

桑条表面で越冬する クワ裏うどんこ病子囊殻の空間分布

長澤 純夫*・後北 峰之*・楠 伸治*
近藤 雅彦*・山下 泰基*

Sumio NAGASAWA, Mineyuki USHIROKITA, Shinji KUSUNOKI
Masahiko KONDO, Hiroki YAMASHITA
Spatial Distribution of Perithecia of *Phyllactinia moricola*
Wintering on Mulberry Twig

動物や植物、あるいはそれらのもっている事象の数が、多くのひとしい空間、または時間の中で示す分布様式の記載については、早くから種々の数学的モデルが提示され、多方面の分野でそれぞれの目的をもって、そのあてはめが行なわれている。たとえば農薬の生物学的検定の領域においては、適用薬剤の有効度を生存個体あるいは致死個体だけからプロビット法によって評価する過程で、重みの算定方法が、その分布型によってちがってくるから、あらかじめこれを知っておく必要がある。また個体数の推定を行う人々は、その空間分布が、負の二項分布型によって近似でき、さらにいくつかの資料について共通の k_c が算定できた場合は、0 項の頻度から、そこに存在、生息する個体数を簡単にきめている。

クワ裏うどんこ病 *Phyllactinia moricola* (P. Henn.) Homma の子囊殻時代は、冬期の過酷な環境抵抗をきりぬけるための休眠形態で、晩秋、桑葉上で形成された子囊殻は、付属系の作用によって桑葉から離れて分散するが、大部分は地面に落下して流亡、あるいは腐敗して消失する。一部桑葉面に落下したもののだけが、冠毛によって強力に付着して越冬し、翌春これから産生された子囊胞子が、第1次発病源となっている。この枝条面に付着して生きのこった子囊殻の空間分布について、今回若干の調査を行なった。その結果をここに報告する。

此の仕事を行なうにあたっては、植物病学研究室、糸井節美教授から種々の御教示を戴いた。本文に入るに先立ち、記して感謝の意を表する。

* 生物汚染化学研究室

実験材料および方法

松江市本庄町の桑園で、1980年3月初旬、クワ裏うどんこ病の子囊殻の付着した枝条を、1株あたり5~7本採取した。枝条は一律に1.0cmの長さに切断して、これをひとつの調査単位とした。この長さ1.0cmの枝条表面に付着する子囊殻を数えて調査単位ごとに記録し、1株を1ブロックとして集計した。また枝条1本を同様に切断、50個の調査単位からなる標本を1ブロックとして、同様の調査を行なった。枝条の直径は0.3cmから0.7cmの範囲にあったが、この度の実験では、この大小は考えにはいれなかった。なお表示した数値は、すべて卓上電算機 Canola SX-300 によるプログラム計算の結果である。

結果と考察

今回1株について調査した長さ1.0cmの枝条の表面に付着する子囊殻の数と、その頻度の関係をブロック毎に示したのが第1表の x と f 欄の数値である。

(1) 負の二項分布のあてはめ

ここで子囊殻数の様な整数だけからなる、いわゆる離散量が、ランダム分布した場合の数学的モデルには、二項分布およびその極限確率定理としての、その平均値 m と分散 s^2 とがひとしいポアソン分布がある。しかし自然界における生物の離散量の調査では、観察された分散はその平均値を有意に上まわる、いわゆる過大分散を示している例がきわめて多い。そしてこの過大分散を記載する数学的モデルのひとつとして、負の二項分布がよく

Table 1. Perithecia distributions (f) and their negative binomial distributions (ϕ) of *Phyllactinia moricola* on mulberry twig

Perithecia per unit x	A		B		C		D		E		F		G		H		
	f	ϕ	f	ϕ	f	ϕ	f	ϕ	f	ϕ	f	ϕ	f	ϕ	f	ϕ	
0	24	24.51	14	11.00	14	17.30	5	11.33	16	27.69	14	18.88	10	15.76	48	39.44	
1	32	37.13	15	17.54	22	23.43	14	17.83	43	36.59	35	28.39	18	22.13	27	39.05	
2	42	41.06	24	21.32	32	25.58	25	21.53	45	39.09	38	33.04	31	25.29	33	35.33	
3	46	39.80	23	23.22	29	25.69	34	23.38	47	38.47	40	34.70	39	26.69	34	30.96	
4	37	35.87	22	23.83	22	24.67	28	23.96	41	36.23	30	34.48	34	27.01	25	26.69	
5	30	30.86	20	23.55	25	23.04	27	23.68	29	33.21	26	33.08	21	26.63	17	22.78	
6	32	25.71	24	22.68	18	21.12	17	22.82	35	29.88	25	30.99	23	25.79	22	19.32	
7	21	20.92	18	21.43	20	19.09	27	21.60	28	26.52	28	28.53	23	24.65	18	16.30	
8	16	16.71	22	19.96	17	12.08	17	20.16	19	23.30	28	25.32	27	23.33	17	13.70	
9	10	13.16	16	18.38	13	15.16	21	18.61	16	20.31	27	23.30	21	21.91	11	11.49	
10	7	10.24	15	16.77	13	13.36	12	17.03	18	17.59	17	20.77	23	20.45	11	9.61	
11	6	7.90	17	15.19	18	11.71	15	15.47	14	15.15	20	18.39	20	18.99	12	8.02	
12	5	6.04	16	13.67	11	10.22	16	13.97	7	12.99	12	16.19	8	17.56	6	6.69	
13	9	4.59	15	12.24	9	8.89	11	12.55	13	11.10	11	14.18	13	16.18	5	5.57	
14	1	3.47	7	10.90	8	7.70	12	11.22	4	9.45	13	12.37	15	14.86	6	4.63	
15	3	2.61	6	9.67	2	6.65	12	9.99	7	8.02	14	10.75	10	13.61	5	3.85	
16	1	1.95	8	8.55	5	5.73	10	8.87	5	6.79	11	9.31	16	12.44	3	3.20	
17	1	1.45	12	7.54	3	4.93	4	7.85	4	5.74	10	8.04	10	11.35	1	2.65	
18	1	1.08	4	6.63	3	4.23	3	6.93	4	4.84	11	6.92	11	10.33	3	2.20	
19		0.80	8	5.81	5	3.62	6	6.10	3	4.08	4	5.95	14	9.39	1	1.82	
20	1	0.59	6	5.08	2	3.10	6	5.36	3	3.43	5	5.10	6	8.52	1	1.51	
21	1	0.43	6	4.43	4	2.65	3	4.70	7	2.88	7	4.36	8	7.72	1	1.25	
22			3	3.86	1	2.26	3	4.11	5	2.41	3	3.73	5	6.99	3	1.03	
23			6	3.36	1	1.93	3	3.59	2	2.02	5	3.18	4	6.32	1	0.85	
24			4	2.92	1	1.64	5	3.13	2	1.69	1	2.71	4	5.71			
25			3	2.53	3	1.39	4	2.73	1	1.41	1	2.31	8	5.15			
26			4	2.19	2	1.18		2.38	1	1.18	1	1.96	7	4.64			
27	1		3	1.89		1.00	2	2.07	1	0.98	3	1.66	4	4.18			
28			1	1.63	1	0.85	1	1.80		0.82	1	1.41	3	3.76		+4.06	
29				1.41				1.56		0.68	1	1.19	4	3.38			
30		+1.12	2	1.22			1	1.35	2	0.57	2	1.01	3	3.04			
31			3	1.05				1.17		0.47	2	0.85	4	2.73			
32				0.90	1		1	1.01	1	0.39	1	0.72	1	2.45	1		
33				0.77			1	0.87	1	0.32			1	2.20			
34				0.66	1		2	0.75					3	1.97			
35			1	+4.22	1			0.65	1				1	1.77			
36						+9.80	2	0.56			+1.71		+4.23	2	1.59		
37								0.48	1					1	1.42		
38	1				1		1	0.41	1		1			1	1.27		
39									1					1	1.14		
40					1								3	1.02			
41														1	0.91		
42									+2.44					1	0.81		
43														1	0.72		
44					1									1	0.64		
+45							5							6	+5.60		

N	328	328.00	348	348.00	310	310.00	356	356.00	428	428.00	448	448.00	470	470.00	312	312.00
\bar{x}	4.99390		9.77011		7.92258		9.95225		7.15654		8.51786		11.82340		5.48397	
s^2	± 0.2240		± 0.4148		± 0.3866		± 0.4205		± 0.3009		± 0.3282		± 0.4602		± 0.3120	
s^2/\bar{x}	18.9390		53.6024		50.6005		76.1297		44.6321		45.9952		105.1455		26.7882	
I_{δ}	3.792		5.486		6.387		7.649		6.237		5.400		8.893		4.885	
\hat{k}	1.560		1.460		1.681		1.669		1.732		1.517		1.668		1.709	
\hat{m}	2.1743		1.9053		1.6339		1.8691		1.6209		1.8262		1.5934		1.2083	
χ^2	± 0.2512		± 0.1761		± 0.1585		± 0.1621		± 0.1346		± 0.4950		± 0.1152		± 0.1721	
n	5.957		12.527		10.902		21.396		21.826		15.963		28.947		11.313	
P	10		18		14		18		15		18		23		11	
\hat{m}	0.819		0.818		0.694		0.261		0.113		0.595		0.182		0.418	
\hat{m}	7.786		14.256		13.309		16.602		12.393		12.918		19.716		9.369	
q	76		56		81		77		87		63		75		89	

Table 1. Continued

Perithecia per unit x	I		J		K		L		M		N		O	
	f	ϕ												
0	52	57.72	49	47.41	32	36.14	88	90.49	13	14.87	8	8.73	147	149.48
1	62	51.64	44	48.49	41	33.92	68	60.60	14	20.16	21	19.37	43	33.49
2	45	42.82	42	42.59	30	30.07	43	43.63	29	21.65	25	27.06	15	15.79
3	32	34.58	40	35.36	31	26.13	27	32.14	29	21.22	27	30.38	6	8.75
4	27	27.55	32	28.50	27	22.48	21	23.95	19	19.80	33	29.95	2	5.21
5	20	21.77	22	22.56	12	19.22	20	17.96	17	17.92	28	27.06	3	3.23
6	18	17.10	15	17.64	11	16.37	16	13.53	13	15.88	31	22.97		2.06
7	8	13.38	11	13.67	9	13.90	11	10.23	15	13.86	14	18.60	3	1.34
8	7	10.44	9	10.53	10	11.78	7	7.75	13	11.96	9	14.52	1	0.88
9	8	8.13	9	8.07	8	9.96	5	5.88	10	10.23	17	11.00		
10	9	6.32	6	6.16	9	8.41	5	4.47	9	8.68	9	8.13		
11	11	4.90	7	4.68	6	7.10	1	3.40	8	7.32	4	5.89		
12	3	3.80	1	3.55	12	5.99	3	2.59	5	6.14	4	4.19	1	
13	2	2.94	3	2.68	5	5.05	2	1.97	3	5.13		2.94		
14	1	2.27	3	2.02	7	4.25	3	1.50		4.27	1	2.04		
15		1.75	3	1.52	5	3.58	1	1.15	2	3.54	3	1.40		
16		1.35		1.14	4	3.01	1	0.88	1	2.93	1	0.95		+1.77
17	3	1.04	1	0.86	2	2.53	2	0.67	3	2.42				
18	2	0.80	2	0.64	1	2.13			1	1.99				
19			1	+1.93	1	1.79			3	1.64				
20					2	1.50				1.35				
21	2	+2.70			1	1.26		+2.21	4	1.11		+1.82		
22	1				2	1.06			2	0.91			1	
23					1	0.89			1	0.74	1			
24					1	0.75	1			0.60	1			
25					1	0.63			1	0.49				
26					1	0.53			3	0.40				
27					1	+2.57						+1.79		
28														
29														
+30										1				
N	313	313.00	300	300.00	273	273.00	325	325.00	219	219.00	237	237.00	222	222.00
\bar{x}	3.78914		3.84333		5.66300		2.91385		6.52968		5.21941		0.79730	
s^2	± 0.2264		± 0.2194		± 0.3538		± 0.1975		± 0.3789		± 0.2276		± 0.1131	
s^2/\bar{x}	16.5562		14.1521		32.4872		12.7433		34.3222		13.0067		4.3328	
I_0	4.369		3.682		5.737		4.373		5.256		2.492		5.434	
\hat{k}	1.891		1.699		1.838		2.160		1.653		1.287		6.599	
\hat{k}	1.1713		1.3935		1.1249		0.8695		1.7113		3.8581		3.1160	
χ^2	± 0.1298		± 0.1670		± 0.1190		± 0.0984		± 0.2080		± 0.6345		± 0.0593	
n	8.139		2.986		17.335		3.113		9.624		11.500		5.632	
P	8		8		11		7		11		9		2	
\hat{m}	0.421		0.935		0.099		0.873		0.565		0.245		0.062	
q	7.159		6.526		10.400		6.287		10.786		6.711		5.232	
q	116		96		102		150		81		48		685	

適合することが経験的にあきらかにされている。

負の二項分布は

$$(q-p)^{-k}$$

の一般式であらわされるが、ここで $p=m/k$ (m は母平均値), $q=1+p$ で、 k は集中度を示す母数である。

この 0 の項の確率は

$$P_0 = (1+m/k)^{-k} = q^{-k}$$

となり、個体数 r に対応するそれは

$$P_r = \frac{k+r-1}{r} \cdot \frac{p}{q} P_{(r-1)}$$

によって逐次的に計算できる。

今ブロック A について分散 s^2 に対する平均値 \bar{x} の比を求めると $s^2/\bar{x}=3.7924$ となり、分散は平均値の 4 倍近くで、この場合あきらかに過大分散である。 χ^2 検定の結果は

$$\chi^2 = (N-1)s^2/\bar{x} = 1240.11$$

となり、自由度 $N-1=327$ における χ^2 の値 369.89 よりはるかに大きく、観察記録はポアソン分布に近似できるとは考えられない。第 1 表に示した他のブロックについても s^2/\bar{x} の値は第 1 表に示す様に、すべて 1 よりはるかに大きい結果がえられた。ただここで s^2/\bar{x} は平

均値が異なると、集中程度が等しくても、その値が変わるので、 \bar{x} の大小には左右されない Morisita の I_0 の値をあわせて示した。いずれも 1 より有意に大きく、集中分布しているといえる。そこで負の二項分布のあてはめを行なうために、先ず集中度を示す母数、すなわち positive exponent k を Bliss and Fisher の最尤法によって求めた。それは

$$z_i = S\{A_x/(k'_i + x)\} - N \ln(1 + \bar{x}/k'_i)$$

の式によって z_i が 0 になる様な k の値を試行計算によって推定する方法であるが、ここで A_x はとなりあう累積頻度数の差である。各々のブロックについて推定した結果を第 1 表 k の行に示した。この k と平均値 \bar{x} とから、各々の x に対して理論的に期待される頻度数を計算した。第 1 表 ϕ 欄の数値がそれである。

実験値 f と期待値 ϕ との適合度の χ^2 検定を Pearson の方法によって行なった結果が、第 1 表の P の値で、いずれも 0.05 より大きく、負の二項分布によって、実験値は近似できたと結論される。なおここで、期待値は 5 以下をまとめて 1 レベルとみなし、これに対応する頻度数と比較する方法を取った。

子囊殻の空間分布が負の二項分布にしたがっていた事の説明は複雑である。しかし、いずれにしても分布がランダム過程の結果でない事は明らかで、これが増殖による伝播の過程をとらえていると考えるならば、一応の説明は可能である。すなわち晩秋、桑葉上のある部分に形成された沢山の子囊殻が、伝播分散して行く過程が、一部枝条においてとらえられたとすれば、おなじ卵塊から次第に分散して行く昆虫や、おなじ子房から飛散した種子から発芽生育した植物が、集中分布する事実と一致するからである。

(2) $\bar{m}-m$ 回帰直線

桑葉表面に活着したクワ裏うどんこ病の子囊殻が、負の二項分布にしたがって空間分布している事は、Lloyd の提唱した平均こみあい度 $\bar{m} = \bar{x} + s^2/\bar{x} - 1$ を各ブロックについて計算し、これとそれぞれの平均 m の関係を、グラフの上に打点したとき、そこに原点をとる直線関係が成立すれば、その推測の妥当性が説明できる。第 1 表の下段に掲げた \bar{m} と $m = \bar{x}$ の関係を図に示したのが第 1 図で、それぞれのデータは、負の二項分布に近似しようと考える事ができるようである。なおここで $\bar{m} = \alpha + \beta m$ の関係にあり、負の二項分布が後で述べる共通の k_c をもつ場合は、 $\alpha = 0, \beta = 1 + 1/k_c$ となる。第 1 図の直線は、ブロック O をのぞいたのこりの 14 ブロックについてまとめた、共通の $k_c = 1.621$ をもとにし

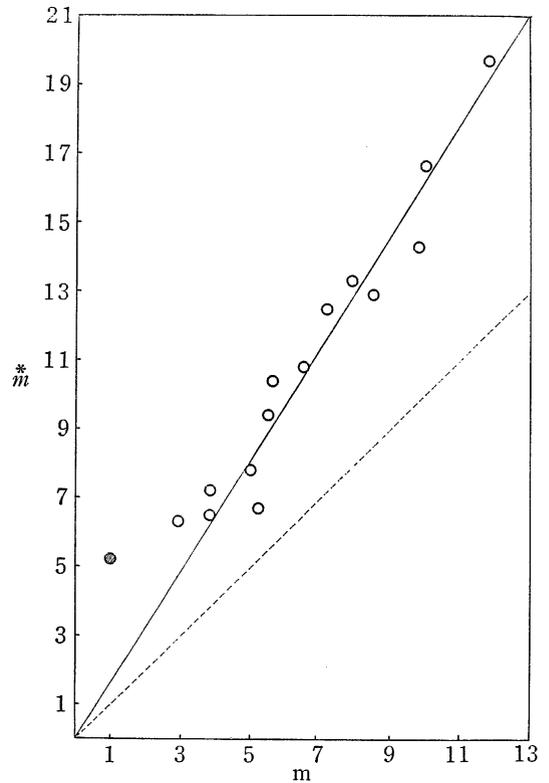


Fig. 1. $\bar{m}-m$ relation for perithecia of *Phyllactinia moricola* on mulberry twig

て引かれたものである。すなわち $\bar{m} = 1.6169m$ をもって示される回帰直線である。

(3) 調査に必要な単位数の算定

さきにえられたデータが過大分散を示している事の判定に、Morisita の I_0 を計算して示したが、この値は、また調査に必要な単位数の算定にも役立つ。本論の場合、1.0cm に切断した枝条を、何個まで調査すれば適当な結果がえられるか、その数の推定が可能である。

精度は平均値の分散 s_x の大きさで示され、誤差 d の逆数である。誤差とは母集団の平均値 m が存在すると推定される \bar{x} の範囲をさす。 $d = \pm t s_{\bar{x}}$ (t は Student の t の値で、 $q \geq 30$ ならば、 $t=2$ とすれば推定の信頼度は 95% 以上になる) である。そして相対誤差 $d/\bar{x} = D$ は百分率で示される。

ブロック A についてその計算例を示すと、まず第 1 表下段の値を代入して D の値をつぎの様に計算する。

$$D = t \sqrt{\frac{1}{N-1} (I_0 - 1) + 1/\Sigma f x} = 0.096$$

この調査では10%の誤差を示した。もしここで誤差を20%まで認めるとすると、サンプル数

$$q = t^2 / D^2 (I_0 - 1 + 1/\bar{x}) = 76.02$$

すなわち 1.0cm に切断した枝条 76 を用いれば、ことたりるといえる。同様に誤差を20%まで認めるとして計算した調査単位数を、第1表 q の欄に示した。ブロック O では尚 3 倍近い試料を調査する必要を示しているが、その他のブロックでは、この度調査した数の 1/2~1/7 程度の調査でたりる事を示している。この数は勿論 \hat{m} から計算しても同じ結論に達する筈である。

(4) 共通の k_c の計算

ひとつの圃場のことになった株や場所から採取された標本、あるいはことになった地域の圃場からえられた標本で、同じ様な分布型調査を行なった場合、被害の程度によってその平均値はことなっても、 k はおおむね同じ値を示すことが、種々の動植物であきらかにされている。そしてこの共通の k_c をもとにして、逐次抽出や、0 項の頻度から個体数を推定することがなされている。しかし同じ動物や植物でも、沢山の標本を調査してみると、共通の k_c を計算するには、あまりにかけはなれた k の値が見られる場合が少なくない。たとえば長澤¹⁰⁾は、枯れた松の樹枝に残されたキイロコキウイムシの母孔²⁾、浅野⁹⁾は松の樹枝から、羽化脱出する同虫の分布調査でこの事を見ている。伊藤も、ミカンの葉に寄生するヤノネカイガラムシの雌成虫の分布で、共通の k_c を求めているが、これは沢山の標本の中から似かよった k をもつ標本を取り出して、 k_c ¹⁴⁾ の計算法を示したにすぎない。塩見は増殖、死亡、移動が一定の率で行なっている個体群では、必ずしも共通の k_c は存在しない事を述べている。動物や植物の個体群の分布型が、共通の k_c をもたなければならない理由は何もない。然し共通の k_c が求められた場合は、これをもとに先に述べた様な調査上の便宜がえられるので、負の二項分布に近似する分布型をもつ、いくつかの標本からなる調査結果には、よく共通の k_c の算定がころみられる。

共通の k_c の求め方は、¹⁾ Anscombe, ³⁾ Bliss and Fisher が示している。ただこれらは計算量が多いために、以前はその適用がためらわれた。⁴⁾ Bliss and Owen はそのための簡便な算出方法を示して、そのわずらわしさを軽

Table 2. Calculation of a combined k_c by maximum likelihood from the fourteen distributions of perithecia of *Phyllactinia moricola* on mulberry twigs

Block	Calculation of score with equation $z_i = S\{A_x / (k'_i + x)\} - N \ln(1 + \bar{x} / k'_i)$ for			$0.0001z_2^2$ $z_2 - z_3$
	$k'_1 = 1.6189$	$k'_2 = 1.6209$	$k'_3 = 1.6210$	
A	15.0989439	14.2490439	14.2450544	5.0832
B	12.7174150	11.6276036	11.6224825	2.6401
C	2.8502876	2.2693176	2.2665916	0.1889
D	25.8566528	25.0922063	25.0886115	17.5147
E	1.1794387	0.0038560	-0.0016596	0.0000
F	22.7364729	21.3631545	21.3567026	7.0736
G	-0.4875599	-2.0191104	-2.0263067	0.0567
H	-15.5744781	-16.0653104	-16.0676019	11.2631
I	-15.1390175	-15.5286128	-15.5304263	13.2968
J	-5.8641794	-6.3162722	-6.3183839	1.8893
K	-19.4421084	-19.8811508	-19.8831987	19.3008
L	-26.7053990	-26.8359743	-26.8365659	121.7325
M	1.3923764	0.5238154	0.5197390	0.0067
N	12.7712145	11.5658340	11.5601683	2.3610
Ratios $S(z_i)$	11.3900595	0.0484004	-0.0047910	202.4134 -0.0000

$$\chi^2 = 202.4134$$

減した。しかしプログラム計算によれば、Bliss and Fisher の最尤法による算出もさして大きな負担ではなくなっている。本論では、先に個々のブロックの k を Bliss and Fisher の最尤法で求めているので、共通の k_c も同じ手法で計算した。すなわちすべてのブロックに対して、同じ k を用いて先に示した

$$z_i = S\{A_x / (k'_i + 1)\} - N \ln(1 + \bar{x} / k'_i)$$

の式によって、それぞれの z_i を求め、その合計 $S(z_i)$ が 0 になる様な \hat{k}_c の値を、試行的にきめて行けばよい。本論の場合、第 2 項でものべた様にブロック O においては、 k の値は他に比べて非常に異なっていたので、これを除外して残る 14 ブロックに対する共通の k_c を算定した。最初は第 1 図の打点した関係を満足する様に引かれた、 $\hat{m} - m$ 回帰直線から、回帰係数 b を計算し、 $b = 1 + 1/k$ の式から逆算して k の値をえらんで $S(z_i)$ を求めた。以後試行計算を重ねて、第 2 表に示す様な $S(z_i)$ が -0.004 、すなわち 0 に近い $k' = 1.6210$ がえられた。 k の値をきざんで行けば $S(z_i)$ が完全に 0 になる値をきめる事ができるが、今この $k'_3 = 1.6210$ と、ひとつ前の $k'_2 = 1.6209$ とによってえられた z の値から $\chi^2 = \sum \frac{0.0001z_2^2}{z_2 - z_3}$ の式によって χ^2 検定を行なった結果は、ブロック数 14 から 2 を引いた自由度 $n = 12$ 、危険率 $P = 0.05$ における χ^2 の値よりはるかに大きく、ひとつの k_c をもってすべてを満足させる事はできないことがわかった。すなわち、各々のブロックのもっている

Table 3. Number of perithecia (x) of *Phyllactinia moricola* per 1 cm unit of 22 mulberry twigs

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
10	0	29	2	7	2	8	28	10	12	0	6	4	2	4	5	3	5	3	14	2	9	
12	3	14	7	11	4	2	14	10	9	4	5	9	18	11	9	3	6	2	15	4	4	
18	3	23	4	2	6	2	14	21	19	6	4	5	8	11	11	2	11	8	22	5	3	
16	3	15	3	10	2	4	17	24	4	2	4	2	6	26	5	7	4	11	39	6	6	
21	1	11	1	12	9	4	6	14	8	2	0	11	2	20	15	1	1	3	28	2	5	
13	2	20	0	9	4	5	10	6	3	3	1	9	9	14	11	3	6	11	25	9	8	
13	2	10	1	2	4	5	2	6	6	1	1	7	1	26	16	5	14	11	19	7	8	
9	3	20	6	7	2	1	4	8	10	2	5	1	2	22	5	6	5	8	17	6	8	
7	1	18	3	9	3	3	8	8	4	3	3	4	8	20	12	9	2	0	6	7	7	
4	1	12	1	18	5	2	6	12	12	32	3	8	10	18	18	4	5	8	22	9	13	
11	1	16	2	10	5	5	1	13	20	14	5	8	30	22	18	8	8	4	25	5	10	
19	2	20	10	15	8	3	9	6	18	6	1	1	41	16	12	6	5	3	40	3	8	
18	2	10	4	22	3	4	2	6	18	5	0	1	17	19	14	11	9	3	35	6	9	
23	4	19	0	12	3	1	8	13	12	3	4	10	16	11	14	3	4	2	19	7	8	
19	3	23	2	5	4	3	14	16	15	4	4	8	13	4	22	2	5	5	32	1	7	
16	5	27	0	3	1	5	11	9	22	5	4	5	9	12	9	1	9	6	37	2	6	
21	1	35	1	6	4	5	2	4	22	7	3	5	9	13	8	0	5	4	45	6	18	
22	1	22	0	11	3	6	3	7	10	4	4	6	24	5	11	0	5	2	26	6	17	
13	1	17	1	6	3	4	11	7	11	4	13	3	16	9	10	2	11	2	60	4	3	
13	1	33	1	5	10	2	16	5	4	4	8	3	26	17	6	0	6	5	44	3	9	
15	6	21	2	4	6	6	7	15	13	2	0	5	21	8	3	5	11	2	49	1	11	
18	1	23	2	5	11	3	3	20	16	5	5	2	37	16	2	0	3	1	23	9	11	
9	2	12	0	5	14	1	2	14	15	17	9	1	37	8	5	0	6	4	23	3	2	
7	6	20	1	4	9	6	6	11	5	10	8	0	21	6	7	1	6	4	31	4	7	
13	3	14	4	2	12	4	8	11	6	6	11	3	32	11	5	0	6	1	20	6	4	
8	3	5	3	4	13	2	6	17	9	6	13	6	35	10	12	4	3	4	43	4	1	
21	2	9	3	5	6	3	9	15	12	3	2	4	44	9	16	3	10	5	28	10	13	
9	1	11	7	6	9	4	5	18	26	7	4	7	25	6	25	2	15	4	45	6	10	
14	3	6	5	6	7	2	2	13	15	11	7	3	15	10	17	2	13	8	31	12	8	
10	5	8	2	8	21	8	1	10	9	11	1	5	27	8	20	2	9	12	22	11	12	
5	12	9	3	2	15	1	2	16	9	6	2	5	19	12	18	2	10	4	20	5	6	
8	5	23	2	1	16	4	14	24	3	10	11	2	20	5	16	1	5	4	23	10	9	
11	2	21	3	9	7	1	5	18	9	7	29	1	34	8	13	3	8	15	27	5	2	
11	7	20	5	6	6	6	9	17	25	11	5	0	36	7	15	2	22	10	28	7	9	
16	4	24	1	4	12	0	8	19	16	9	7	7	29	4	16	4	16	3	21	12	9	
7	4	15	6	3	5	1	9	28	4	5	6	3	20	1	15	1	10	6	23	5	4	
13	2	22	3	2	3	1	8	24	4	21	6	1	19	5	16	1	9	10	38	3	5	
5	1	9	3	1	3	4	14	13	12	15	2	4	23	5	12	2	9	7	61	5	4	
7	5	4	4	1	3	0	10	11	7	9	4	2	35	4	20	1	9	4	29	2	5	
14	2	11	1	4	1	1	8	8	24	4	5	2	59	8	11	3	8	9	19	3	4	
16	3	29	4	1	5	0	5	6	8	12	7	1	40	12	11	3	4	18	37	6	4	
8	7	12	1	0	1	1	4	13	4	9	8	4	17	14	10	5	4	3	34	1	7	
9	2	17	1	2	4	0	8	8	1	2	9	0	12	11	20	6	5	7	25	4	8	
7	1	16	2	3	5	1	7	14	3	4	20	0	9	7	9	15	15	5	30	11	12	
14	3	11	3	1	1	0	10	10	3	1	10	10	15	11	9	20	12	5	36	14	2	
3	2	15	1	4	4	3	17	11	2	13	18	1	25	10	12	23	3	2	28	16	2	
8	3	22	2	12	3	0	16	13	2	12	32	3	42	11	5	3	5	3	41	18	12	
5	10	11	2	6	6	0	26	8	36	8	37	2	25	5	6	0	4	9	45	17	6	
12	3	13	0	4	6	1	7	8	19	6	33	0	12	1	4	3	4	9	20	15	7	
15	4	17	2	8	5	2	10	8	31	11	14	3	25	0	8	5	2	4	16	19	6	
Total	621	154	844	127	305	304	140	432	626	587	364	403	197	1077	533	589	198	372	283	1486	344	368

Arrow head indicates the base of twig →

positive exponent k には、異質のものが存在しているといわなければならない。子嚢殻は、冬期の休眠形態でしかも強固に桑条上に付着しているから、増殖あるいは脱落による分布型の変化は、考える必要は少ないが、共通の k_c が否定される以上、0 項の数から子嚢殻の密度を簡単に推定することはできない。

(5) Nass の方法による適合性の検定

第3項において、負の二項分布のあてはめに必要な一標本あたりの調査単位数を推定、ほとんどの標本は、実

際に用いた数の $1/2 \sim 1/7$ 程度あれば、その空間分布型の決定には充分であることを明らかにした。このことから、つぎに長さ 50cm の枝条 1 本をひとつの標本とし、これを 1.0cm に切断、50個の調査単位からなる22標本について、同様のあてはめをこころみた。もし50個程度の調査単位数からなる標本によって、負の二項分布型を示すことを明らかにすることができれば、調査のための労力と時間は大巾に省けるからである。ただここで、こうした数学的モデルに対する適合性の検定は、

前節でも行った様に、普通、期待頻度数 5 以下は、ひとつにまとめてこれに対応する実験値との差をもとめ、0 仮説をおいて χ^2 試験が行なわれる。¹³⁾しかし、調査単位が 50 個程度で、その上、頻度数のちらばりが大きい場合は、各階級に対応する個々の期待値はきわめて小さいものとなってしまう、常法による χ^2 検定を行なうことは適当でない。すなわち、 G および D をそれぞれ常法によって計算される χ^2 と自由度とし、 f_i を観測頻度数、 e_i を期待頻度数とすると、常法では $G = \sum \{(f_i - e_i)^2 / e_i\}$ となるが、ここでこの e_i が小さいときは G の分布は自由度 D をもつ χ^2 分布とはならない。¹¹⁾ Nass はこうしたデータに対して適用しうる検定法として、自由度 v をもつ G の補正值 cG の分布の近似によって行なう方法を示した。⁸⁾ Katti and Sastry による要約にしたがえば、 c および v はつぎの様に計算される。

$$E(\chi^2) = v = cE(G)$$

$$\text{Var}(\chi^2) = 2v = c^2 \text{Var}(G)$$

とおくと

$$c = 2E(G) / \text{Var}(G)$$

および

$$v = cE(G)$$

がえられる。

階級の数 n からなる一元配置のデータについては、それぞれの階級のもつ確率が同じ場合は、

$$E(G) = n - 1$$

および

$$\text{Var}(G) = 2(n - 1)(N - 1) / N$$

よって

$$c = N / (N - 1)$$

および

$$v = c(n - 1)$$

となる。

一般式として、階級の数 n 、 i 番目の階級の確率 P_i をもつ一元配置のデータについては、

$$E(G) = n - 1$$

および

$$\text{Var}(G) = 2(n - 1) - (n^2 + 2n - 2) \sum N_i^{-1} + \sum (NP_i)^{-1}$$

となる。故に c および v は、

Table 4. Results of testing for goodness-of-fit of the negative binomial distributions by Pearson's χ^2 and the method of Nass

Sample	χ^2	Nass
A	0.137	0.221
B	0.059	0.113
C	0.525	0.499
D	0.800	0.747
E	0.870	0.798
F	0.633	0.781
G	0.411	0.277
H	0.112	0.160
I	0.014	0.067
J	0.616	0.584
K	0.643	0.531
L	0.324	0.361
M	0.880	0.847
N	0.614	0.584
O	0.361	0.367
P	0.045	0.090
Q	0.134	0.230
R	0.189	0.147
S	0.760	0.715
T	0.034	0.055
U	0.847	0.823
V	0.812	0.780

$$c = 2(n - 1) / \text{Var}(G)$$

および

$$v = c(n - 1)$$

から求められる。

第 3 表は、標本ごとに調査の記録をそのまましめたものである。そして第 4 表は、それらのしめず空間分布に対して、負の二項分布型をあてはめ、期待頻度数を最後の階級の実験値に対応するものまで求めて、その適合性を χ^2 常法と Nass の方法によって検定した結果である。すなわち、前者の方法によっては、2 標本に於て危険率 0.05 で適合性がえられなかったが、後者のそれではすべてに適合性が証明された。¹²⁾ Pahl はハムシの 1 種 *Paropsia atomaria* のユウカリ *Eucalyptus polyanthus* の若枝に産付された卵の空間分布に負の二項分布型をあてはめ、期待値が 5、2 および 0.05 をこえる階級の値をひとつにまとめ、これに対応する実験値と比較する 3 つの場合について、その適合度を χ^2 常法、Nass の方法、および log-likelihood ratio の 3 法によって検定した。そして期待値が小さい負の二項分布型の適合度の検定には Nass の方法がすぐれており、この場合期待値が 5 をこえる階級をひとつにまとめて検定する一般の方法に較べて、さらに小さい階級までもとめた上で、実験値と比較する方法がより効率の高いことをのべている。

以上の実験観察の結果から、クワ裏うどんこ病の越冬形態である子嚢殻の枝条表面における空間分布は、負の二項分布のモデルによって近似しえられること、そしてその調査に必要な1標本あたりの単位数は、それほど多くなくても足りることがわかった。こうしたことを背景に、たとえば殺菌剤の効力の、能率的な検定を意図する実験や、圃場における被害解析調査を行う際には、まず供試材料の空間分布型をきめておいて、そこにえられた諸項の数値を用いて、その後の実験調査の結果を解析するならば、よりたしかな情報がえられるであろう。

摘 要

クワ裏うどんこ病の越冬形態である子嚢殻の、クワの枝条表面における空間分布は、集中分布を示し、負の二項分布の数学的モデルによって近似できたが、調査したいいくつかの標本に共通の k_e の値を求めることはできなかった。調査単位数50個程度の標本によっても、負の二項分布型のあてはめは可能であるが、期待頻度値の小さいデータについては、Nass の方法によってその適合性の検定を行なった。

引用文献

1. ANSCOMBE, F. J. : *Biometrika* **35** : 246-254, 1948.

2. 浅野昌司・長澤純夫・伏見静枝 : *防虫科学* **33** : 54-61, 1968.
 3. BLISS, C. I. and FISHER, R. A. : *Biometrics* **9** : 176-200, 1953.
 4. BLISS, C. I. and OWEN, R. A. : *Biometrika* **45** : 37-58, 1958.
 5. 糸井節美・中山賢三・久保村安衛 : *蚕糸試験場報告* **17** : 321-445, 1962.
 6. 伊藤嘉昭 : *応動昆* **6** : 183-189, 1962.
 7. IWAO, S. : *Res. Popul. Ecol.* **10** : 1-20, 1968.
 8. KATTI, S. K. and SASTRY, A. W. : *Biometrics* **25** : 49-54, 1965.
 9. MORISITA, M. : *Res. Popul. Ecol.* **6** : 43-53, 1964.
 10. 長澤純夫・浅野昌司・柴三千代・伏見静枝 : *防虫科学* **33** : 46-54, 1968.
 11. NASS, C. A. G. : *Biometrika* **46** : 365-385, 1959.
 12. PAHL, P. J. : *Biometrics* **25** : 143-151, 1965.
 13. PEARSON, K. : *Philos. Mag. Ser. 5.* **50** : 157-172, 1900.
 14. 塩見正衛 : *個体群生態学会会報* №**25** : 2-6, 1974.

Summary

The spatial distribution of perithecia of *Phyllactinia moricola* (P. Henn.) Homma wintering on mulberry twigs was well fitted by the mathematical model of negative binomial distribution. Fitting a common index of dispersion k_e , however, was impossible to all series of negative binomial distributions. The method of Nass provided a suitable goodness-of-fit criterion for the negative binomial distribution when expectations are small.