	0.77	1.39	0.50				
480	47.03	3.58	21.23	2.39	10.20	1.65	5.08	1.14	2.62	0.79	1.44	0.52				
500	48.98	3.65	22.11	2.44	10.62	1.68	5.28	1.17	2.72	0.81	1.49	0.53				
550	53.86	3.84	24.31	2.57	11.66	1.77	5.79	1.23	2.97	0.85	1.61	0.57	1.02	0.13		
600	58.75	4.02	26.50	2.68	12.70	1.84	6.30	1.28	3.22	0.89	1.73	0.60	1.05	0.23		
650	63.63	4.19	28.69	2.79	13.75	1.92	6.81	1.34	3.47	0.93	1.85	0.63	1.10	0.30		
700	68.51	4.36	30.89	2.90	14.79	1.99	7.32	1.39	3.72	0.97	1.97	0.66	1.15	0.36		
750	73.39	4.52	33.08	3.00	15.83	2.06	7.82	1.44	3.97	1.00	2.09	0.69	1.20	0.40		
800	78.27	4.68	35.27	3.10	16.87	2.13	8.33	1.49	4.22	1.04	2.21	0.71	1.26	0.44		
850	83.15	4.84	37.47	3.20	17.92	2.20	8.84	1.53	4.47	1.07	2.34	0.74	1.31	0.47		
900	88.03	4.99	39.66	3.30	18.96	2.26	9.35	1.58	4.72	1.10	2.46	0.76	1.37	0.49		
950	92.92	5.14	41.85	3.39	20.00	2.33	9.86	1.62	4.97	1.13	2.58	0.78	1.43	0.51		
1000	97.80	5.29	44.05	3.48	21.05	2.39	10.37	1.66	5.22	1.16	2.71	0.81	1.48	0.53		
1050	102.68	5.44	46.24	3.57	22.09	2.45	10.88	1.70	5.47	1.19	2.83	0.83	1.54	0.55	1.00	0.06
1100	107.56	5.59	48.43	3.65	23.13	2.51	11.39	1.75	5.73	1.22	2.95	0.85	1.60	0.57	1.02	0.13
1150	112.44	5.74	50.63	3.74	24.18	2.56	11.90	1.79	5.98	1.25	3.08	0.87	1.66	0.59	1.03	0.18
1200	117.32	5.88	52.82	3.82	25.22	2.62	12.41	1.82	6.23	1.28	3.20	0.89	1.72	0.60	1.05	0.23
1250	122.20	6.03	55.01	3.91	26.26	2.68	12.91	1.86	6.48	1.30	3.33	0.91	1.78	0.62	1.08	0.26
1300	127.08	6.17	57.21	3.99	27.31	2.73	13.42	1.90	6.73	1.33	3.45	0.93	1.84	0.63	1.10	0.30
1350	131.96	6.32	59.40	4.07	28.35	2.78	13.93	1.94	6.98	1.35	3.57	0.95	1.90	0.65	1.12	0.33
1400	136.84	6.46	61.59	4.15	29.39	2.83	14.44	1.97	7.23	1.38	3.70	0.96	1.96	0.66	1.15	0.35
1450	141.72	6.60	63.79	4.22	30.44	2.89	14.95	2.01	7.48	1.40	3.82	0.98	2.02	0.67	1.17	0.38
1500	146.60	6.75	65.98	4.30	31.48	2.94	15.46	2.04	7.74	1.43	3.95	1.00	2.08	0.69	1.20	0.40
1550	151.48	6.89	68.17	4.38	32.52	2.99	15.97	2.08	7.99	1.45	4.07	1.02	2.15	0.70	1.23	0.42
1600	156.36	7.03	70.37	4.45	33.57	3.03	16.48	2.11	8.24	1.48	4.20	1.03	2.21	0.71	1.25	0.44
1650	161.24	7.17	72.56	4.52	34.61	3.08	16.99	2.14	8.49	1.50	4.32	1.05	2.27	0.73	1.28	0.45
1700	166.12	7.32	74.75	4.60	35.65	3.13	17.50	2.18	8.74	1.52	4.45	1.07	2.33	0.74	1.31	0.46
1750	171.00	7.46	76.95	4.67	36.70	3.18	18.00	2.21	8.99	1.55	4.57	1.08	2.39	0.75	1.34	0.48
1800	175.88	7.61	79.14	4.74	37.74	3.22	18.51	2.24	9.24	1.57	4.70	1.10	2.45	0.76	1.37	0.49
1850	180.76	7.75	81.33	4.81	38.78	3.27	19.02	2.27	9.50	1.59	4.82	1.11	2.51	0.77	1.39	0.50
1900	185.64	7.90	83.53	4.89	39.83	3.32	19.53	2.30	9.75	1.61	4.95	1.13	2.58	0.78	1.42	0.51
1950	190.52	8.04	85.72	4.96	40.87	3.36	20.04	2.33	10.00	1.63	5.07	1.14	2.64	0.79	1.45	0.52
2000	195.40	8.19	87.91	5.03	41.91	3.41	20.55	2.36	10.25	1.65	5.19	1.16	2.70	0.81	1.48	0.53