

降雨強度式について^{※※}

田中礼次郎[※]

Study on the Rainfall Intensity-Duration Formula

Reijiro TANAKA

まえがき

短時間降雨強度の算定式として従来から、タルボット型、シャーマン型、久野型などがよく使用されているが、これらの式で対象としている降雨継続時間は、市街地排水に適用されるような大体2時間内外までの比較的短時間内の平均降雨強度の適合性を検討している場合が多いようである。ここでは自然流域をもつ中小河川の流出問題を想定して、その洪水到達時間（おおそ8時間程度）以内の適用性に重点をおいた平均降雨強度の新算定方式、および従来からの算定式の改良型（2つの算定式を組み合わせる）を提案し、松江の降雨資料を用いてその適合性を検討し、あわせて流出の立場から見た時期別の降雨強度の特性についても若干の考察を試みた。

1. 基礎式とその解法

平均降雨強度の一般式として(1)式を考える。

$$I = \frac{a}{t^c + b} \quad \dots\dots(1)$$

ここに I : 平均降雨強度 (mm/hr), t : 降雨継続時間 (min), a, b, c : 定数

(1)式において、 $c = 1$ のときタルボット型、 $b = 0$ のときシャーマン型、 $c = 1/2$ のとき久野型となるから、(1)式はこれら3型式も含めた一般式といえることができる。さて(1)式の a, b, c の決定は以下の方法による。まず(1)式を(2)、(3)式のように変形する。

$$I_1 = \frac{1}{I} = \frac{t^c}{a} + \frac{b}{a} \quad \dots\dots(2)$$

(2)式において、 $t = K^n t_1$ ($K, t_1 > 0$)、実用的には適当な正整数、 $n = 0, 1, 2, \dots, n-1$ 、 $R = b/a$ とおくと(3)式が得られる。

$$I_1 = \frac{(K^n t_1)^c}{a} + R \quad \dots\dots(3)$$

(3)式は線形にすることが困難なため、最小自乗法は用いないで適当な3組の (I_1, t) を与えて、3元連立方程式をつくりこれを解いて a, b, c を求める。この3組のデータの選び方として一般性をもたせるために、データの総組数 N を3等分 (n を各部分のデータ組数とすれば、 $N = 3n$, N が3等分できないときは $3n$ になるようにデータを追加あるいは除去する) し、各部分の I_1 の和 $\Sigma_1 I_1, \Sigma_2 I_1, \Sigma_3 I_1$ を求め、(4)式に代入して a, b, c を計算すればよい。

$$\left. \begin{aligned} K^{cn} &= \frac{\Sigma_3 I_1 - \Sigma_2 I_1}{\Sigma_2 I_1 - \Sigma_1 I_1} \\ a &= \frac{1}{\Sigma_2 I_1 - \Sigma_1 I_1} \cdot \frac{t_1^c (K^{cn} - 1)^2}{K^c - 1} \\ R &= \frac{1}{n} \left\{ \Sigma_1 I_1 - \frac{t_1^c}{a} \left(\frac{K^{cn} - 1}{K^c - 1} \right) \right\} \\ b &= Ra \end{aligned} \right\} \dots\dots(4)$$

$n = 1$ のとき(4)式は(5)式のようなになる。

$$\left. \begin{aligned} K^c &= \frac{I_{13} - I_{12}}{I_{12} - I_{11}} \\ a &= \frac{1}{I_{12} - I_{11}} \cdot t_1^c (K^c - 1) \\ R &= I_{11} - \frac{t_1^c}{a} \\ b &= Ra = I_{11} a - t_1^c \end{aligned} \right\} \dots\dots(5)$$

ここに I_{11}, I_{12}, I_{13} は $K^n t_1$ を満足する任意の3つの t に対応する I_1

(4)式は、データの総組数 N を3等分した各部分 n のそれぞれの I_1 の平均値である3点を通る(1)式の a, b, c を与え、(5)式は、任意の $t = K^n t_1$ に対応する I_1 を通る(1)式の a, b, c を与えることになる。

また従来からの降雨強度算定法として提案されている

※ 農業水利工学研究室

※※ 第30回農業土木学会中国四国支部学会講演会発表 (1975)

特性係数法(6)式を、任意の継続時間 t で区切り、 t 以内と t 以上に適合する強度式を求めて、これら2つの式を継続時間 t でつなぎ合わせて降雨強度を求める方法(改良型とよぶことにする)についても検討する。

$$I = \beta R$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{タルボット型} : \beta = a'/(t+b) \\ \text{シャーマン型} : \beta = a'/t^n \\ \text{久野型} : \beta = a'/(\sqrt{t} \pm b) \end{array} \right\} \dots\dots(6)$$

ここに I : 降雨強度(mm/hr), β : 特性係数, R : 1時間雨量(mm)

2. 適用例

A) 対象降雨データとその分布

松江地方気象台の記録(S16~48年の33年間)から100mm/24hr以上の豪雨54個(いずれも6~10月の間に生起)を自記紙から読み取り、 $t = 10, 15, 20, 30, 40, 60, 80, 120, 180, 240, 300, 360, 480$ 分の13種の降雨継続時間 t に対する降雨量を求め時間雨量に換算して、その分布を調べると、いずれも指数分布で近似でき

ることがわかったので、指数分布関数を用いて各継続時間 t ごとの確率降雨強度を計算した。

B) 確率降雨強度式

A)で求めた各 t に対する同一確率年降雨強度 I の値を用いて、(4)、(5)式に適用した結果、および(6)式を用いた改良型と従来からの特性係数法、最小自乗法によるタルボット、シャーマン、久野型の計算結果およびこれら各式の適合性の1例を表-1に示す。適合性の良否は、各強度式から算定したA)の13種類の t に対する降雨強度 I_i と、A)で求めた I_i に対応する I より、相対誤差 $F_i = (|I_i - I| \times 100)/I(\%)$ を求め、その平均値 $F = \Sigma F_i/13(\%)$ の大小により評価した。表-1よりここで提案した(4)、(5)式は、 n, K, t_1 を適当に選べば、従来のいずれの方法(改良型も含めて)よりも近似の程度(F を1%台)をよくすることができることがわかる。またここに例示した以外の多くの計算を通じて、 $n = 2, K = 2, t_1 = 15$ (すなわち $t = 15, 30, 60, 120, 240, 480$ 分に対応する I を(4)式に代入) および $n = 1, K = 4, t_1 = 15$ ($t = 15, 60, 240$ 分に対応する I を(5)式に代入)の場合に得られる計算値が比較的よい適合性を示した。表-1の8種類の n, K, t を与え

表-1 各降雨強度式の適合性の比較(100年確率降雨強度)

I_i	n	K	t_1	① $I = a/(t^c + b)$				② $I = a/(t+b)$			③ $I = a/t^c$			④ $I = a/(\sqrt{t} \pm b)$			備 考
				a	b	c	F	a	b	F	a	c	F	a	b	F	
I_1	2	2	15	9417.1	48.0	0.92	1.3	11796.6	55.2	} 2.4	339.2	0.27	} 4.1	1243.5	3.7	} 5.1	改良型
I_2	1	2	15	14627.2	78.1	1.01	4.1	15076.5	81.7		1004.6	0.57		637.6	-1.2		
I_3	1	2	30	9032.6	45.3	0.91	1.3	14448.2	77.4	2.6	420.4	0.37	15.6	974.4	2.4	12.1	特性係数法
I_4	1	2	60	7916.6	38.4	0.89	1.6	15036.2	79.8	2.3	645.3	0.48	10.4	747.7	0.4	9.8	最小自乗法
I_5	1	2120		12683.4	73.2	0.96	3.6	註.改良型は $t = 10, 40$ 分; $40, 300$ 分に対する I より求めた2式を $t = 40$ 分で合成した式									
I_6	1	3	20	7784.4	38.8	0.88	2.5	特性係数法は $t = 15, 120$ 分に対する I より求めた1式									
I_7	1	4	15	9653.4	49.7	0.92	1.4	$F = I_i - I \times 100/I(\%)$									
I_8	1	6	10	6606.8	29.2	0.86	1.8	I : 指数分布関数より求めた確率降雨強度 (mm/hr)									
				I_i : 各降雨強度式 (mm/hr)													
				①: 本論文提案型 ②: タルボット型 ③: シャーマン型 ④: 久野型													

て計算される各 t に対する I_i 、および相対誤差 F_i 、およびその平均値 F の計算結果の1例を表-2に示す。 n, K, t_1 によって各 t に対する降雨強度の近似程度の異なる様子、 F の算出過程がよく理解されよう。表-1のその他の方法を用いた場合の F も表-2と同様の計算によって算定した。表-1からこれらの F を比較すると、改良型、特性係数法、最小自乗法の各方法とも、この例では、タルボット型がいずれも同程度の適合性を示しているが、シャーマン型、久野型については

改良型の適合性が大へんよいことがわかる。またこれら3型の中ではタルボット型がもっともよく適合していることは、表-1の提案式①の $c = 1.0$ から理解できる。また各型式とも確率降雨強度が、確率100年、50年、10年と小さくなる程大体適合性はよくなる傾向にある。

3. 時期別降雨強度

降雨の強度特性は、本来なら気象要因別に吟味が必要と考えられるが、自然流域の中小河川対象の降雨→流出

表-2 $I=a/(t^c+b)$ による計算結果 (100年確率降雨強度)

T	I	I_1	E_1	F_1	I_2	E_2	F_2	I_3	E_3	F_3
10.	180.9	167.5	13.4	7.4	165.6	15.3	8.5	169.1	11.8	6.5
15.	156.4	157.1	0.7	0.5	156.4	0.0	0.0	158.3	1.9	1.2
20.	148.0	148.2	0.2	0.1	148.2	0.2	0.1	149.1	1.1	0.7
30.	134.0	133.5	0.5	0.4	134.0	0.0	0.0	134.0	0.0	0.0
40.	123.9	121.7	2.2	1.8	122.3	1.6	1.3	122.0	1.9	1.5
60.	104.0	103.9	0.1	0.1	104.0	0.0	0.0	104.0	0.0	0.0
80.	91.6	91.0	0.6	0.7	90.4	1.2	1.3	91.0	0.6	0.7
120.	73.2	73.3	0.1	0.1	71.7	1.5	2.1	73.2	0.0	0.0
180.	58.5	57.1	1.4	2.4	54.6	3.9	6.6	57.1	1.4	2.4
240.	47.3	47.1	0.2	0.5	44.1	3.2	6.8	47.0	0.3	0.6
300.	39.5	40.1	0.6	1.6	36.9	2.6	6.5	40.1	0.6	1.6
360.	34.7	35.1	0.4	1.0	31.8	2.9	8.4	35.1	0.4	1.0
480.	28.0	28.1	0.1	0.3	24.8	3.2	11.3	28.1	0.1	0.4
		合計	20.5	16.8		35.5	52.9		20.2	16.8
		平均	1.6	1.3		2.7	4.1		1.6	1.3

T	I	I_4	E_4	F_4	I_5	E_5	F_5	I_6	E_6	F_6
10.	180.9	171.7	9.2	5.1	154.0	26.9	14.9	168.0	12.9	7.1
15.	156.4	160.2	3.8	2.4	146.2	10.2	6.5	157.2	0.8	0.5
20.	148.0	150.4	2.4	1.6	139.3	8.7	5.9	148.0	0.0	0.0
30.	134.0	134.6	0.6	0.5	127.4	6.6	4.9	133.1	0.9	0.6
40.	123.9	122.3	1.6	1.3	117.5	6.4	5.2	121.5	2.4	2.0
60.	104.0	104.0	0.0	0.0	101.8	2.2	2.1	104.0	0.0	0.0
80.	91.6	90.9	0.7	0.8	90.0	1.6	1.8	91.4	0.2	0.2
120.	73.2	73.2	0.0	0.0	73.2	0.0	0.0	74.2	1.0	1.4
180.	58.5	57.2	1.3	2.2	57.4	1.1	1.9	58.5	0.0	0.0
240.	47.3	47.3	0.0	0.0	47.3	0.0	0.0	48.6	1.3	2.8
300.	39.5	40.5	1.0	2.5	40.3	0.8	2.0	41.8	2.3	5.8
360.	34.7	35.5	0.8	2.2	35.1	0.4	1.2	36.8	2.1	6.0
480.	28.0	28.6	0.6	2.1	28.0	0.0	0.0	29.8	1.8	6.4
		合計	21.9	20.6		64.9	46.3		25.6	32.8
		平均	1.7	1.6		5.0	3.6		2.0	2.5

T	I	I_7	E_7	F_7	I_8	E_8	F_8
10.	180.9	166.5	14.4	7.9	180.9	0.0	0.0
15.	156.4	156.4	0.0	0.0	166.9	10.5	6.7
20.	148.0	147.7	0.3	0.2	155.4	7.4	5.0
30.	134.0	133.2	0.8	0.6	137.4	3.4	2.6
40.	123.9	121.6	2.3	1.9	123.7	0.2	0.1
60.	104.0	104.0	0.0	0.0	104.0	0.0	0.0
80.	91.6	91.2	0.4	0.5	90.3	1.3	1.5
120.	73.2	73.5	0.3	0.4	72.1	1.1	1.5
180.	58.5	57.4	1.1	1.9	56.1	2.4	4.1
240.	47.3	47.3	0.0	0.0	46.3	1.0	2.2
300.	39.5	40.3	0.8	2.1	39.6	0.1	0.2
360.	34.7	35.2	0.5	1.6	34.7	0.0	0.0
480.	28.0	28.2	0.2	0.9	28.0	0.0	0.0
		合計	21.3	18.0		27.5	24.0
		平均	1.6	1.4		2.1	1.8

註. $E_i = |I_i - I|$
 $F_i = E_i \times 100 / I (\%)$

表-3 時期別降雨強度の比較 (100年確率降雨強度)

t (min)	降雨強度 I (mm/hr)					備 考
	6~10月	6・7月	8月	9・10月	年最大値	
10	180.9	163.3	183.6(163.9)	140.0	165.4	データ総数54個
30	134.0	119.5	127.6(115.9)	111.9	121.7	8月の()内数字, 50mm/12hr 以上のデータより計算
60	104.0	83.9	111.2(97.5)	91.3	94.6	年最大値は指数分布より推定した極値分布
120	73.2	57.3	74.7(63.0)	68.2	67.1	(Gumbel 分布) より求めた計算値
240	49.8	39.2	48.3(42.3)	43.4	43.6	
480	28.0	27.6	23.9(23.1)	23.1	26.0	

現象の立場から見れば、対象流域の流出率との関連において検討する必要がある。すなわち一般に連続旱天が長く、したがってピーク流出係数の小さい8月と、連続降雨の多い、6、7月(梅雨期)および9、10月(台風期)のピーク流出係数の大きい時期の降雨強度の比較検討であり、一方市街地排水の場合には、時期に関係なく流出率が大きいのが普通であるから、短時間降雨強度の大きい時期が一番問題になる。以上の観点から、豪雨の発生する全期間 ① 6~10月, ② 6~7月, ③ 8月, ④ 9~10月, ⑤ ①のデータに基づく指数分布より推定した年最大値の5つの case について降雨強度の比較を表-3に例示する。これによると、①, ③が同程度の最も大きな値を示し、②と年最大値がこれにつき、④が若干小さな値を示している。また①~⑤のいずれも継続時間 t が小さい程上述の傾向が顕著で、 t が大きくなるほど差が小さくなっている。短時間降雨強度が最も大きい8月については、50mm/12hr 以上のデータによる計算値も表-3に()書きで示した。

むすび

短時間降雨強度式として提案した $I = a/(t^c + b)$ 型は、3組の適当な (t, I) の値を与えれば、きわめて簡

単な(5)式による計算によって定数 a, b, c が求まり、しかもこの3組の値の選び方によっては、従来の強度式よりも適合性のよい結果が得られることを明らかにした。また時期別降雨強度については、雷雨性豪雨の多い8月が、他の時期に比べて若干大きな値を示すが、自然流域河川ではピーク流出係数が小さい(他の時期に比べて)ことが予想されるので、この時期の流出量がとくに問題になるとは考えられないが、市街地排水についてはとくに短時間降雨強度の大きい8月の雷雨性豪雨に対する検討が必要であると推察される。

本研究を進めるにあたって、貴重なご指導を下さった京大防災研究所角屋教授、計算に協力下さった本学計算センター堀江昭彦氏に謝意を表します。なおこの報告は文部省科学研究費(自然災害)による研究成果の一部であることを付記する。

参考文献

1. 岩井重久, 石黒政儀: 応用水文統計学 森北出版 1970, 162-174
2. 田中礼次郎, 角屋 睦: 昭和50年度農業土木学会大会講演会講演要旨: 22-23, 1975

Summary

Many formulas have been derived to express the relationship between intensity and duration of point rainfall. For durations of 10 to 120min, the formulas of the general type which has been used in Japan are Talbot, Sherman and Kuno types.

For duration of 10 to 480min, in this paper, the relation between the average rainfall intensity and duration is more accurately expressed by a formula of the type $I = a/(t^c + b)$, in which I is the average intensity for duration t , and a, b and c are constants having values dependent on locality. The rainfall data over 100mm per 24hr for a period of 33 years at Matsue were used to determine the values of a, b and c .