

算数・数学学習におけるやる気に関する研究（Ⅱ）

——数学学習における達成動機づけと数学的問題解決の
パフォーマンスの関係について——

伊 藤 俊 彦*

Toshihiko Ito

A Study of Achievement Motivation in Mathematics Learning (II)
—On the Relationship between Achievement Motivation in Mathematics
Learning and Mathematical Problem Solving Performance—

1. はじめに

数学教育の目標は、「数学的思考方」の育成であるといわれている。この目標を達成するためには、「自己をみつめながら学び続ける意欲（やる気）は必要不可欠なものである。そこで、筆者は、意欲（やる気）とは何か、それはどんな条件下で発生するか、それは数学学習でどんな効果や役割を与えるかといった面での理論的ならびに実際の・実験的アプローチを教育心理学における学習意欲に関する種々の先行研究の助けを借りて試みてきている。

「学習意欲（やる気）」は、心理学では、「達成動機づけ」として扱われ、達成動機づけに関する研究は、「一つは Berlyne (1965) の好奇心の概念を中心とした認知的動機づけの研究であり、二つは Iowa の学派による不安の研究 (Taylor (1956) から派生した Yale 学派によるテスト不安 (Sarason, 1960)) であり、三つは, Harvard と Michigan を中心とする達成動機 (Atkinson, (1964), McClelland (1961)) である。」の3つに分けられると、下山 (1981) は述べている。

本研究は、「達成動機づけ」の中の一分野である「達成動機」について取り扱う。

2. 先行研究と研究目的

「達成動機づけ」とは、教育大事典（第一法規，1978，p. 479）によると、「困難なことをなしとげたい，競争事

態で人より優れた成績を得たいというようないわゆるなんらかの価値的目標に対して自己の力を発揮して障害に打ち勝ち，できるだけよくその目標を成しとげようとする動機」と述べられている。

このような達成動機と学業成績の関係については、心理学上の諸研究では一貫した結果は得られていない。

達成動機と学業成績の関係の心理学上の先行研究を、宮本 (1984) は次のようにまとめている。

「ドイツの Heckhausen, H. (1967) が達成動機と学業成績との関係の諸研究を展望したところでは、両者に有意の関係のあった研究16件、なかった研究6件を報告しており、関係のあったものでも、相関係数0.4以上のものは減多になかったという。……

日本の研究においても、関係のあるものもあればないものもある。たとえば林保 (1962) の行った研究では、578名の中学生を対象にし、達成動機高群 (73名) と低群 (88名) の学業成績 (国社数理英) につき比較した結果、両群間に差はみられなかった。しかし高尾 (1974) が高校男子81名を対象に調べた結果では、各教科 (国数英地及び生物) とも達成動機の高いものの方が有意に良い成績を示し、特に数学に差が大きかったという。」

達成動機の研究では、Atkinson の達成動機づけモデルに基づく研究が数多くなされている。

Atkinson モデルを、宮本の書物 (1980) より説明すると次のようになる。

「課題達成傾向の強さ (T_A) は、課題達成を促進する成功達成の傾向 (T_S) と課題達成を抑制する失敗回避の傾向 ($T-F$) の両者の合成傾向によって規定されるとし

* 島根大学教育学部数学教育研究室

ている。すなわち、

$$T_A = T_S + T_{-F} \\ = (M_S \times P_S \times I_S) + *(M_{AF} \times P_F \times I_F)$$

* 印は負の値

さらに、この関係式は、

$$I_S = 1 - P_S, \quad I_F = 1 - P_F, \quad P_F = 1 - P_S$$

であるから、

$$T_A = (M_S - M_{AF}) \times (P_S \times (1 - P_S))$$

となる。ここに、

M_S ……成功達成動機

M_{AF} ……失敗回避動機

P_S ……成功の期待確率

P_F ……失敗の期待確率

I_S ……成功に対する誘因

I_F ……失敗に対する誘因

である。

下山(1981)は、Atkinsonモデルに基づいて、成功達成動機と失敗回避動機の合成(Resultant Achievement Motivation)を測定する用具—達成動機づけ尺度(Achievement Motivation Scale: AMS)—を構成し、AMSの信頼性、妥当性を検討してAMSは、達成動機づけ尺度として有望であると結論づけた。

以上の心理学上の先行研究をもとに、次に述べるような研究目的を設定する。

(目的Ⅰ)

下山(1981)によって開発された達成動機づけ尺度AMSの修正版(これを学習達成動機尺度—数学版; AMS-Mとよぶことにする)が数学学習における達成動機尺度として使えるかどうかの信頼性、妥当性を検討する。

(目的Ⅱ)

数学学習における達成動機づけ強の者は、弱者より数学的問題解決のパフォーマンス M_P は大であるかどうかを検討する。

(目的Ⅲ)

Atkinsonモデルの基本的仮説が、数学的問題解決のパフォーマンス M_P に関して認められるかどうか。すなわち、「数学的問題困難度易・中・難の3問題における数学的問題解決のパフォーマンスは、数学学習における達成動機づけ強の者では、問題困難度中とき、数学学習における達成動機づけ弱の者では、問題困難度易及び難のとき最大となる。」ということを検討する。

(目的Ⅳ)

Atkinsonモデルの基本的仮説が、数学的問題選好 T_P に関して認められるかどうか。すなわち、「数学的問題

困難度易・中・難の3問題における選好は、数学学習における達成動機づけ強の者では、問題困難度中とき、数学学習における達成動機づけ弱の者では、問題困難度易及び難のとき、最大となる。」ということを検討する。

3. 研究方法

(1) 被験者

AMS-Mを昭和60年5月島根大学教育学部数学教員志望学生28名に、昭和60年11月島根県下の都市部の小学校6年生一クラス38名に、昭和60年12月島根県下の中学校1年生一クラス39名に実施した。

(2) 数学学習における達成動機づけの測定

下山(1981)によって開発されたAMSを、数学学習における達成動機を測定できるように修正した。たとえば、AMSの項目①、「勉強や仕事がうまくいかなかったとき、もう一度やりなおしてみたいと思う。」を、「数学の勉強がうまくいかなかったとき、もう一度やりなおしてみたいと思う。」のように修正した。以下AMSの18個の項目を修正した。これをAMS-Mとよぶことにする。

AMS-Mの質問項目は、次のとおりである。

① 数学の勉強がうまくいかなかったとき、もう一度やりなおしてみたいと思う。

② むずかしい数学の問題を苦勞してやっとやりおえたとき、もうこんなむずかしいことは二度とやりたくないと思う。

③ 数学の勉強で、問題の答えが出て、それがほんとうにあって、いるかどうか不安で、次の問題にすすむことがなかなかできない。

④ 数学のテストが自分にとって大事だと思えば思うほど、うまくできなくなってしまう。

⑤ あとでやってみるとかんたんにできる数学の問題が、テストのときや、人が見ているときにはよくできない。

⑥ 数学の勉強をしているときに、うまくいきそうにないと感じると、やる気がすぐなくなってしまう。

⑦ 数学の勉強で失敗したとき、同じような数学の勉強はしたくない。

⑧ 数学の勉強のとき、一つの問題がわからないと、あとのやさしい問題もわからなくなってしまう。

⑨ 大事な数学テストのある前の日は、そのことが気になっておちつかない。

⑩ 数学の勉強で、問題がうまくできないとすぐにあ

きらめて、ほかのやさしい問題にうつることが多い。

⑪ 数学のテストの結果がよかったときにうれしいのは、自分の力がついたと思うからよりも、親や友人・先生にみとめてもらえると思うからだ。

⑫ できることならば、数学のテストはうけたくない。

⑬ かんたんな数学のテストよりも、少しむずかしいものの方がすきだ。

⑭ だいたい数学のテストのときほど、やまをやってしまうのではないかと心配になる。

⑮ 数学のテストの結果がわかったとき、他人の結果はどうであったかが気になる。

⑯ 数学の問題をみたとき、むずかしそうだと思うと悪い点をとるのではないかと気になってそのためますますできなくなる。

⑰ 数学のテストのとちゅうで、うまくいかないものにぶつかると、もうだめだと思ってしまうことが多い。

⑱ 数学のテストをうける前に、きつとうまくいかないだろうという感じがする。

小学生の場合は数学を算数に変える。

応答は、いずれも、「とてもそうである」、「どちらかといえばそうである」、「どちらかといえばそうでない」、「とてもそうでない」の4段階とし、学習を促進すると思われる傾向に4, 3, 2, 1として、それらの合計点を AMS-M 得点とする。

(3) 大学生についての数学的問題解決のパフォーマンス M_P の測定

問題A n を整数とする。 $2^n - 1$ が素数ならば、 n もまた素数であることを証明せよ。

問題B 直径 25cm の円に内接し、周囲が 62cm である長方形をつくるには、2辺の長さをそれぞれ何 cm とすればよいか。

問題C 次の級数の和はいくらか。

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \quad ?$$

求めた値が正しいことを証明せよ。

問題A, 問題Cは, Schoenfeld, A. H. (1979) の数学的問題解決の研究論文によく使われる問題である。

数学的問題解決のパフォーマンスの評定について, Webb, N. L. (1979) は次のような方法で評定した。

(1) 問題の理解の得点

2 : 問題を理解している。

0 : 問題を理解していない。

(2) 計画の得点

4 : 正しい解を導く計画はなされている。

2 : 計画はなされているがしかし十分に計画は実行されていない。

0 : 計画はなされていない。または解決につながらない計画がなされている。

(3) 所産の得点

4 : 正しい答が得られた。

2 : 一部分正しい答を得た。

0 : その他。

これら三つの部分得点の和をもって数学的問題解決のパフォーマンスの評定とする。

各問題は10満点となる。

(4) 成功の期待確率 P_s の測定

成功の期待確率 P_s は大学生について、各問題A, B, C終了後次の5段階で評定させた。

1. きつとできない。

2. 多分できない。

3. できるかどうかわからない。

4. 多分できる。

5. きつとできる。

これらの数値を評定とする。すなわち、1ならば5%, 2ならば25%, 3ならば50%, 4ならば75%, 5ならば95%の主観的成功期待確率 P_s とする。

(5) 問題選好 T_P の測定

大学生について問題A, B, C終了後、次の5段階で評定させた。

1. とてもやりたくない。

2. どちらかといえばやりたくない。

3. どちらでもない。

4. どちらかといえばやりたい。

5. とてもやりたい。

この数値をもって、 T_P とする。

4. 結果と考察

4-1 AMS-M の信頼性・妥当性の検討

(1) AMS-M の信頼性

内的整合性を表す係数として α 係数がある。 α 係数を求めた結果次のような値を得た。

大学生については、 $\alpha = 0.810$,

小学生については、 $\alpha = 0.820$,

中学生については、 $\alpha = 0.850$,

である。

なお α 係数は次の公式より求められる。

$$\alpha = (k/k-1) \left(1 - \frac{\sum S_i^2}{S_x^2} \right)$$

ここに k : 項目数 S_j^2 : 項目 j の分散

S^2 : 全体の分散

この α 係数の値からみて, AMS-M は信頼性のあるものと考えられる, (研究目的 I)

(2) AMS-M の妥当性の検討

妥当性の検討として, 上位下位分析と項目分析とがあるが, ここでは項目分析による方法で示す。

項目と尺度間の相関係数による項目分析を表1に示す。

小学生, 中学生, 大学生のいずれについてもほとんどの項目が, 5%の有意水準で有意となっており, AMS-M は, 内部基準による弁別的妥当性を有すと考えられる。(研究目的 I)

表1 項目と全尺度との相関係数

項目番号	小学生	中学生	大学生
①	0.080	0.016	0.324
②	0.480*	0.446*	0.370*
③	0.360*	0.763*	0.390*
④	0.590*	0.517*	0.734*
⑤	0.760*	0.766*	0.733*
⑥	0.551*	0.740*	0.551*
⑦	0.473*	0.539*	0.627*
⑧	0.612*	0.501*	0.614*
⑨	0.430*	0.358	0.443*
⑩	0.570*	0.421*	0.498*
⑪	0.481*	0.387*	0.243
⑫	0.650*	0.409*	0.670*
⑬	0.200	0.150	0.611*
⑭	0.581*	0.553*	0.538*
⑮	0.130	0.315	0.195
⑯	0.640*	0.817*	0.628*
⑰	0.700*	0.862*	0.619*
⑱	0.610*	0.687*	0.475*

*: 5%の有意水準で有意

4-2 数学学習における達成動機づけと数学的問題解決のパフォーマンス M_p の関係

(1) 数学学習達成動機づけと M_p の相関

大学生についての AMS-M 得点と M_p の相関を表2に示す。

AMS-M 得点と問題 A, B, C, A・B・Cの合計の M_p の間には弱相関が存在し, AMS-M 得点と 5%の有意水準で有意となったのは, 問題Cと問題A・B・Cの合計の M_p の相関である, すなわち, 「数学学習にお

表2 AMS-M 得点と M_p の相関

M_p	問題A	問題B	問題C	問題A・B・Cの合計
AMS-M	0.233	-0.272	0.366*	0.399*

*: 5%の有意水準で有意

る達成動機づけ強の者は, 数学的問題解決のパフォーマンスは高い」ということが認められる。(研究目的Ⅱ)

更にくわしく, AMS-M 得点と M_p を考察することにする。大学生についての AMS-M 得点の高い方から, 25%, 50%, 25%に分割し, それぞれ上位群 (G群, 58点以上), 中位群 (M群, 47点以上~58点未満), 下位群 (P群, 46点以下) とする。

AMS-M 得点の G群, P群の各問題におけるパフォーマンス M_p の平均を表3に示す。表3を図1に示す。

G群, P群の M_p について有意差 (10%の有意水準で) がでたのは, 問題Cと問題A・B・Cの合計であ

表3 AMS-M 得点と数学的問題解決パフォーマンス M_p の関係

AMS-Mの群の平均	問題A 平均 (S.D.)	問題B 平均 (S.D.)	問題C 平均 (S.D.)	問題A・B・Cの合計 平均 (S.D.)
G群 (59.2)	5 (2.77)	7.1(1.46)	8.4(3.21)	22 (3.27)
M群 (51.3)	3.7(3.57)	7.2(1.29)	6.71(3.42)	18.5(5.36)
P群 (43.8)	4.5(3.36)	7.7(1.40)	6 (3.41)	17.5(5.36)
上位下位分析	×	×	○	○

○: 10%の有意水準で有意

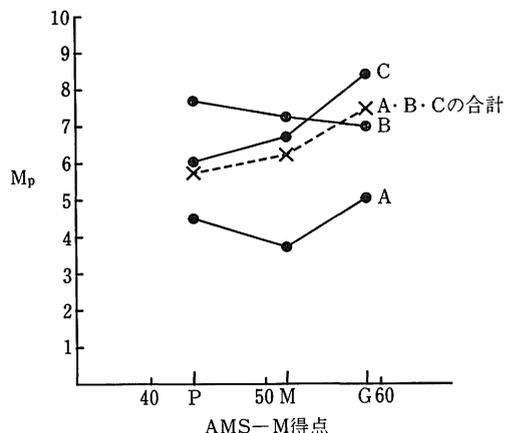


図1 AMS-M 得点と M_p の関係

る。表3より、AMS-M 得点と数学的問題解決のパフォーマンスをみても、問題C、問題Aと問題A・B・Cの合計は、ほぼ直線的であるが、問題Bは、横ばい状態である。

以上のことから、AMS-M 得点と数学的問題解決のパフォーマンスの関係はほぼ直線的と考えられる。

各問題における AMS-M 得点のG群、P群の M_P の差は、完全に統計的に有意ではないが、「数学学習における達成動機づけ強の者は、弱者より、数学的問題解決のパフォーマンス M_P は大である」ということが得られた。(研究目的II)

(2) 成功期待確率 P_s の評定

「できない—できる」の5段階評定尺度で評定した各問題の成功期待確率 P_s の結果を表4に示す。

表4の評定は、主観的 P_s を表現しているものとする。表4より、問題Aは難の問題、問題Cは中の問題、問題Bは易の問題となる。

統計的に有意ではないが、数学学習における達成動機づけ強の者は、弱者より、 P_s を高く認知する傾向を示していることが表4よりわかる。

表4 成功期待確率 P_s の評定

問 題	G 群		P 群	
	平 均	S. D.	平 均	S. D.
A	1.7	0.89	1.3	0.19
B	4.0	1.14	3.6	1.23
C	3.4	1.14	3.3	0.94

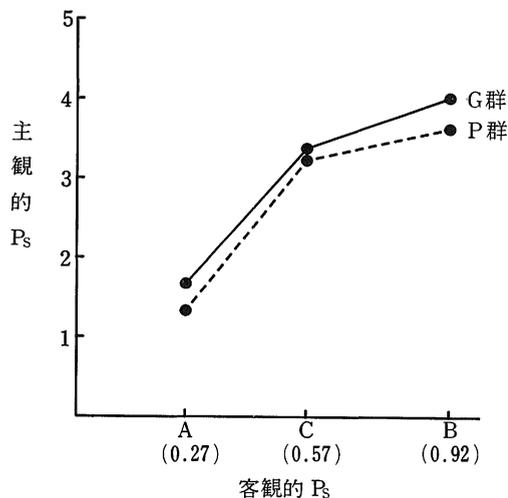


図2 主観的 P_s と客観的 P_s の関係

各問題の正答率を求めると、問題Aは27%、問題Bは92%、問題Cは57%であった。各問題の正答率を客観的成功確率 P_s とすると、客観的 P_s は、問題Aでは0.27、問題Bでは0.92、問題Cでは0.57と認知される。

主観的 P_s と客観的 P_s の関係を図2に示す。

図2より主観的 P_s と客観的 P_s はほぼ対応していることがわかる。

(3) 主観的 P_s と M_P の関係

主観的 P_s と M_P の関係を図3に示す。

G群における問題間に M_P の有意差が認められるのは、問題Aと問題Cの差であり、P群については、問題Bと問題Aの差である。(10%の有意差検定により)

その他については、10%の有意水準では認められなかった。

統計的に完全に有意ではないが、Atkinson モデルの基本的仮説の傾向が、数学的問題解決のパフォーマンス M_P に関して認められる。すなわち、「数学的問題困難度易・中・難の3問題における数学的問題解決のパフォーマンスは、AMS-M 得点高の者では、困難度中るとき、AMS-M 得点低の者では困難度易及び難のとき最大になる。」という傾向は認められる。「研究目的III)

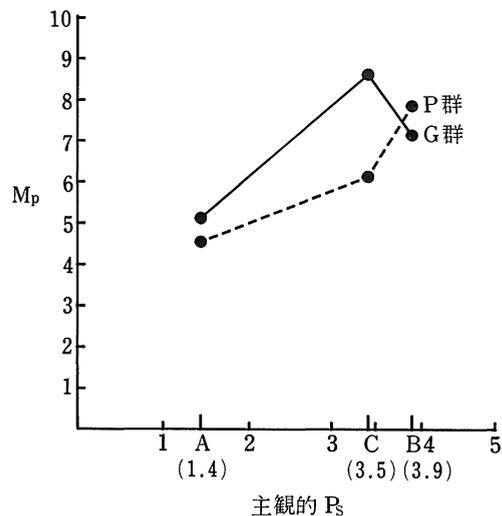


図3 主観的 P_s と M_P の関係

4-3 数学学習達成動機づけと数学的問題選好 T_P の関係

(1) 客観的 P_s と T_P の関係

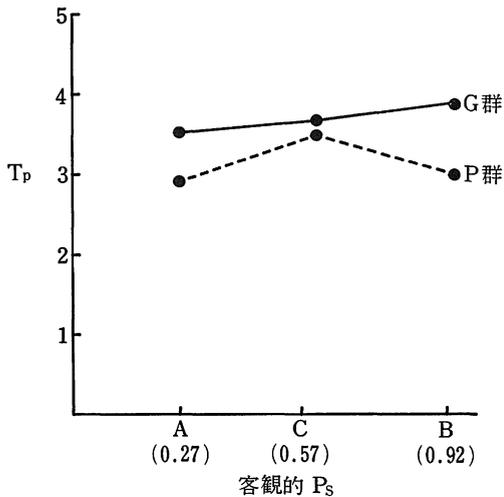
各群の数学的問題選好 T_P の平均値を求めたのが、表5である。

各問題についてG群とP群の T_P に有意差が認められ

表5 各数学的問題に対する T_P

群	問題 A		問題 B		問題 C	
	平均	S. D.	平均	S. D.	平均	S. D.
G	3.5	0.58	3.7	0.49	3.6	0.69
P	2.9	1.40	3.0	1.50	3.5	0.50
有意差	×		×		×	

×: 5%の有意水準で有意でない

図4 客観的 P_s と T_P の関係

る問題はひとつもなかった。表5を図に示したのが、図4である。

図4からわかるように、G群では P_s の増加について、 T_P は増加するが、P群はほぼ横ばい状態である。

G群における問題間の T_P の有意差は、いずれの場合も認められなかった。P群についても問題間の T_P の有意差はいずれも認められなかった。

以上のことから、「客観的 P_s に対して、数学的問題選好は、AMS-M 得点高の者では逆U型、AMS-M 得点低の者ではU型の関係を示す」という Atkinson モデルの基本的仮説は成立しなかった。(研究目的IV)

(2) 主観的 P_s と T_P の関係

困難度の評定を1あるいは2, 3, 4あるいは5のものに分けて、主観的 P_s と T_P の関係を示したのが表6である。

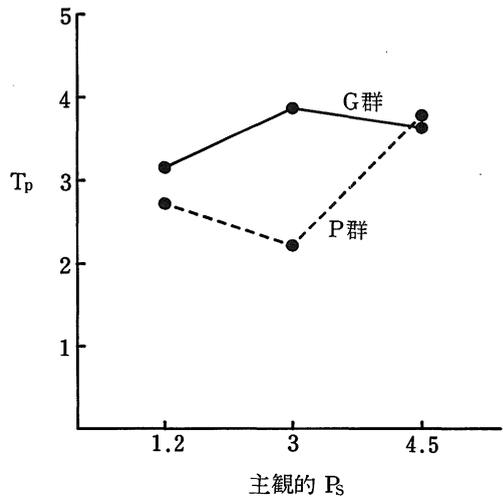
それを図示したのが、図5である。

各困難度の評定点におけるG群とP群の T_P に有意差が認められるのは、評定点3のみである。(5%の有意水準による)。

表6 主観的 P_s と T_P の関係

群	1・2		3		4・5	
	平均	S. D.	平均	S. D.	平均	S. D.
G	3.1	0.83	3.8	0.87	3.6	0.75
P	2.7	1.43	2.2	0.75	3.7	1.1
有意差	×		○		×	

○: 有意水準5%で有意

図5 主観的 P_s と T_P の関係

各群における困難度の評定間の T_P の差は、P群における評定点3と4・5についてのみであり、他の場合はすべて有意でなかった。

図5より、AMS-M 得点と T_P の関係をみてみると、AMS-M 得点の高の者であるG群がP群よりも T_P が高い。またG群では、 P_s の増加につれて T_P はほぼ横ばい状態であり、P群はU型の関係を示していることが読みとれる。

以上のことより、「主観的 P_s に対して、数学的問題選好は、AMS-M 得点低の者ではU型の関係を示す」という Atkinson モデルの基本的仮説の一部分が示されることとなった。(研究目的IV)

5. おわりに

本論では、算数・数学学習におけるやる気の研究のII報として、数学学習における達成動機づけについて、次のようなことを考察してきた。

(1) 数学学習における達成動機づけの測定用具の検

討。

- (2) 数学学習における達成動機づけと数学的問題解決のパフォーマンスの相関。
- (3) 数学的問題解決のパフォーマンスならびに数学的問題選好についての Atkinson モデルの基本的仮説の検討。

本論で得られた結果は、数学学習における達成動機づけの概念を明確化し、その構造を確定していくための第一歩として有効な研究であると思われる。

本論は、宮本美沙子・下山剛氏の書物・論文より多大な示唆が与えられており、ここに謝意を表す。

今後は、自主性、自己責任、原因帰属、親和動機、自己概念といった概念とやる気の関連を明らかにしたい。

引用・参考文献

- (1) Hayashi, T., Okamoto, N. & Habu, K. (1962); children's achievement motivation and its relation to intelligence, school achievement, anxiety tendencies, and parents-child relations., Bulletin of Kyoto Gakugei University, Series A, 21, 16-20.
- (2) Heckhausen, H. (1965), (Translation) Butler, K. F., Birney, R. C. & McClelland, D. C. (1967); The anatomy of achievement motivation, Academic Press.
- (3) 宮本美沙子 (1984); やる気の心理学, 創元社。
- (4) 宮本美沙子 (1980); 達成動機の心理学, 金子書房。
- (5) Schoenfeld, A. H. (1979); Explicit Heuristic Training as a Variable in Problem-Solving Performance, J. R. M. E. Vol. 10. No. 3. 173-187.
- (6) 下山 剛 (1981); 達成動機づけの教育心理学, 金子書房。
- (7) 高尾 正 (1974); 学業成績と達成動機, 日本心理学会38回大会論文集, 740-741。
- (8) Webb, N. L. (1979); Process, Conceptual Knowledge, and Mathematical Problem Solving Ability, J. R. M. E., 83-93.