

基準化パウエル法の適用による タンクモデルの同定

福 島 ^{*} 農・田中礼次郎 ^{*}

Akira FUKUSHIMA and Reijiro TANAKA
Parameter Identification of Series Tanks Model
by Applying the Standardized Powell Method

1. まえがき

ダム計画がなされるような流域面積をもつ自然山地流域における出水解析ないし、洪水比流量の算定については土地改良設計基準「ダム」の改訂版に集大成され、ほぼ実用に供されるレベルに至った。しかし、農地造成など流域の部分的開発が中山間地でなされた場合、水文環境にどのような変化を与えるかについての実用的な評価法は未開拓な課題といえる。

一方、出水解析に供されている代表的出水モデルとして雨水流モデル、貯留関数法、タンクモデルがあげられるが、これらの出水モデルによって流域の土地利用形態の変化を流出モデル定数により定量的に表現するための基礎的研究、あるいは出水モデル相互の関連性を議論し、出水モデルの総合化を図る問題など最近の研究動向が指摘される。

したがって、各出水モデルの最適同定は上述の課題を検討する上において、重要な指針を与えるものと考えられる。

本文では農地造成域の出水モデルについての研究の^{1,2)}環として、最近の永井・角屋の研究により開発された数学的最適化手法の一種である基準化パウエル法(略称SP法)をタンクモデルの同定に適用し、検討した結果を述べる。

表1 益田市の気象

観測所名	かんがい期 (5月～9月)	非かんがい期 (10月～4月)	計又は平均
益田観測所			
観測期間			
昭和35～44年			
平均気温(°C)	22.7	9.5	14.6
平均降水量(mm)	929	754	1,683
平均降水日数(日)	57	95	152
根雪期間	なし		
無霜期間	3月29日～11月27日	243日間	

* 農業水工学研究室

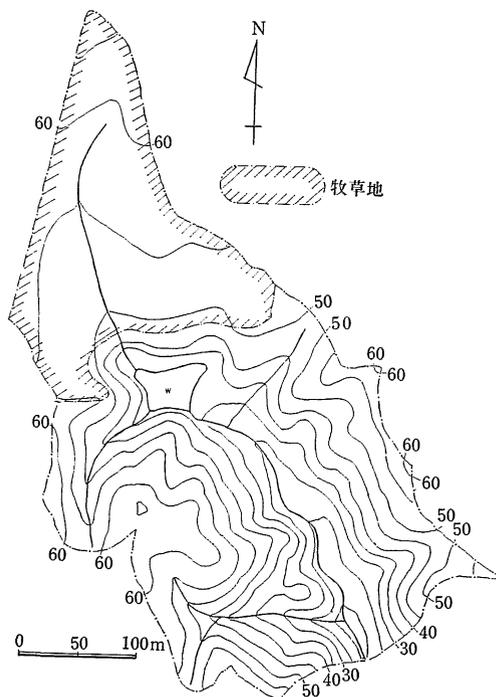


図1 内田流域の概要

2. 解析対象流域と水文資料

解析対象とする内田流域は島根県の最西端に位置する益田市の日本海に面した5~140mの丘陵地帯の一部をなし、流域面積0.1071km²の小流域である。益田市はいわゆる裏日本気候区に属するが、表1に示すように平均気温、降水量、無霜期間等その気象は瀬戸内型気象を呈し、比較的温暖な農業適地とされている。なお、本流域は図1に示すように上流域約1/3の3.18haが牧草地として開発済で残りの下流域は自然丘陵林地となっている。また本地域は都野津層相当の洪積層³⁾が主体をなし、土性は強粘質土壌が主となっている。

農林水産省益田開拓建設事業所によって設置された水位・流量観測用三角堰の地点を内田流域の最下流端とし、この地点での観測流量資料を解析に用いる。また降水量は、本流域より西方1.3~3km地点で観測されている農地造成域内の2つの雨量観測所の値を用いた。

なお、長期流出解析を行う場合、蒸発量のデータは不可欠な入力情報となるが本流域では蒸発量は観測されていない。一方、米子測候所の過去14年間の年平均蒸発量が959mmで、この値がほぼ内田流域における年損失量に匹敵することが確かめられた。むしろ、地形図より設定された本流域の流域界が地下水流域と一致しているとは限らないこと、あるいはその他の原因により損失雨量が全て蒸発量とはみなされないことなど問題は残るが、ここでは止むを得ず米子測候所で観測された14年間の月平均蒸発量を日蒸発量に換算して用いることにした。用いた値を表2に示す。

表2 日平均蒸発量

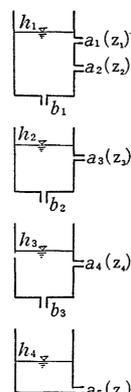
月	1	2	3	4	5	6
日平均蒸発量 (mm/day)	0.84	1.30	1.86	2.90	3.84	4.25
月	7	8	9	10	11	12
日平均蒸発量 (mm/day)	4.60	4.53	3.18	2.11	1.22	0.82

3. 基準化パウエル法によるタンクモデルの同定手順

菅原の提案によるタンクモデルは長期流出のみならず、洪水流出にも適用できることから、種々の基本構造をもつタンクモデルによって、実用的な流出解析法として用いられてきた。一般には図2に示すように側面、底面に流出孔をもつ直列多段モデルで、3ないし4段モデルが実用に供されている。ここで流出孔係数を a 、その底面からの高さを z 、浸透孔係数を b 、タンク貯留高

(水深)を h としている。

4段直列のタンクモデルのモデル定数は図2に示すように流出孔の係数 $a_1 \sim a_5$ 、その高さ(タンクの底からの高さ) $z_1 \sim z_4$ 、浸透孔の係数 $b_1 \sim b_3$ 、およびタンクの初期水深 $h_1 \sim h_4$ の合計16個である。タンクモデルによる流出解析を行う場合、これらタンクモデルの諸定数についての物理的、水理学的裏付けが未だ明確といえず、かつモデル定数が多いためその同定が容易でないことが最大の難点とされていた。



永井・角屋による下狩川流域(流域面積 $A = 1.32\text{km}^2$)のタンクモデル構造⁴⁾の解析では第一段は表面流と洪水初期の中間流、2段は低減部の中間流、3、4段は地下水流出分に対応していると報告している。また図2に示す16個の未知モデル定数の最適値を探索するのに永井・角屋は数種の数学的最適化手法を検討し、基準化Powell法および基準化DFP法^{1,2)}が有力な最適化手法であるとの興味ある有用な知見を得ている。

ここでは永井・角屋の基準化Powell法(SP法)を用い内田流域のタンクモデルの同定を試みることにする。SP法によるタンクモデルの最適同定法⁵⁾ならびに計算手順は角屋・永井の研究⁴⁾成果、解説によるものとする。すなわち、最適値を得るための評価関数、計算効率を左右する変数の順序づけと基準化、ならびにペナルティ関数を設定し、SP法によるタンクモデルの同定を行う。

(1) 評価関数

最適値の探索に際しての評価基準として次式に示す最小 χ^2 基準を採用する。

$$J_{XS} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{(q_{ci} - q_{oi})^2}{q_{oi}} \rightarrow \min, \dots \dots (1)$$

ここに、 m : データ数、 q_{ci} : 計算流出高、 q_{oi} : 観測流出高。

また次式で表わされる相対基準値も計算し、併示することにする。

$$J_{RE} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{|q_{ci} - q_{oi}|}{q_{oi}} \dots \dots \dots (2)$$

(2) 変数の順序づけと基準化

タンクモデルの同定にSP法を利用する場合、まず各モデル定数を最初に仮定するそれぞれの初期値で基準化したものを変数とする。その際、計算効率を左右する変数の順序づけは下記の方式が推奨されている。²⁾

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{a_1}{a_{10}}, x_2 = \frac{a_2}{a_{20}}, x_3 = \frac{b_1}{b_{10}}, x_4 = \frac{a_3}{a_{30}} \\ x_5 &= \frac{b_2}{b_{20}}, x_6 = \frac{a_4}{a_{40}}, x_7 = \frac{b_3}{b_{30}}, x_8 = \frac{a_5}{a_{50}} \\ x_9 &= \frac{z_1}{z_{10}}, x_{10} = \frac{z_2}{z_{20}}, x_{11} = \frac{z_3}{z_{30}}, x_{12} = \frac{z_4}{z_{40}} \\ x_{13} &= \frac{h_4}{h_{40}}, x_{14} = \frac{h_3}{h_{30}}, x_{15} = \frac{h_2}{h_{20}}, x_{16} = \frac{h_1}{h_{10}} \end{aligned} \right\} \dots\dots(3)$$

ここに、 h は計算開始時の初期水深である。また添字 0 は計算開始時に仮定する初期値である。

(3)ペナルティ関数

(1)式で定めた評価関数をそのまま最小化するとタンクモデル定数を物理的に不合理な値に評価してしまうことがある。すなわち、i) モデル定数は非負、ii) 第一段目タンクの流出高の上下は逆転しない、iii) 各タンクの流出孔および浸透孔の係数の和は 1 をこえない、iv) 長期流出解析ではある許容限界で水収支条件を満足するなどの制約条件を設定し、条件不適合の状態が発生したとき、角屋・永井によって示されているペナルティ関数を評価関数に加算する。

(4)計算手順

SP法による計算手順については角屋・永井によって詳細に解説されている。ここでは最適パラメータ同定手順についての簡略化した計算フローチャートのみを図3に示す。図

3に示すフローチャートで①は解析対象の水文データおよびタンクモデル定数の初期値の入力、②のサブルーチン MINJ で n 個の各方向における評価関数 J_{Xs} の最小点の探索。その際、必要に応じて③が呼び出され、タンクモデルによる流出計算と評価関数 J_{Xs} の計算。④ではパウエルの共役方向基準が吟味され、満足されればそのまま方向を変えずに次の反復に移る。満足されない場合は⑤で新方向を定めて最小点を探索し、⑥で方向

を修正し、次の反復に移る。⑦で調節パラメータ δ が収束判定値以下、または反復計算回数 k が所定回数に達したら⑨で最適モデル定数を印刷し、計算終了とする。

4. 洪水流出を対象としたタンクモデルの同定

内田流域で得られた出水資料より、表3に示すものを解析に用いる。

まず、ピーク比流量 $11.59\text{m}^3/\text{sec}/\text{km}^2$ の複峰大出水である Flood C についてタンクモデルの最適同定を試みる。なお、流出計算は観測ハイトグラフ、観測流出量ハイドログラフを吟味して、単位時間を10分として行うことにした。図4に最適同定のモデル定数および流出量ハイドログラフを示す。ハイドログラフ全体について良好な再現性が得られている。なお、この計算流出量ハ

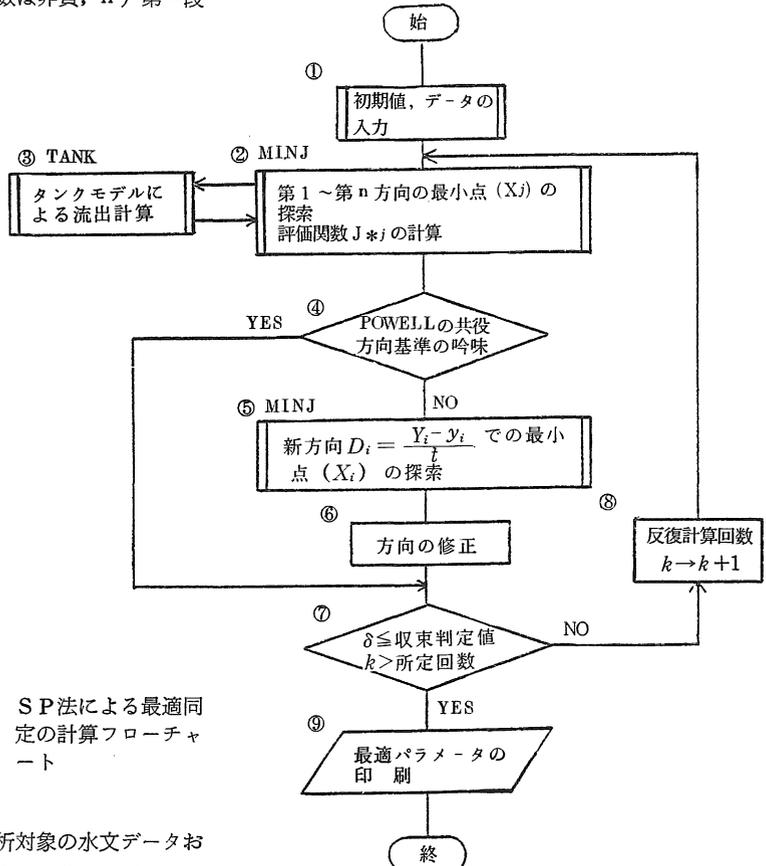


図3 SP法による最適同定の計算フローチャート

表3 解析対象出水

出水	日時	総雨量 (mm)	ピーク流量 (m ³ /s)
Flood A	昭55.8.18~8.19	64.0	0.1584
Flood B	昭55.8.26~8.27	58.5	0.2208
Flood C	昭55.8.30~8.31	189.5	1.2410

イドログラフは表4の第2欄に示すタンクモデル定数の初期値より計算を開始し、SP法を適用し最適同定を行ったものである。計算反復回数19回で収束解を得たが表4には同定の途中経過も含めて示してある。同表より、相対基準は初期値の $J_{RE}=22.4\%$ に対し計算反復回数19回で収束解を得たとき $J_{RE}=7.81\%$ となり、初期値による計算流出量ハイドログラフを大きく改善している。

また図5は、図4に示すFlood Cで探索した最適モデル定数を用い、Flood Aに適用した計算結果である(図5の○印)。ただし初期水深 $h_1=1\text{mm}$, $h_2=2\text{mm}$, $h_3=5\text{mm}$, $h_4=25\text{mm}$ とした。この場合、相対基準 $J_{RE}=62.9\%$ となり、ピーク流量は $0.4192\text{m}^3/\text{sec}$ と、観測ピーク流量に比較し過大な値となっている。さらに、このFlood Cで探索した最適値を初期値に

し、Flood Aの最適値を求めた結果、相対基準は、 $J_{RE}=16.1$ 、評価関数 $J_{XS}=0.00246$ となった(図5の●印)。またハイドログラフの再現性はかなり良好といえる。

しかし、最適同定の制約条件にモデル定数 $a_1 > a_2 > a_3$

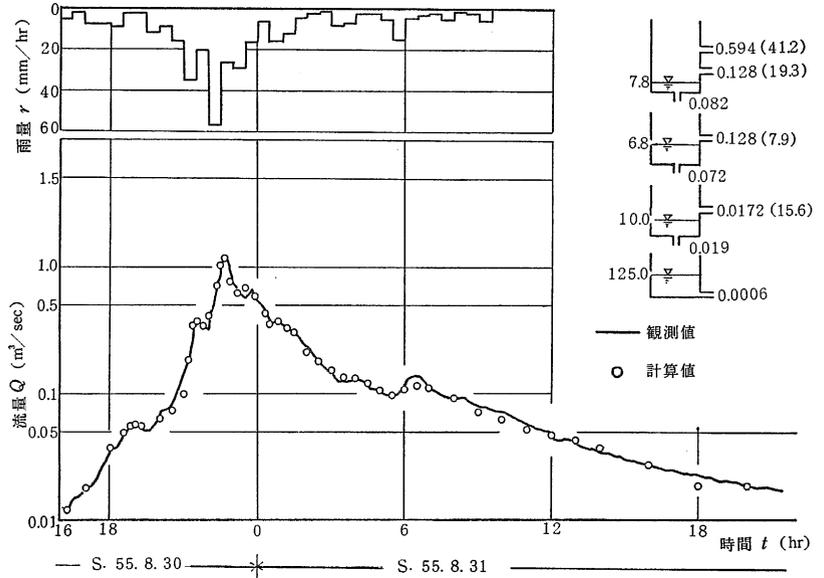


図4 Flood Cの解析例

表4 最適モデル定数探索計算の推移 (Flood C)

モデル定数	k	初期値	0	1	2	3	10	19
a_1		0.4	0.0090	0.158	0.290	0.374	0.783	0.594
a_2		0.2	0.174	0.158	0.135	0.134	0.119	0.128
a_3		0.1	0.200	0.200	0.200	0.198	0.188	0.128
a_4		0.002	0.0160	0.0177	0.0195	0.0198	0.0202	0.0172
a_5		0.0005	0.0005	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0006
b_1		0.09	0.090	0.085	0.083	0.081	0.082	0.082
b_2		0.05	0.050	0.051	0.052	0.054	0.060	0.071
b_3		0.03	0.030	0.030	0.029	0.029	0.025	0.019
z_1		40	40.0	40.0	40.8	41.2	42.5	41.2
z_2		15	26.9	22.9	22.2	21.5	20.3	19.0
z_3		10	11.4	11.4	11.2	11.1	10.9	7.9
z_4		10	9.8	9.8	9.6	9.2	9.8	15.5
h_1		5	5.0	5.2	5.7	6.3	8.2	7.8
h_2		10	10.0	10.0	10.6	10.6	10.1	6.8
h_3		10	5.2	5.3	2.0	2.1	1.1	10.0
h_4		140	152.1	152.1	149.6	146.2	148.7	125.0
評価関数 J_{XS}		0.124	0.0192	0.0136	0.0110	0.0103	0.00883	0.00743
相対基準 $J_{RE}(\%)$		22.4	14.8	11.9	9.90	9.63	9.67	7.81

$>a_4>a_6$, および $b_1>b_2>b_3$ の条件は加味しなかったため, Flood A についての最適同定結果は図5に示すように $a_1<a_2$, $b_1<b_2$ と, 通常のタンクモデルの傾向とは逆転したモデル定数となっている。

ついで, Flood A に対して求めた最適モデル定数を用い Flood B に適用した結果は, 相対基準 $J_{RE}=32.0$

% となった (図6の○印)。ただし初期水深は $h_1=2$ mm, $h_2=4$ mm, $h_3=5$ mm, $h_4=100$ mm とした。この場合, ハイドログラフでい減部でやや適合性に欠けるが, ハイドログラフの立ち上がり部およびピーク部ではよく適合している。

Flood A に対して得た最適値を初期値として Flood

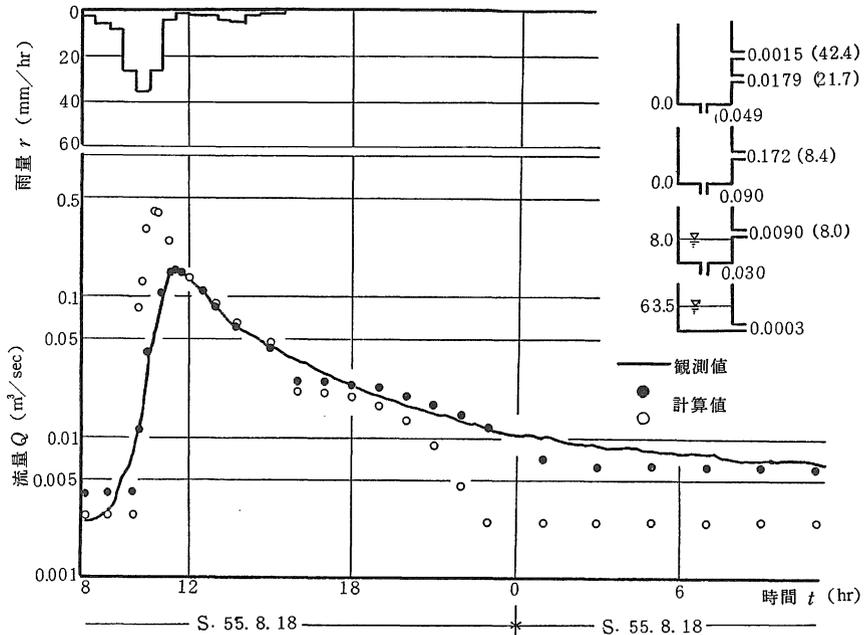


図5 Flood A の解析例

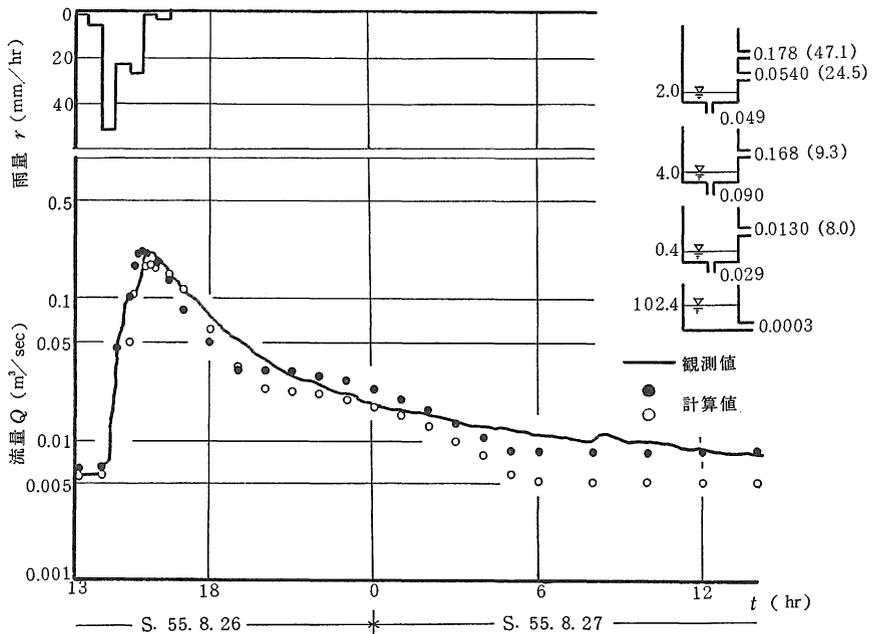


図6 FloodB の解析例

B に S P 法を適用すると、図 6 に示すようなモデル定数が評価され、このときの相対基準 J_{RE} は 19.4% である (図 6 の ● 印)。

Flood B についての最適同定結果も、図 5 に示す Flood A に対する最適同定と同様に $a_2 < a_3$, $b_1 < b_2$ とモデル定数の値が通常の傾向と逆転した結果となっている。

また、いずれの出水の最適同定についても、モデル定数の初期値の与え方いかんによっては、物理的に不合理な値を得ることがある。

このように、従来の試行錯誤的に 16 個のモデル定数を探索する手法に比較して、S P 法は非常に効率よく、かつ実用上有益な最適同定法といえるが、同一流域では出水規模にかかわらず同一のタンクモデルによって実用的精度で適用し得る最適同定法の検討が今後必要と思われる。

5. 長期流出を対象としたタンクモデルの同定

一般に、水年は渇水期に始まり、渇水期に終る連続した 12 ヶ月と定義されている。本流域では流況特性より水年を 11 月 1 日より翌年の 10 月 31 日までとした。また本流域での観測流量資料は昭和 55 年 8 月以降であるので、取りあえず、昭和 55 年 11 月 1 日より 1 年間を解析対象とした。なお、日平均流量は午前 1 時より 24 時間の毎時流量を算術平均して算出した。

このようにして整理された日平均流量の資料より流況曲線を作成すると図 7 のようになる。同図より、豊水量は $0.0016 \text{ m}^3/\text{sec}$ ($=0.0149 \text{ m}^3/\text{sec}/\text{km}^2$)、平水量

は $0.0012 \text{ m}^3/\text{sec}$ ($=0.00112 \text{ m}^3/\text{sec}/\text{km}^2$)、低水量は $0.0008 \text{ m}^3/\text{sec}$ ($=0.0075 \text{ m}^3/\text{sec}/\text{km}^2$)、渇水量は $0.0005 \text{ m}^3/\text{sec}$ ($=0.0047 \text{ m}^3/\text{sec}/\text{km}^2$) となっている。

ところで、永井・角屋らは長期流出タンクモデルの実用的同定法についていくつかの成果、問題点を報告している⁶⁾。

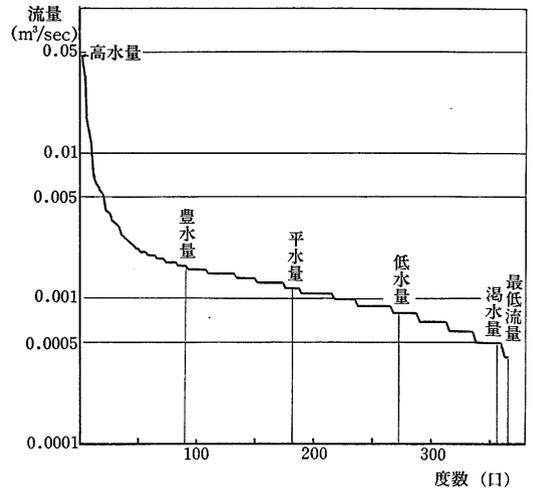


図 7 流況曲線

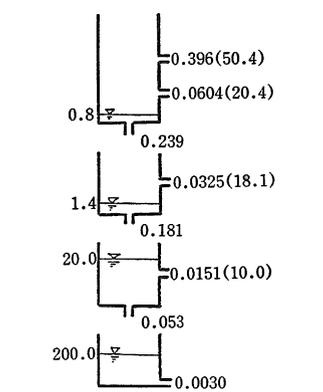


図 8 モデル定数最適値

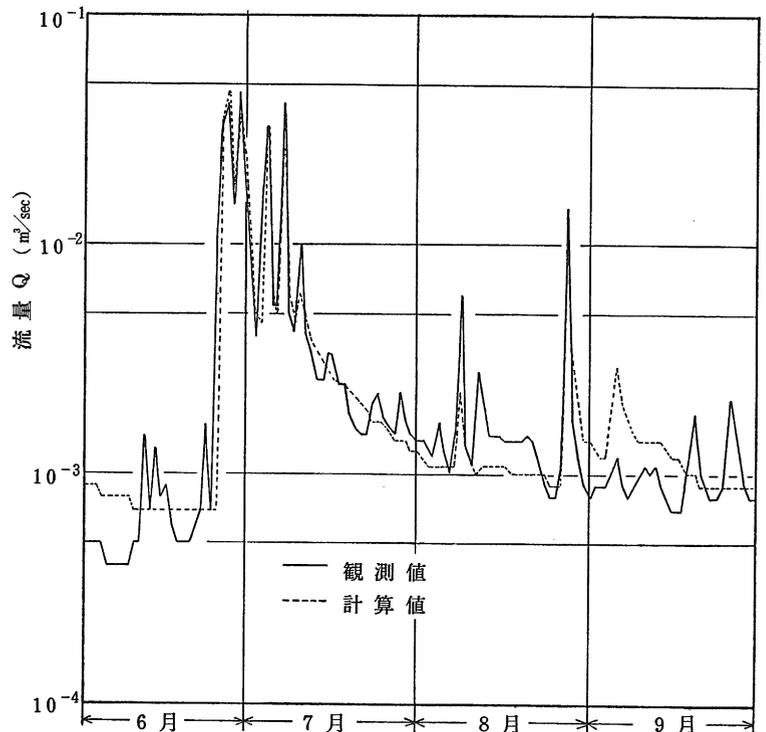


図 9 長期流出タンクモデルによる計算例

これによると、水収支条件を考慮すること、渇水年のデータを同定すること、高水部の流量を誤差評価の対象外とすること、高水部の流量は日単位データでは表現しきれない短時間単位の降雨波形に影響されることから計算流量と実測流量との誤差評価の際に、時間ズレを許容して行うことなどによりモデル同定方式の実用性を向上させることができた指摘されている。中でも水収支条件は特に必要不可欠であることが強調されている。

ここでは水収支条件として、次式を採用し、ペナルティ関数に組み入れることにする。

$$\left. \begin{aligned} F_{p,i} &= 0, \quad |S_0 - S_c|/S_0 \leq \varepsilon \\ &= |S_0 - S_c|/m, \quad |S_0 - S_c|/S_0 > \varepsilon \end{aligned} \right\} \dots\dots(4)$$

$$\text{ここに、} S_0 = \sum_{i=1}^m q_{0i}, \quad S_c = \sum_{i=1}^m q_{ci}.$$

上式に用いられている許容限界を表わす ε を 0.05 とすると、解析対象期間の観測年流出高 S_0 は 631mm であるから、計算年流出高 S_c は $599\text{mm} < S_c < 663\text{mm}$ の制約条件を与えることになる。

なお、日単位データを用いると計算流量が観測流量より1日早く現われることが多いため評価関数の計算は、第 n 日目の計算流量をその翌日の観測流出量に対応させて行った。

以上の計算条件および昭和55年11月1日より昭和56年10月31日までの期間の観測資料を用い、SP法による長期流出タンクモデルの同定を行った結果、図8に示すモデル定数が得られた。また、図9にこのモデル定数を用いて計算される昭和56年6月～9月までの流出量ハイドログラフを示す。高水部では、ほぼ再現性はよいといえるが、低水部では適合性に欠ける。なお、この計算結果の相対基準 $J_{RE} = 39.5\%$ であり、洪水流出を対象にしたタンクモデルの同定結果よりハイドログラフの再現性は、著しく劣っている。長期流出解析では低水部の流況特性の把握が重要な意味をもつだけに、上述の解析結果はなお多くの問題点を残しているといえよう。

6. あとがき

内田流域を対象に、永井・角屋の研究によって提案された流出モデルの数学的最適化手法の一つであるSP法を用いて、洪水流出および長期流出のタンクモデルの同定を行った。洪水流出タンクモデルについては観測流出

量ハイドログラフを良好に再現しうる最適モデル定数を得ることができた。

しかし、流域内で農用地開発域がさらに拡大した場合、タンクモデル定数がどのように変化するかについては未解決な問題として残された。また4段直列タンクモデルは表面流、中間流、地下水流の各流出成分に対応したモデル構造を有しているといえるが、大出水に対して得られた最適モデル定数によって小出水の流出波形の再現性が十分でなかったことより、この点についても検討の余地がある。

長期流出に関しては1年間の水文データにもとづき、流況曲線より豊水量、平水量、低水量、渇水量の算定、ならびに長期流出タンクモデルの同定を行ったが、今後、流域蒸発散量の推定も含めて、より厳密な流況特性の把握および水収支の検討が必要と思われる。

本研究の遂行に際し、内田流域の水文観測施設の設置、水文観測資料収集をはじめいろいろとお世話になった農林水産省中国四国農政局益田開拓建設事業所山根磯真所長ならびに当事業所の関係各位に深謝の意を表する次第である。また、資料整理、流出計算には昭和56年度農業水利工学専攻生北村清君に協力を得たことを記し、謝意を表する。

なお、本研究は昭和57年度文部省科学研究費による研究成果の一部であること、および計算には島根大学電子計算センター FACOM 140-F を利用したことを付記する。

参 考 文 献

1. 永井明博・角屋 睦：京大防災研年報，**22** (B-2) : 209-224, 1979.
2. 永井明博・角屋 睦：京大防災研年報，**23** (B-2) : 239-247, 1980.
3. 農林水産省益田開拓建設事業所：益田地区農地開発事業 (パンフレット)，1978.
4. 永井明博・角屋 睦：京大防災研年報，**21** (B-2) : 235-249, 1978.
5. 角屋 睦・永井明博：農土学会誌，**48**(12) : 51-59 1980.
6. 永井明博・角屋 睦・中嶋章雅・鈴木克英：京大防災研年報，**23**(B-2) : 249-261, 1980.

Summary

Several problems have been examined to discuss the hydrological effects of large natural reconstruction by land reclamation in natural slope by applying the series tanks model. The data used are the observed ones of rainfall and runoff in the Uchida basin of 0,107 km². The Standardized Powell method proposed by Nagai and Kadoya is applied and examined to the parameter identification of series tanks model with sixteen unknown parameters for the flood runoff and long term runoff analysis. The Chi-square criterion is used as the objective function for the purpose of finding a set of optimum parameters of the series tanks model. It is pointed out that the calculated hydrograph using the model parameter identified by the Standardized Powell method agrees fairly with the observed hydrograph for the flood runoff analysis. However, it is clarified that the reproducibility of the observed hydrograph in a smaller flood runoff is not sufficient in the case of applying the optimum parameter identified for the large flood runoff. Next, the series tanks model by applying the Standardized Powell method is identified to the long term runoff with the daily data of precipitation and runoff. As the result, it is found that the agreement of the observed data and calculated ones is good in the period of high water season and not sufficient in the low water season. Finally, it is pointed out to be worthwhile subject to investigate how the model parameters will be changed with the spread of land reclamation area in the hilly watershed.