

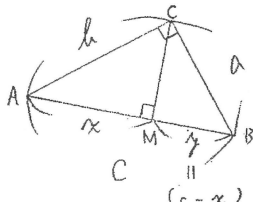
豊かに考え、表現する算数・数学学習

— 学び合う関係の中で、個人の思考を表出して伝え、論理的な理解を深める —

1. 算数・数学科で願う豊かな学びの姿

本学校園算数・数学科では、平成18年度より幼小中一貫教育を進める中で、11年間の子どもたちの学びを考えたときに、「算数・数学の学習を通して、一貫教育の中でどのような力を付けていくこと、伸ばしていくことが大切であるのか」、また「算数・数学の授業の中における子どもたちの豊かな学びの姿とは一体どのような姿なのか」等を中心的な課題として、授業実践を通して研究を重ねてきている。

実際の授業を行う中で、見ることでできた子どもたちの姿からこれらの課題について考えてみたい。



[証明]
 点cからABに垂線を下せば、ABとの交点をMとする。①、②より、
 $a^2 + b^2 = c^2 + cx$
 $= c(x + x)$
 $= c^2$ から、
 $a^2 + b^2 = c^2$ //

$\triangle AMC \sim \triangle ACB$ より、
 $\angle CAM = \angle BAC$ (共通)
 $\angle AMC = \angle ACB$ (仮定)
 \therefore 、2つの角がそれぞれ相等しいから
 $\triangle AMC \sim \triangle ACB$
 対応する辺の比が等しいから、
 $x : b = h : c$
 即ち、比の性質より、 $b^2 = cx$ …①
 $\triangle CMB \sim \triangle ACB$ より、同様にして、
 $\triangle CMB$ の $\triangle ACB$ より、 $a^2 = c(c-x)$
 即ち、比の性質より、 $a^2 = c^2 - cx$ …②

上記は、中学3年生「三平方の定理」の学習の際に生徒が書いたワークシートの一部である。「三平方の定理」は中学校で学習する最後の単元であり、これまでの算数・数学学習の集大成として位置づけることができる。そしてこの定理は非常に多くの証明方法があり、これまで学習してきた知識や技能を活用することによって様々な証明が可能である。実際の授業では、まず一般的に多くの教科書等で取り上げられているピタゴラス学派の証明やバスカラの証明など、4つの合同な直角三角形から正方形を構成し、面積関係に着目して定理の説明を考えていった。そこから発展的に考え、別の証明方法を探求する中で、ワークシートにあるような証明を見つけた生徒がいた。補助線として直角三角形の中に垂線を1本ひくことによって、既習の相似な三角形の学習につなげることができた。そして演繹的な考え方をを用いて、自分で考えた説明を上記のように論証としてまとめ、班の友達や学級全体に広げていった。ただ単に、三平方の定理を覚えて使うことができるようになるだけでなく、このように豊かに考え、判断したことを表現することによって、三平方の定理に対する理解を一層深め、さらに演繹的に考えることよさや自分の力で問題を解決できた喜びを体感できたといえる。

算数・数学科では、11年間の学びを通して

○学び合う関係の中で、友達の様々な考えを受け止め、より理解を深め発展させていこうとする姿

(を土台として)

「豊かに考え」・・・○これまでに習得した知識や技能、また類推、帰納、演繹などの数学的な考え方を活用しながら、自分(たち)の力で問題解決を進めていこうとする姿

「表現する」・・・○言葉や数、式、図など数学的な表現を用いて、自分の考えをわかりやすく説明しようとする姿

を豊かな学びの姿ととらえている。そして研究テーマである「豊かに考え、表現する算数・数学学習」を追究していくことが、子どもたちにとって本当に算数・数学が「わかる」ことにつながると考えている。

2. 昨年度までの研究の経緯

幼小中一貫教育を追究していく中で、算数・数学科では、次に述べるような経緯でこれまで研究を積み重ねてきた。

まず幼小中一貫教育実施に向け、18年度には幼稚園でのくらしや学びの実態、小学校や中学校での児童・生徒の学習の実態を把握することからスタートし、一貫教育に向けての算数・数学科における現状を明らかにしていった。その中で特に「習得・活用・探究」という学習のプロセスから見たとき、次のような課題が見出された。

〔小学校〕

- ・1つの解法で問題が解決できた後に、主体的に他の解決方法がないか、別の視点からも考えてみようとしなかったり、論理的な思考力を必要とする課題に対して、問題解決の見通しをもって解決しようとする力がやや弱い。

〔中学校〕

- ・問題が解ければそれでよしとする程度に留まり、数学と日常生活との関連性や有用性を感じることや、活用、そして探求していこうとする態度はやや低い傾向がある。
- ・1つの問題解決における表記の方法（イラストや図、言葉など）に多様性が見受けられないこともある。さらには多様な解決方法で問題解決を図ることを苦手としている生徒もいる。また、問題解決の過程をまわりに伝える際に、そのために必要な数学的な表現を適切に用いて説明する力がやや弱い。

このように単に「計算ができる」「図形の証明問題ができる」というレベルで満足している児童・生徒が多く、これでは本当に算数・数学が「わかる」ということにはならない。この課題を乗り越えるためには、友達どうしで数学的な見方や考え方の一層の伸長をめざし、問題解決における多面的な思考力、判断力、表現力の向上をより図ることが重要であると考えた。

そして19年度には一貫教育を行うにあたって内容の整理を図り、「幼・小・中における単元・題材配列一覧表」を作成した。さらに、20年度より学習指導要領の改訂に伴う単元・題材配列表の見直しを行った。見直しに際しては、一貫して育てたい力を育成する上での配慮事項について、各学年各領域で配慮すべき点を改めて確認し、また新学習指導要領の趣旨も踏まえたものに改善していった。

一貫教育体制が正式にスタートした20年度より、算数・数学科における研究テーマを「豊かに考え、表現する算数・数学学習」と設定して研究を進めている。上述した豊かな学びの姿を算数・数学科の授業において実現するためには、数学的な考え方を駆使して問題解決の過程をつくりあげる構えと一体となるように単元を構成していくことが大切であると考えた。そこで、この問題解決における探求の過程を「主体的に、これまでに習得した知識や技能、数学的な考え方を活用し、自分の考えを表現することで、学級集団において理解を深める」ととらえ、先の研究テーマを設定した。

このとき、豊かに考え、表現する子どもの姿を、発達段階を考慮して次のように具体化した。

段 階	追求して学ぶ姿
初等部 前期	言葉や数、式、図、表、グラフを用いて考え、説明したり、他者の説明を聞いて自分の考えと比べたりすることで、筋道を立てた考え方をより理解することができる。
初等部 後期	言葉や数、式、図、表、グラフを用いて考えたり、自分の考えを表現し伝え合ったりすることで、互いの考えをわかり合い、探求の内容について理解を広げることができる。
中等部	言葉や数、式、図、表、グラフなどを関連させながら、それらを適切に用いて問題を解決したり、相手にわかりやすく自分の考えを表現し伝え合ったりすることで、多様な考え方を見出し、探求の過程について理解を深めることができる。

特に昨年度は発達段階に応じた子どもの学びをとらえることを大切に、以下の2点を研究の視点として取り組んだ。

(1) 一貫して育てたい力の育成をめざして、子どもをどうとらえていくか。

- ①子どもの興味・関心や既存体験をとらえることにより、子どもの目的意識にそった、もしくは知的好奇心をゆさぶる適度に抵抗感のある問題の選定とその出会わせ方の工夫をしていく。
- ②探求時の子どもの思いや願い、考え方のよさをとらえるために、算数・数学的活動を行っている場面で、ワークシートやノートの記述など自分の考えを整理し、表現をするための手段を子どもにもたせる工夫をすることで、子どもの探求がどこへ向いているのかをつぶさにとらえていく。

(2) 学びの自覚をどうとらえ、どう生かしていくか。

時間毎の「学びのふりかえり」や学習の履歴（ポートフォリオ等）による自己評価や相互評価活動の工夫を検討し、自らを客観的にまたは内省的に見つめ直していく営みを充実する。

昨年度の図形領域における取り組みより、学習場面から子どもの学ぶ姿を見ていくと、初等部前期では数図ブロックなどを使用した操作的な活動など外的な作業を中心とする活動が主で、問題の解決ができること自体に喜びを感じ、その結果についてすぐ発表したがる子どもが多い。しかし初等部後期では外的な活動から内的な活動、例えばきまりを見つけ出すことなど帰納的な思考の過程に面白さを感じるようになり、よく考えてから発表する子どもが多くなる。さらに中等部になると具体的な場面から離れ、類推したり、演繹的な考え方など内的な思考活動が中心となり、演繹的な解決の過程を追求するようになっていくことが見えてきた。そして今後の課題として、自分の思考したことを数学的な表現を用いて多様にまとめ、まわりに伝えていく力はどの段階においてもまだ不十分であり、授業の中で表現の仕方を学ぶことや表現することを促すような発問、ワークシートの工夫など、発達段階に応じた一層の工夫改善を図っていくことが必要であるといえる。

3. 本年度の研究

前述した算数・数学科における研究テーマ「豊かに考え、表現する算数・数学学習」に迫っていくために、今年度は特に「豊かに考え、表現する」こと、つまり算数・数学科で育てていきたい「思考力・判断力・表現力」とは何かを明らかにするとともに、かかわり合いの中でこれらの力をどのように伸ばしていくかについて構想を明らかにし、授業実践を通して検証していきたい。

(1) 思考力・判断力・表現力を明らかにする

これまでの研究の経緯からもわかるように、算数・数学科では、子どもたちにとって算数・数学が本場に「わかる」ためには、「数学的な見方や考え方の一層の伸長をめざし、問題解決における多面的な思考力・判断力・表現力の向上を図ること」が重要であると考えている。

一方、新学習指導要領の改訂の流れからみても、平成20年1月の中央教育審議会答申「学習指導要領等の改善について」において示された基本的な考え方の中の1つに「思考力・判断力・表現力等の育成」が挙げられている。さらに算数・数学科の改善の基本方針の中でも、思考力・判断力・表現力等は、「合理的、論理的に考えを進めるとともに、互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである」と示されており、新学習指導要領からも、算数・数学科においてこれまで以上に思考力・判断力・表現力を高めていくことが強調されている。

こうした背景をふまえ、本年度の研究を行うにあたり算数・数学科では、育てていきたい「思考力」「判断力」「表現力」を研究テーマ等との関連も含め、次のようにとらえている。

- 「思考力」・・・これまでに習得した数量や図形に関する知識や技能、また類推、帰納、演繹、図形化、発展的な考え方などの数学的な考え方を活用しながら問題解決をめざす力。

- 「判断力」・・・問題解決に向けて、見通しや筋道を立てたり、様々な解決方法を比較してよりよいものを選択したり、数学的な根拠をもとに正しいものを見つけ出そうとする力。
- 「表現力」・・・言葉や数、式、図など数学的な表現を用いて、自分の考えをまとめて整理し、他者にわかりやすく説明しようとする力。

算数・数学の学習において、子どもの思考や判断の過程をみることができるとは授業中の発言やワークシートなどに表現されたものをみることであり、またさらに子どもたちは表現することにより思考が深まり、判断したことをふりかえって確かめることも可能になる。以上のことから、「数学的な思考力・判断力・表現力」とは一連のものであり、相互に補完し合うことでそれぞれの力を伸ばしていくことができると考える。

また一貫教育という視点から、それぞれの発達段階での算数・数学学習における思考力・判断力・表現力を次のようにとらえている。

段 階	算数・数学学習における思考力・判断力・表現力
初等部 前期	・具体物等を用いた外的な活動によって思考を深め、自分の考えたことを自分なりの言葉によって説明することが中心となるが、その際に絵、図、式などを用いて説明することができる。
初等部 後期	・外的な活動から内的な活動が多くなり、類推的な考え方や帰納的な考え方などからきまりを見つけ出すような思考の幅も広がり、自分の考えを言葉による説明だけでなく、数、式、図など多様な表現方法を用いて、それらに関連させながら説明することができる。
中等部	・内的な活動によって、類推的な考え方や帰納的な考え方から演繹的な考え方による論理的な思考が中心となり、自分の考えを言葉や数、式、図、表など多様な表現方法を適切に用いて、思考の過程や判断の根拠を明らかにしながら他者に工夫して説明することができる。

このように初等部前期から中等部までの発達段階における思考の質の違いや、思考したことを判断し表現する際の表現方法の違いを踏まえ、これらの違いやつながりを大切に学習指導をめざしていきたい。

(2) 思考力・判断力・表現力を育てるかかわり合い

算数・数学学習の中で思考力・判断力・表現力を育てるためには、教師やまわりの友達とのかかわり合いが大切であると考えられる。なぜならば、自分の考えをわかりやすく説明しようとする中で、自らの思考を改めて整理することができ、そして他者から意見をもらうことで、その考えをさらに深め発展させることが可能になる。一方、他者の考えを聞くことで、新たな見方・考え方に気づいたり、よりよい解決方法に気づいたりすることもできるからである。

以上を踏まえ、算数・数学科では、教師やまわりの友達とのかかわり合いから「思考力・判断力・表現力」を育てるために、それぞれの発達段階に応じた

- 式、図、表、グラフ、数直線等の数学的な表現の使い方学ぶ機会を意識した授業づくり
- 思考し、判断し、表現することを促すような算数・数学的活動を踏まえた授業展開の工夫
- 自ら思考し、判断したことを伝え合い、広め深めるようなわかり合いの場の充実

について、今年度は重点的に取り組んでいく。

(文責 後藤 幸広)

[参考文献]

- ・算数科の未来型学力＝思考力・表現力を育てる授業（伊藤悦朗，明治図書，2008年12月）
- ・思考・判断・表現による「学び直し」を求める数学の授業改善（磯田正美・笠一生編，明治図書，2008年9月）