## JavaScriptを用いたインターネット上の科学技術 シミュレーション教材 I — モンテカルロ法 —

川 口 高 明\*

Takaaki KAWAGUCHI Monte Carlo Simulation Using Java Script

[キーワード: JavaScript、インターネット、科学技術シミュレーション教材、モンテカルロ法]

#### 1. はじめに

近年のインターネットの急速な広がりには驚嘆すべき ものがある。特に、世界中に存在する無数のWorld Wide Web(WWW)サイトから公開されているホームページは、 時々刻々と多様さを増している。そのホームページ作成 で必要となるのは、Hyper Text Markup Language (HTML)¹)と呼ばれる言語であるが、近年、これに加えて さらにその機能を強化できるJavaおよびJavaScript1~4)と 呼ばれるある種のプログラミング言語が開発された。こ れらを用いると、ホームページを動的かつよりInteractive なものにすることが可能である。そのため、これら言語 を用いてホームページ上に教材を作成することにより、 ネットワークを介しての仮想教室の試みが、様々な教育 機関で情報教育の一環として行われている。そこで、我々 はそのような方向に向けた情報教育の在り方に着目し、 さらにその中に科学技術教育を融合させることを目標に 研究を精力的に進めている。特に近年、我々はJavaScript 言語の学習容易さと高機能さに着目し、それを用いてモ ンテカルロ法に基づくシミュレーション教材の開発を試 みてきた。モンテカルロ法とは、従来から非常に高度な シミュレーション技法として知られており、科学技術シ ミュレーション分野において必要不可欠であるが、その 計算処理速度等の問題から、ホームページ上での科学技 術教材としては不向きであると考えられなくもなかった。

しかし、本研究において、そのシミュレーションプログラムが非常に簡潔な構造で作成され、科学技術シミュレーション教材としての有用性を確認できたので、その結果およびその将来への展望についてここに報告する。

#### 2. JavaScript言語とは

上述のJavaScriptとJavaの両プログラミング言語は、 名称は類似しているが、異なる開発経緯を経てつくられ た本質的に異なる言語であることが知られている1~4)。こ こで、JavaScriptはNetscape Communications社とSun Microsystems社が共同で開発したスクリプト言語で、 HTML文章の中に直接書き込んで用い、かなり簡素化さ れたオブジェクト指向仕様となっている。そのプログラ ムは、JavaScript対応のWWWブラウザに内蔵されてい るインタプリタによって翻訳実行される。JavaはC++言 語等をもとに開発された本格的オブジェクト指向言語で あり、JavaScriptよりも先に開発は行われた。そのプロ グラムの実行には、あらかじめJavaコンパイラによって コンパイルして、中間コードを生成しておく必要がある。 どちらの言語もHTMLと共に用いることによって、ホー ムページまたは広くはネットワーク上でHTMLを超えた 機能を追加することができる。

#### 3. モンテカルロ法とは

モンテカルロ法とは、確率的方法を用いて問題を解く方法である5~14)。その応用分野は極めて広範囲におよんでおり、例えば、数値多重積分のような科学技術計算から、さらには社会現象のシミュレーションに至る分野にまで用いられている。モンテカルロ法の特徴として、その確率的扱いには乱数6.7.12.15)を用いることが挙げられる。この乱数は、通常は計算機によって生成し、一般に一様な分布を持つ乱数が基本となるが、シミュレーションの目的に応じて、ある確率分布に従うように工夫されることもある。

### 4. 本シミュレーション教材のプログラムの 内容、特徴および動作

本研究で作成した教材の対象は、磁気薄膜の示す磁化の振る舞いである。この磁気薄膜は、計算機を利用している者にとって非常に身近な材料である。ハードディスク、フロッピーディスクおよび磁気テープのような計算機の周辺機器における磁気記憶媒体は、ほとんどこの磁気薄膜を用いて構成されている。この意味で、磁気薄膜の物理的振る舞いをシミュレーションして学習することは、情報機器の基礎や動作原理および磁気材料の物質的性質を理解する上で非常に重要である。

ここでは、磁気薄膜のモデルとして、2次元の強磁性 ISINGモデル<sup>16~24)</sup>を用いる。これは、薄膜を構成する2 次元格子の各サイトで、一軸異方性を持ったスピン磁気 モーメントが存在しているとする非常にシンプルなモデ ルで、各サイトでスピンの向きを上または下の2通りの みに定めることになる。そして、最隣接スピンどうしが 強磁性的に相互作用をしているとする。このことは、原 子レベルでミクロな磁化の極性が存在し、強磁性的に結 びついている状態を考えると理解し易い。このモデルで は、ある有限温度で強磁性と常磁性の間の相転移が生じ ることが厳密に分かっているため、シミュレーションに おいても磁気構造の形成等が理解し易い。また、シミュ レーション方法としては、モンテカルロ法が適している。 このISINGモデルのモンテカルロ法的計算アルゴリズム は、すでに多くの文献6,8,10,11,13)で解説されているので、本 報告では省略する。ただし、本研究では、メトロポリス 法に基づくモンテカルロ法を用いていることと、以下に 示すシミュレーションの計算アルゴリズムに関しては、 特に文献 (8, 11, 13) を参考にしていることを述べて おく。ここでは、本研究においてJavaScriptを用いて作

成されたプログラム (図1) の内容と特徴および実行例 について説明する。まず、プログラム1行目から4行目 で、HTMLおよびJavaScriptの始まりの宣言をしている。 5 行目から17行目が、ブラウザ上の初期画面に縦横両方 向に50サイト、合計2500サイトのスピンに対応した図形 を描く関数である。ここで描画する図形はGIF形式のもの を、上および下向きの各スピンに対応させて2種類用い ている。18行目から26行目までで、モンテカルロ法で用 いる数学的関数を定義した。27行目から101行目が、モン テカルロ法による計算を行うための関数である。この中 で特に、47行目から70行目において、考慮するシステム のサイズが有限であることによる影響を避けるために、 周期的境界条件を定めており、それに応じた場合分けが 行われている。この境界条件は、システムの一つの端と もう一方の端が周期的に接続されていると仮定するもの で、その有効性はシステムの有限形状を考慮する必要の 無い問題では、すでに確立されている。さらに、ここで 注意すべきは、JavaScriptは1次元配列しか定義できな いので、この2次元的なスピンの並びの指定を1次元的 に行わなければならないという点である。この制限は、 もちろん境界条件を考慮する際にも技術的に問題となっ ている。各モンテカルロステップで2500個のスピンの向 きを更新して再描画するが、この処理は85行目から94行 目に記述されている。次に、ブラウザ上の文字と入力フ ォームの構成は、115行目から124行目で定められる。こ こでブラウザ上に磁界強度、温度とモンテカルロステッ プ総数の数値入力を文字で促して、それらパラメータに 対する入力フォームが用意されている。入力された数値 は、Startボタンを押すことでモンテカルロ法の計算の関 数に受け渡され、それらの数値をもとにモンテカルロシ ミュレーションが行われる。シミュレーションの間中、 スピンの再描画を繰り返し行い、最後のモンテカルロス テップを実行終了後に全体のスピンの向きを調べて、そ の状態の磁化を計算し、ブラウザ上の磁化のフォームに その値を出力する。これらの図形の描画機能およびフォ ームへの入出力機能により学習者は、ブラウザとの間に interactiveな関係を築きながら体験的かつ視覚的に学習 を進めることが可能となる。最後に、125行目から131行 目で初期図形の読み込みと、JavaScriptとHTMLの終端 を宣言している。ここで、計算上の注意点を挙げる。ま ず、1個のスピンについて、上向きの磁化を+1、下向 きのものを-1と定義して磁化の計算を行っている。そ して温度や磁界は、スピン間相互作用に関する物理量で 規格化してあるために無次元量になっているので、フォ ームに入力する値の大小には、規格化に用いたスピン間

川口高明 3

#### 図1. プログラム

```
75 //
76
77
78
79
80
      <hr/>

                                                                                                                                                                                                            if (spin[i]>0) (
       SCRIPT Language='JavaScript'>
       function display 0
                                                                                                                                                                                                               var scomp2=2:
  7 var sitex = 50;
8 var sitey = 50;
9 for (var j=0; j<sitey; j++)
                                                                                                                                                                                            82 //
83
                                                                                                                                                                                                            var sflip=rfact (scomp1, scomp2, jkt, b);
                                                                                                                                                                                            84
85 //
                                                                                                                                                                                                            var srand=Math. random 0;
                  for (var i=0: i < sitex: i++)
11
                                                                                                                                                                                                            if (srand < sflip) |
13 document.write('<IMG SRC='m_gif'BORDER='0'width='10'height='10'>');
                                                                                                                                                                                             87
                                                                                                                                                                                                              spin[i] =-spin[i]:
15
16
17 J
                      document. write (' <BR>');
                                                                                                                                                                                            89
90
          1
                                                                                                                                                                                            91
92
                                                                                                                                                                                                                for (x=1; x<=m2; x++)
18 function react (scompl. scomp2, jkt. b)
19
         if (scomp2==1) {
   var rr=Math. exp(-2*(jkt*(2*scomp1-6)+b));
                                                                                                                                                                                             93
                                                                                                                                                                                                                 var y=x-1;
if (spin [x] ==~1) [
20
                                                                                                                                                                                            94
95
96
97
                                                                                                                                                                                                                      document. images [y]. src=spinimg[0]. src;
22
23
           if (scomp2==2) (
           11 \Scomp2==21 |

var rr=Math exp (2* (jkt* (2*scomp1-6)+b));
}
24
25
                                                                                                                                                                                            98
99
                                                                                                                                                                                                                      document. images [y]. src=spinimg[1]. src;
      return rr
26 |
27 function montecarlo (konoForm) |
                                                                                                                                                                                          100
101 l
            var lp=eval (konoForm. step. value);
var jkt=1/eval (konoForm. temp. value);
                                                                                                                                                                                            102
                                                                                                                                                                                           103 for (i=1; i <= m2; i++) (
29
            var b=eval (konoForm field. value);
var m=50;
                                                                                                                                                                                                        ssum=ssum+spin[i];
31
                                                                                                                                                                                           105
             var m2=m*m;
                                                                                                                                                                                            106
                                                                                                                                                                                                     konoForm. sum. value=ssum;
                                                                                                                                                                                          107 |
107 |
108 // -->
109 </SCRIPT>
110 </HEAD>
111 </BODY>
33
         var spin= new Array 0;
for (var i=1; i <= m2; i++) {
 35
               var sinit=1;
if (Math. random 0 > 0.5) 1
36
37 //
                         sinit=-1;
                                                                                                                                                                                           112 <SCRIPT Language='JavaScript'>
38
                                                                                                                                                                                          113 <!--
114 var spinimg=new Array(2);
115 spinimg[0]=new Image(10, 10);
116 spinimg[0]=new Image(10, 10);
117 spinimg[0]. src='m.gif';
118 spinimg[1]. src='p.gif';
119 //--
120 〈SCRIPT〉
121 (出) 磁気薄膜材料の〈BR〉モンテカルロシミュレーション〈出)
122 〈BR〉
            spin(i)=sinit;
40
41
          for (var kloop=1;kloop<=1p;kloop++) [
for (i=1;i<=m2;i++) {
 44
45
               var iright=-1;
var ileft=1;
               var iup=-m;
var idown=m
47
48
                                                                                                                                                                                          121 (前) 魔気病験解科が(RD/モンデガルロンミュレーション(HI)
122 (RB)
123 (RS) 魔界強度、温度とモンテカルロステップ総数を入力して(BR)
124 Startボタンをクリックする。〈/H3〉
125 〈FORM〉
                if (i<m && i>1) (
49
50
                  iright=-1; ileft=1; iup=m*(m-1); idown=m;
               if ((i-Math. floor (i/m) *m==1) && i!=1 && i!=m2-m+1) (
iright=m-1; ileft=1; iup=-m; idown=m;
51
52
                                                                                                                                                                                          125 (FORM)

26 磁界:(INPUT TYPE='text' NAME='field' SIZE=5><P>

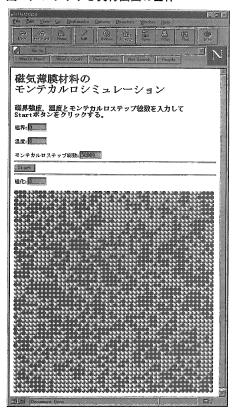
127 温度:(INPUT TYPE='text' NAME='temp' SIZE=5><P>

128 モンテカルロステップ総数:(INPUT TYPE='text' NAME='step' SIZE=6>

129 知形

130 (INPUT TYPE='button'VALUE='Start'onClick='montecarlo(this.form)'>
53
54
55
56
57
                if ((i-Math. floor (i/m) *m==0) && i!=m && i!=m2) (
                  iright=-1; ileft=-(m-1); iup=-m; idown=m;
                                                                                                                                                                                          ,
if(i>m2-m+1 && i<m2) [
58
59
60
61
                  iright=-1; ileft=1; iup=-m; idown=-m* (m-1);
                if (i==1) [
                   iright=m-1; ileft=1; iup=m*(m-1); idown=m;
                                                                                                                                                                                          135 <!--
136 display 0;
137 // -->
138 </SCRIPT>
139 </BODY>
140 </HTML>
141
62
63
64
65
66
67
68
                   iright=-1; ileft=-(m-1); iup=m*(m-1); idown=m;
                if (i==m2-m+1) |
iright=m-1; ileft=1; iup=-m; idown=-m*(m-1);
                if (i==m2) [
 69
 70
                  iright=-1; ileft=-(m-1); iup=-m; idown=-m*(m-1);
71
72 //
73 var stot=spin[iright+i]+spin[ileft+i]+spin[iup+i]+spin[idown+i];
74 var scomp1=(stot+6)/2;
```

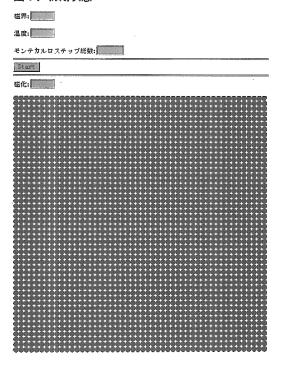
#### 図2. ブラウザと実行画面の全体



相互作用の強度に対する相対的な大きさとしての意味がある。また、ここでは、乱数の発生にはJavaScriptのMathオブジェクトのメソッドを用いたが、精密で大規模なモンテカルロシミュレーションを行うには、Tausworthe法のを用いて発生した長周期の乱数を用いるのが一般には良いとされている。このためにはビット演算が必要となるので、プログラムは多少複雑になる。だが、本研究対象のモデルのモンテカルロシミュレーションにおいては、以下に示すように、Mathオブジェクトのメソッドを用いても教材目的には十分実用になるようである。

次に、シミュレーションの実際を見てゆく。ここで使用した計算機にはPentium120MHzと48MBのメモリを搭載している。そして、用いるWWWのブラウザとしてはNetscape Communications社のNetscape Navigator ver. 3.0を採用した。現在、JavaScriptに対するサポート等からみて、このブラウザ上でJavaScriptプログラムが最も安定に動作すると考えられる。ブラウザも含めた教材全体の様子を図2に示す。ここで、ブラウザ上の下部に描かれた図形並びの中で、灰色および黒色の点は、それぞれが格子のサイトに存在する上向きまたは下向き

図3. 初期状態



磁界: 0 温度: 10 モンテカルロステップ総数: 10

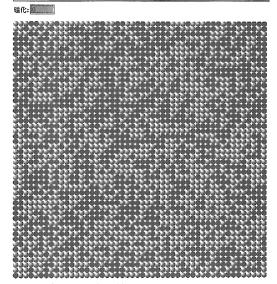


図4. 高温での実行結果

川口高明

のスピンを表わす。示されている図形では、磁界強度、 温度とモンテカルロステップ数を入力してシミュレーシ ョンを行って終了した状態になっている。終了時の全サ イトのスピンの向きを表わす図形と、その状態での磁化 の値が出力されている。次に、学習例をいくつかのプロ グラムの実行結果を見ながら説明する。この教材プログ ラムを起動した時の初期画面は、図3のようになる。こ こでは、各サイトのスピンはすべて同一の向きに揃って いる。ここから磁界強度と温度に応じて、図形がリアル タイムで変化して行く。まず、図4に非常に高温で温度 =10の場合のシミュレーション実行結果を示す。各スピ ンはほとんどバラバラの向きを持ち、図4から分かるよ うに、灰色と黒色の点は全く同じ数だけ存在する。この ため磁化を計算するとゼロになる。ここでモンテカルロ ステップ総数は10にしてあるが、この場合、これ以上増 やしてもほとんど同じ結果になる。次に少し温度を下げ て、温度=3とすると(図5)、同じ向きのスピンがクラ スタを形成して、図5から明らかに、上向きと下向きの 小さな磁化クラスタが発生し始めていることが見て取れ る。上向きと下向きの磁化領域が混在しているが、その 面積をみると、下向きの方が少々大きい。このため全体 の磁化は、-430となった。さらに低い温度0.2にすると (図6)、図5で見られた小さな磁化クラスタが成長して、

# 磁界: 回 温度: 3 モンテカルロステップ総数: 119 **Stat** 磁化: 410

図5. 低温での実行結果1

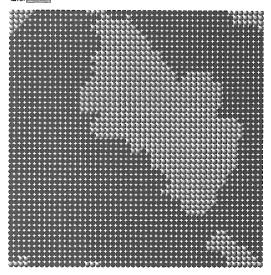
#### 図6.低温での実行結果2

磁界: 0 2 温度: 0.2

モンテカルロステップ総数: 10

Start

磁化: -1000



磁界: -0.7

温度: 10

モンテカルロステップ総数: 110

(Start)

磁化: -1878

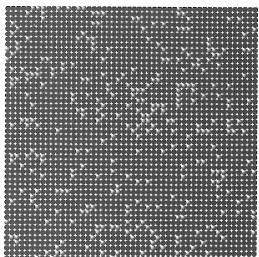


図 7. 磁界印加時の高温での実行結果

システムの大きさに相当するほどの大きな磁化クラスタ が発生する。この図6より、大きな上向き磁化クラスタ が2個と全システムを覆うほどの下向き磁化クラスタが 1個存在していることが分かる。この時、全体の磁化は このクラスタ構造を反映して、大きな負の値、-1000を 示す。なお、ここでこの上向き磁化クラスタは、モンテ カルロステップをさらに大きくして観測して行くと、だ んだん消滅してゆく傾向を持つことが分かる。つまり、 このような低温の平衡状態では、どちらか一方の向きの 磁化のみが存在することが認識できる。このように、温 度変化をシミュレーション教材に入力してやることで、 学習者は、磁気薄膜の磁化が高温では不安定であるが、 低温にすると安定で一様な構造を持つことが認識できる。 次に、磁界の効果を図7において示す。ここで温度とモ ンテカルロステップ数は図4と同じに選んだ。磁界強度 のみゼロから有限の値に変更している。先ほどの場合に は磁化がゼロであったのが、磁界印加により大多数のス ピンがある一つの向きに揃えられ、大きな磁化が生じた ことが図形パターンから視覚的に容易に理解できる。こ れは磁界が存在するために、それに応じて全体のうちの いくつかの部分で、ミクロな磁化の極性の向きが反転し たとみなせば理解し易い。これらの実行例から、本教材 では、普段利用しているフロッピーディスクや磁気テー プに対して、非常に高温または強い磁界の環境下にはさ らさないという注意のもとになっている磁気薄膜の基本 的性質を、シミュレーションを通して学習できることが 明らかになった。さらに、これらの図には示すことはで きないが、シミュレーション途中の図形パターンの変化 から、モンテカルロステップが増えてゆくにつれて、リ アルタイムで磁化のパターンが平衡状態へと近づいて行 く様子も理解可能になっている。JavaScriptの乱数を発 生させるMathオブジェクトのメソッドは、呼び出す度に 異なる乱数列を発生するため、それに対応して、このブ ラウザ上のStartボタンを押してシミュレーションを行う 度に、異なる磁化パターン変化を経て平衡状態にたどり 着く。このため、磁化のパターン変化途中での再現性は 無いが、色々なパターンを次々と確認できるという点で は便利である。なお、本研究で用いた計算機上で、1回 のモンテカルロステップでの計算と全体の図形の再描画 は数秒とかからずに実行される。これはJavaScriptの言 語仕様レベルと用いた計算機の性能から考えると、かな り高速である。

#### 5. これからの展望

今後、本教材のプログラムに改良を加えることによって、磁化の時間変化をリアルタイムでグラフ表示させて磁化過程を見せたり、さらに、モンテカルロステップでの統計平均を取って磁化率の温度変化等も計算してグラフに表示することが可能である。これにより、さらに高い教育効果が期待できる。

また、本研究では磁気薄膜の磁化過程のシミュレーシ ョン教材化をモンテカルロ法という技法にもとづいて行 ったが、他に重要な代表的技法として、分子動力学法25)が ある。これは基本的に運動方程式の時間発展を調べる方 法であり、すでに様々な科学技術分野で用いられている 実績がある。最近では、材料工学および機械工学分野等 における摩擦26~28)、亀裂破壊29)や熱流体30)の物性研究など への応用がめざましくなされている。筆者個人的には、 さらに異なる方法として、行列演算による電子物性の計 算31)、有限要素法や境界要素法32,33)、最適化問題34,35)、そ して半導体デバイス中のキャリアの運動のシミュレーシ ョン36,37)等も教材テーマとして興味深いと考えている。な お、本研究ではMathオブジェクトのメソッドで済ませた が、乱数を発生させるシミュレーション自身が興味深い 数学教育教材となりうる。ここで、これらの多くでは計 算量が多く、困難が予測されるので、その場合、JavaScriptではなくJavaを用いてプログラムを記述し、比較的 単純な問題を対象とするのが適当であろうと思われる。 Javaはある意味でコンパイル言語であり、実行処理速度 はインタプリタ言語であるJavaScriptに比べてほとんど の場合において高速であることが予想される。その際、 高性能なJavaコンパイラの選択が重要になる。 しかし、 ここでは特に、モンテカルロシミュレーションがJavaScriptによって驚くほど高速で実行されたことを認識する ことが、JavaScriptそのものの可能性を考える上で重要 である。

本研究で作成されたJavaScriptを用いたシミュレーション教材のプログラムは、中学校の情報基礎領域および高等学校の工業等の授業の中において十分習得可能な内容となっている。このことに加えて、JavaScriptは計算機の用いるOSの種類にほとんど依存せずに動作すること、そしてWWWのブラウザさえあれば教材学習が即座に可能なことを考えると、本研究で作成されたシミュレーション教材は、様々な教育現場において即座に容易に活用可能である。本研究で示したようなWWW上でのシミュレーション教材は、これからのインターネットの進歩や広がりを考えると、情報教育および科学技術教育の発展のための大きな可能性を有していると考えられる。また、もちろんネットワークに接続されていないスタンドアロ

川口高明 7

ーンの計算機環境においても、ブラウザを用いた教材と しての利用が可能であり、非常に本研究テーマは応用範 囲が広い。

#### 汝献

- (1) Java技術研究会編:HTMLとJavaScript、工学図 書株式会社、1996。
- (2) 上田学: JavaScript、オーム社、1997.
- (3) 松尾忠則、古籏一浩:JavaScript、インプレス、1 997.
- (4) 大津真: JavaScript、BNN出版、1997.
- (5) J.M.Hammersley and D.C.Handscomb: Monte Carlo Methods, Methuen, 1964.
- (6) 津田孝夫:モンテカルロ法とシミュレーション、培 風館、1997。
- (7) 宮武修、脇本和昌:乱数とモンテカルロ法、森北出版、1978。
- (8) K.Binder (editor):Monte Carlo Method, Springer –Verlag, 1987.
- (9) 津田孝夫:数値処理プログラミング、岩波書店、1 988、p. 307~328.
- (10) R.W.Hockney and J.W.Eastwood: Computer Simulation Using Particles, Adam Hilger, 1988.
- (11) 上田顕:コンピュータシミュレーション、朝倉書店、 1990.
- (12) H.Niederreiter: Random Number Generation and Quasi Monte Carlo Methods, SIAM, 1992.
- (13) 宮下精二:熱・統計力学、培風館、1993.
- (14) 伏見正則:確率的方法とシミュレーション、岩波書店、1994、p. 1~54.
- (15) D.E.Knuth: The Art of Computer Programming, Vol. 12, Addison Wesley, 1981.
- (16) 太田恵造:磁気工学の基礎I、共立出版、1973.
- (17) 近角聡信他編:磁性体ハンドブック、朝倉書店、1 975、p. 70~74.
- (18) 渡辺浩、高橋実:磁化機構・磁性化合物・磁性合金、 丸善、1982、p. 246~251。
- (19) 宮原将平、野呂純子訳:磁性の理論 1、講談社、1982、p. 58.
- (20) 日野太郎、森川鋭一、串田正人:電気電子材料、森 北出版、1991、p. 187~222。
- (21) 内山晋編著:アドバンストマグネティクス、培風館、 1994、p. 1~98.
- (22) 岩本光正:電気電子物性、オーム社、1995、p. 1

21~138.

- (23) 安達健五:化合物磁性、裳華房、1996、p. 275~283.
- (24) 一ノ瀬昇編著:電気電子機能材料、オーム社、199 6、p. 105~138.
- (25) D.Frenkel and B.Smit:Understanding Molecular Simulation, Academic Press, 1996.
- (26) 川口高明、松川宏:物性研究、67 (1997) No. 5、p. 613~617.
- (27) T.Kawaguchi and H.Matsukawa:Physical Review, B56 (1997) No. 7, p. 4261~4265.
- (28) T.Kawaguchi and H.Matsukawa:Physical Review, B56 (1997) No. 21, p. 13932~13943.
- (29) 北川浩:日本機械学会誌、97-907 (1994) p. 45 9~463.
- (30) 小竹進:分子熱流体、丸善、1990、p. 107~127.
- (31) T.Kawaguchi and M.Saitoh: Journal of Physics, Condens. Matter 3 (1991), p. 9371~9380.
- (32) 矢川元基、吉村忍:有限要素法、培風館、1990.
- (33) 川井忠彦、神谷紀生、竹内則雄:計算力学入門、森 北出版、1993、p. 83~174.
- (34) S.Kirkpatrick, C.D.Gelatt and M.P.Vecchi: Optimization by simulated annealing, Science, 220 (1 983) p. 671∼680.
- (35) 茨木俊秀:離散最適化法とアルゴリズム、岩波書店、 1993。
- (36) C.Jacoboni and P.Lugli: The Monte Carlo Method for Semiconductor Device Simulation, Springer Verlag, 1989, p. 104~261.
- (37) C.Moglestue:Monte Carlo Simulation of Semiconductor Devices、CHAPMAN&HALL、1993、p. 115~298.